

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ  
СОЗДАНИЯ РАБОЧИХ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕРЕДАЧ НОВЫХ  
ТИПОВ**

Монография

Могилев  
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»  
2012

УДК 621.83.06:004

Рекомендовано к опубликованию Советом Белорусско-Российского университета «28» сентября 2012 г., протокол № 1

Авторы : П. Н. Громыко, М. Е. Лустенков, С. Н. Хатетовский, Л. Г. Доконов

Рецензенты : д-р техн. наук, проф., проф. кафедры «Технология машиностроения» Белорусско-Российского университета А. П. Минаков ; д-р техн. наук, проф., проф. кафедры «Технология машиностроения» Барановичского государственного университета В. М. Благодарный

**Технологические аспекты создания рабочих поверхностей передач новых типов : монография / П. Н. Громыко [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2012. – 209 с. : ил.  
ISBN 978-985-492-113-6.**

В монографии исследуются процессы формообразования рабочих поверхностей зубьев планетарных прецессионных передач и беговых дорожек на кулачках передач с промежуточными телами качения. Рассматривается практический аспект использования передач новых типов.

Предназначена для специалистов, разрабатывающих малогабаритные механические приводы, а также аспирантов и студентов вузов.

УДК 621.83.06:004

ISBN 978-985-492-113-6

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2012

## Введение

Развитие современного механического привода связано с применением новых материалов, покрытий, новых видов термообработки и упрочнения, повышением точности изготовления контактирующих деталей. В связи с практически исчерпанными резервами повышения долговечности и передаваемой мощности «традиционных» зубчатых зацеплений путем совершенствования их конструкции и геометрии разработчики приводной техники все чаще обращают внимание на механические передачи новых типов.

Одним из наиболее перспективных направлений развития редукторной техники является совершенствование планетарных эксцентриковых редукторов на основе повышения технологичности их конструкции [1–4]. Планетарные эксцентриковые редукторы при условии использования высоких технологий изготовления и сборки имеют технический уровень, превышающий технический уровень других редукторов-аналогов. Однако повышенная себестоимость изготовления, связанная с необходимостью обеспечения высокого технического уровня, является основным фактором, сдерживающим их широкое применение.

В Белорусско-Российском университете группа специалистов занимается исследованием, разработкой и внедрением планетарных прецессионных передач, относящихся к типу эксцентриковых передач. Благодаря особенностям структуры прецессионной передачи возможно сочетание при ее работе одновременно редуцирующих функций и функций компенсирующей муфты [5]. Сочетание указанных функций позволит изготавливать прецессионные редукторы на основе деталей с приемлемой для обычного производства точностью, но в то же время имеющие технический уровень, соответствующий уровню лучших мировых аналогов. Это является предпосылкой тому, что на базе планетарной прецессионной передачи возможны разработка и серийное изготовление конкурентоспособных редуцирующих устройств.

К настоящему времени прецессионные редукторы уже нашли свое применение во многих областях хозяйства. Они используются в приводах контактных разъединителей на электрифицированных участках железной дороги, в качестве редуцирующих устройств в подъемно-тяговых механизмах. Ведутся работы по налаживанию серийного производства редукторов для строительной-отделочной техники. Однако основной причиной, сдерживающей их широкое применение в промышленности и сельском хозяйстве, являются трудности, связанные с изготовлением

зубьев сателлита, имеющих пространственно-модифицированный профиль. Попытки упрощения технологии изготовления зубьев сателлита до сих пор приводили к снижению эксплуатационных показателей прецессионных редукторов.

В монографии рассмотрены вопросы разработки способов формообразования зубьев сателлита прецессионного редуктора на основе использования упрощенных профилей, реализация которых возможна на обычном зубообрабатывающем оборудовании. При этом нет необходимости в применении специальных приспособлений и инструмента, что позволяет снизить себестоимость изготовления прецессионных редукторов в целом. Изготовление прецессионных редукторов станет возможным на многих машиностроительных предприятиях, что значительно расширит область их применения.

В некоторых случаях инженерной практики целесообразно применение передач с промежуточными телами качения (ППТК). Их исследованиями и разработкой занимаются в Республике Беларусь, России, США, Китае и других странах. Эти передачи отличаются малой энергоемкостью и высокой нагрузочной способностью, т. к. передаваемая мощность распределяется одновременно по нескольким потокам (телам качения). Мировую известность приобрели редукторы TwinSpin словацкой фирмы «Спина» (Spinea). В Могилевском машиностроительном институте (ММИ, МГТУ, Белорусско-Российский университет) ППТК начали исследовать в 70-х гг. прошлого столетия, тогда же сформировалась научная школа по данному направлению. В редукторах, получивших широкое промышленное применение, чаще всего траектории центров тел качения располагаются на плоскости (ППТК плоского типа). Широкие исследования передач плоского типа приведены в [5].

ППТК с осевым перемещением центров тел качения, т. е. с их траекториями, расположенными на цилиндрической поверхности (ППТК цилиндрического типа), менее распространены. Результаты их исследований отражены в [6] и других публикациях. Среди зарубежных исследований в этом направлении следует отметить работу румынских ученых [7], а также патенты на конструкции передач и автомобильных дифференциалов разработчиков из США, Японии и Германии. Передачи цилиндрического типа имеют дополнительное преимущество, такое как малогабаритность в радиальном направлении, что определяет перспективы их применения в бурении скважин и схожих областях. Актуальными остаются задачи повышения технического уровня данных передач, включающие вопросы технологии изготовления их основных деталей.

Таким образом, в монографии предложены технологии изготовления зубьев планетарных прецессионных передач и рабочих поверхностей кулачков передач с промежуточными телами качения, использование которых обеспечит создание конкурентоспособной редукторной техники.

# **1 Анализ способов и технологий формообразования пространственно-модифицированных зубчатых колес**

## ***1.1 Структурные особенности планетарных прецессионных передач***

Механические передачи широко используются в приводах различных машин и механизмов. Они применяются в транспортерах, подъемниках, в ручных и электрических лебедках, в приводах арматуры, представляющих собой задвижки различного типа, используемые в нефтяной и газовой промышленности, а также обеспечивающие безопасность на станциях, вырабатывающих электроэнергию, включая атомные. Большое количество редукторов используются промышленными производствами, например, предприятиями химической отрасли.

Основное применение в приводах различных машин и механизмов получили механические передачи с диапазоном передаточных отношений от 20 до 40 [9]. Потребность в редуцирующих механизмах в данном диапазоне передаточных отношений покрывается главным образом за счет использования червячных и планетарных зубчатых передач [10, 11], реже применяются цевочные редуцирующие механизмы [12]. В основном это редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного назначения, выпускаемые ведущими фирмами-производителями.

В таблице 1.1 приведены технико-экономические характеристики некоторых мотор-редукторов общемашиностроительного применения, выпускаемых ведущими фирмами-производителями.

Как видно из таблицы 1.1, наиболее компактным и имеющим низкие массогабаритные показатели является цевочный мотор-редуктор фирмы «Сумитомо». Однако высокая отпускная цена во многих случаях делает его неконкурентным по сравнению с двумя другими анализируемыми типами мотор-редукторов.

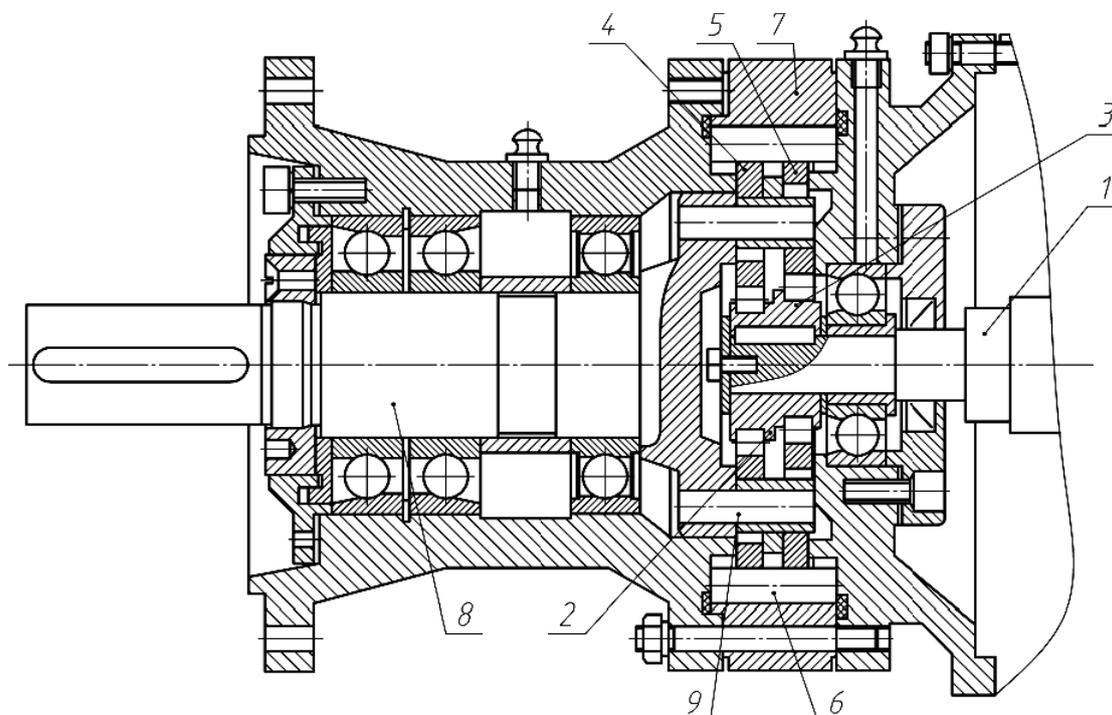
Наладить мелкосерийное производство цевочных мотор-редукторов удалось предприятию при Объединенном институте машиностроения АН РБ и фирме «Белробот» (г. Минск) [13]. Общий вид цевочного редуктора, выпускаемого указанным производителем, показан на рисунке 1.1.

Таблица 1.1 – Техничко-экономические характеристики мотор-редукторов

Тип мотор-редуктора	Предприятие, фирма-изготовитель	Передаточное отношение	Мощность двигателя, кВт	Габаритные размеры редуктора $D_{max} \times L_{max}$ , мм
CNHM-6110E	«Сумитомо»	25	2,2	150×131
AE-120	«Апекс Дайнамикс»	25	2,2	130×155,5
ЗМП-35,5М	НТЦ «Редуктор»	25	2,2	190×210

Продолжение таблицы 1.1

Тип мотор-редуктора	Масса, кг	КПД, %	Уровень шума, дБ	Момент на выходном валу, Н·м	Отпускная цена, долл.
CNHM-6110E	15	92	60	355	1 100
AE-120	8,7	94	63	330	800
ЗМП-35,5М	14	95	68	290	660



1 – вал электродвигателя; 2, 3 – эксцентрики; 4, 5 – сателлитные колеса; 6 – ролики; 7 – корпус; 8 – вал выходной

Рисунок 1.1 – Планетарный цевочный редуктор, выпускаемый предприятием при Объединенном институте машиностроения АН РБ

Принцип работы планетарного цевочного редуктора заключается в следующем. С вала электродвигателя 1 вращение передается на два эксцентрика 2 и 3, расположенных в противофазе. Эксцентрики 2 и 3 составляют вращательную пару с сателлитными колесами 4 и 5, наружные поверхности которых имеют циклоидальный зубчатый профиль. Сателлитные колеса 4 и 5 взаимодействуют с роликами 6, закрепленными в корпусе 7, и совершают плоскопараллельное движение. Вращение на выходной вал 8 снимается посредством пальцев 9, размещенных в отверстиях сателлитных колес.

Основные технико-экономические показатели цевочного мотор-редуктора приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Технико-экономические характеристики планетарного цевочного редуктора

Габаритные размеры $D \times L$ , мм	КПД, %	Уровень шума, дБ	Прогнозируемый ресурс работы, ч	Отпускная цена, долл.
155×190	85	65–72	10 000	350

Отпускная цена планетарного цевочного мотор-редуктора ниже, чем цены всех приведенных выше мотор-редукторов. Однако цевочный мотор-редуктор уступает по эксплуатационным показателям аналогам, что значительно снижает его конкурентоспособность.

Трудности с изготовлением и сборкой цевочного мотор-редуктора заключаются в необходимости обеспечения высокой точности обработки деталей. Это касается точности расположения цевок в корпусе передачи, отверстий в сателлите и точности изготовления сложных циклоидальных профилей зубьев сателлитов. Использование в цевочном редукторе высокопрочных, износостойких материалов также отрицательно сказывается на его отпускной цене.

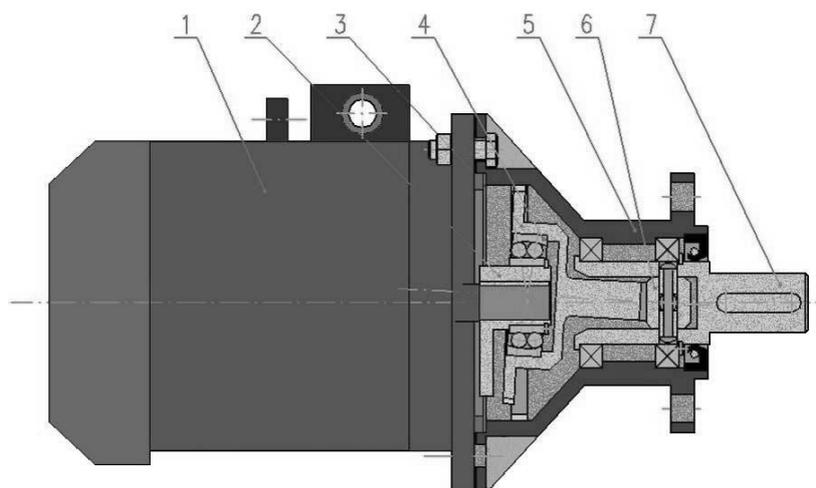
На протяжении многих лет делались попытки ухода от циклоидального зацепления в эксцентриковых редукторах путем его замены эвольвентным зацеплением [14–16]. Данное решение значительно повысило бы технологичность их конструкции. Однако трудности, связанные с обеспечением необходимого технического уровня эксцентриковых редукторов с эвольвентным зацеплением, до сих пор не устранены.

Таким образом, основной причиной, сдерживающей серийное производство различных типов редукторной техники, является техническая сложность данных изделий. Ведущие мировые фирмы-производители, благодаря наличию высокоточного и технологичного, но в то же время дорогостоящего оборудования, серийно выпускают редукторы различных типов, имеющие высокий технический уровень.

Выход из данного положения – это разработка редукторов на основе прогрессивных типов механических передач, способных создать конкуренцию редукторам, выпускаемым ведущими фирмами-производителями. Структурная схема прогрессивной механической передачи должна создать редуктору конструктивные и технологические преимущества перед серийно выпускаемыми аналогами [17–19].

Опыт проектирования и изготовления механических передач различных типов позволил сотрудникам лаборатории по прецессионным передачам Белорусско-Российского университета сделать предположение о том, что для создания редукторов с высоким техническим уровнем на основе деталей с приемлемой для обычного производства точностью изготовления необходимо, чтобы создаваемые редукторы сочетали в себе одновременно редуцирующие функции и функции компенсирующей муфты [8].

Создание такого редуктора стало возможно на базе планетарной прецессионной передачи (ППП) типа К-Н-V [20, 21], структурная схема которой изображена на рисунке 1.2.



1 – двигатель; 2 – эксцентрик; 3 – сателлит; 4 – подшипник; 5 – корпус; 6 – муфта; 7 – вал выходной

Рисунок 1.2 – Структурная схема планетарной прецессионной передачи типа К-Н-V

Планетарная прецессионная передача относится к типу эксцентриковых передач. Эксцентриковые передачи привлекают к себе внимание, прежде всего, возможностью реализовать широкий диапазон передаточных отношений при малых габаритных размерах. Существенный вклад в развитие эксцентриковых передач внесли А. Т. Скойбеда, М. Ф. Пашкевич, В. Л. Басинюк, И. А. Бостан, В. Е. Дулгеру, В. И. Безруков, Б. А. Лопатин, Р. М. Игнатищев, Н. Г. Янкевич, Л. А. Борисенко.

ППП, как все эксцентриковые передачи, малогабаритна, имеет простую структуру, возможность трансформировать вращение с большими значениями передаточных отношений на одной ступени.

Рассмотрим некоторые структурные особенности ППП, позволившие реализовать в прецессионном редукторе редуцирующие функции и функции компенсирующей муфты.

Во-первых, в конструкции передачи используется угловая муфта 6. Она позволяет снять вращение с совершающего сферическое движение сателлита, компенсировать неточности расположения выходного вала, вызванные погрешностями изготовления, а также контактными и упругими деформациями контактирующих звеньев.

Во-вторых, использование на кривошипном валу сферического подшипника 4 также способствует компенсации взаимных погрешностей между входным и выходным валом, что позволяет расширить поля допусков на некоторые размеры деталей редуктора без ущерба, касающегося его функциональных возможностей.

Но самой важной особенностью ППП, позволяющей реализовать в конструкции прецессионного редуктора функции компенсирующей муфты, является бочкообразная форма зубьев сателлита 3. Неточность контактного взаимодействия наружных бочкообразных зубьев сателлита и внутренних зубьев центрального колеса, вызванная погрешностями изготовления и контактными деформациями звеньев, не приводит к существенному ухудшению условий работы прецессионного зацепления.

Благодаря созданному программному обеспечению с использованием компьютерных моделей стало возможно определение таких основных выходных показателей прецессионных редукторов, как кинематическая погрешность вращения выходного вала, КПД, коэффициент перекрытия зацепления и коэффициент относительного скольжения. Были установлены значения реакций в опорных элементах, а также исследовано напряженно-деформированное состояние звеньев ППП [22–31].

Большой объем экспериментальных исследований прецессионных редукторов был проведен на стенде кафедры «Технология машиностроения» Белорусско-Российского университета. На РУП «Могилевский завод «Электродвигатель» было изготовлено, испытано и реализовано около 50 различных типоразмеров редуцирующих устройств. Там же были измерены виброакустические показатели прецессионных редукторов и определялись значения их КПД, нагрузочной способности, проводились ресурсные испытания.

Однако ранее на всех этапах исследований использование в конструкции прецессионного редуктора пространственно-модифицированных зубьев приводило к значительным технологическим усложнениям, т. к. приходилось применять специальные станочные приспособления к зуборезным станкам [32, 33]. Это не только повышало отпускную цену прецессионного редуктора, но и делало невозможным обеспечение требуемой точности обработки зубьев сателлита по причине наличия большого количества звеньев в приспособлении, а также недостатков конструкции самого приспособления. Попытки использования в прецессионном зацеплении зубьев сателлита с упрощенными профилями приводили к ухудшению эксплуатационных показателей прецессионных редукторов [34].

Таким образом, технологические трудности, связанные с процессом изготовления бочкообразных зубьев сателлита, а также невозможность получения необходимых выходных показателей редукторов по причине трудностей с обеспечением требуемой точности изготовления зубьев сателлита являлись основными сдерживающими факторами для освоения серийного производства прецессионных редукторов.

### ***1.2 Технологии формообразования пространственно-модифицированных зубьев сателлита планетарных прецессионных передач***

Как уже было сказано, пространственно-модифицированные зубья сателлита прецессионных редукторов можно изготовить на универсальном оборудовании с использованием специальных приспособлений. Принцип работы специальных приспособлений основан на схеме формообразования, описанной в [35].

Но прежде чем перейти к описанию процесса формообразования зубьев, определимся с некоторыми понятиями, необходимыми для изучения этого процесса. К ним относятся: формообразующий и формообразуемый зубчатый профиль, а также пространственно-модифици-

рованные зубья с теоретически точными и упрощенными профилями.

Формообразующий зубчатый профиль – это профиль, который положен в основу образования зацепления будущей ППП [36, 37]. Геометрия этого профиля задается изначально. Задать формообразующий зубчатый профиль – это значит определиться с его формой, геометрическими параметрами и расположением в пространстве относительно оси вращения формообразуемого профиля. В случае ППП за формообразующий зубчатый профиль может быть выбран или профиль внутренних зубьев центрального колеса, или профиль наружных зубьев сателлита. Руководствуясь технологическими соображениями, за формообразующий профиль рекомендуется выбирать профиль внутренних зубьев центрального колеса.

Выбор геометрии формообразующего профиля осуществляется в процессе оптимизации зацепления по различным критериям, а также в соответствии с технологическими возможностями изготовления сопряженных профилей зубьев зацепления. Наиболее применимыми из технологических соображений в качестве формообразующего профиля являются эвольвентный и круговой зубчатые профили.

Формообразуемый зубчатый профиль – это профиль, который полностью зависит от формы формообразующего зубчатого профиля, а также от соотношения движений при осуществлении процесса формообразования. Ниже формообразуемый зубчатый профиль будем называть теоретически точным профилем.

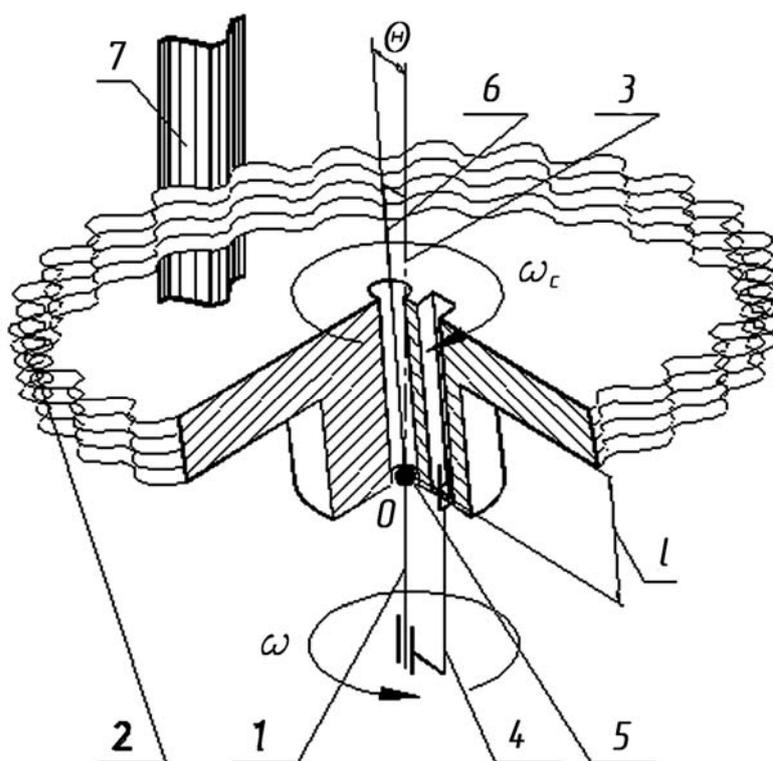
Понятия теоретически точного профиля пространственно-модифицированных зубьев сателлита от упрощенного профиля отличаются способом формообразования зубьев.

Теоретически точные профили зубьев сателлита получаются в том случае, если зубья сателлита формируются в результате обработки зубьями инструмента, профиль которого совпадает с профилем зубьев центрального колеса планетарной прецессионной передачи. При этом заготовка зубчатого изделия совершает все те движения, которые оно совершало бы при работе в планетарной прецессионной передаче. В результате взаимодействия поверхностей зубьев формообразующего центрального колеса и теоретически точных профилей зубчатого изделия образуется полносопряженное теоретически точное зацепление.

Пространственно-модифицированные зубья с упрощенными профилями получаются, когда их поверхности образуются стандартными способами зубообработки, т. е. при их обработке используется стандартный зуборезный инструмент. Полученные этими способами профили

зубьев изделия, благодаря использованию методов компьютерного моделирования и технологическим возможностям различного рода модификаций зуба, должны быть максимально приближенными к теоретически точным профилям зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи. При взаимодействии поверхностей зубьев центрального формообразующего колеса и зубьев изделия с упрощенным профилем образуется так называемое приближенное зацепление.

Ниже приведено описание процесса формообразования теоретически точных зубьев сателлита (рисунок 1.3). В основу формообразующего профиля схемы, изображенной на рисунке 1.3, положен зубчатый эвольвентный профиль, выполненный на внутренней цилиндрической поверхности центрального колеса 7, которое является одновременно формообразующим инструментом. При вращении ведущего вала (кривошипа) 1 с угловой скоростью  $\omega$  заготовка 2 совершает колебательное (прецессионное) движение относительно оси 3.



1 – ведущий вал (кривошип); 2 – заготовка; 3 – ось вращения кривошипа; 4 – вилка; 5 – палец; 6 – ось вращения сателлита; 7 – центральное колесо

Рисунок 1.3 – Схема формообразования зубьев сателлита ППП

Одновременно заготовке 2 с помощью вилки 4 и пальца 5 придается вращательное движение вокруг оси 6 с угловой скоростью  $\omega_c$ , которая вычисляется по следующей формуле:

$$\omega_c = \omega / i_1, \quad (1.1)$$

где  $i_1$  – передаточное отношение между ведущим валом 1 и сателлитом 2:

$$i_1 = 1 / \left( 1 - \frac{z_1}{z_2} \right), \quad (1.2)$$

где  $z_1$  – количество зубьев формообразующего центрального колеса 7;

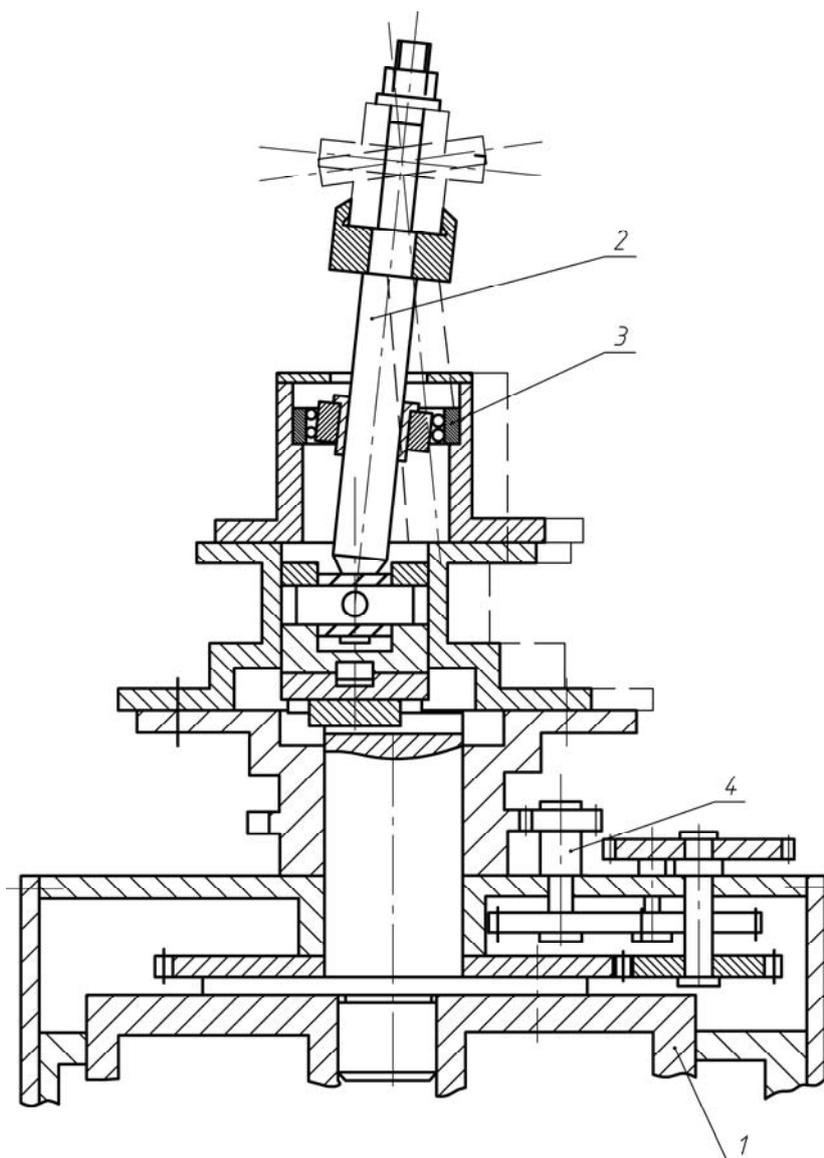
$z_2$  – количество зубьев формообразуемого профиля заготовки сателлита 2.

Таким образом, придавая заготовке сателлита 2 указанные движения, формообразующие зубья центрального колеса 7 на наружной поверхности заготовки образуют пространственно-модифицированные теоретически точные зубья сателлита.

На основе вышеприведенной схемы формообразования были созданы различные конструкции приспособлений к зуборезным станкам [32, 33, 38]. Первое из рассматриваемых в данном подразделе станочных приспособлений [38], реализующих вышеуказанную схему формообразования, показано на рисунке 1.4.

Это устройство размещено на столе 1 станка и содержит оправку 2, шарнирно связанную со столом посредством механизма качания ее оси по конической траектории. Механизм качания выполнен в виде трех обойм, одна из которых установлена соосно столу станка 1, а две другие шарнирно соединены с оправкой 2 и установлены эксцентрично друг другу и столу.

В отверстии крайней обоймы размещены сферические опоры 3. Для осуществления процесса обработки пространственно-модифицированных зубьев необходимы две гитары сменных шестерен: в конструкции самого устройства и в цепи деления станка. Эти гитары выполняют две различные функции. Одна гитара выполняет роль согласования движений инструмента и заготовки для осуществления процесса обкатки; другая гитара сменных шестерен 4, предусмотренная в конструкции самого устройства, – роль согласования вращений оправки относительно собственной оси и качание оси оправки по конической траектории.

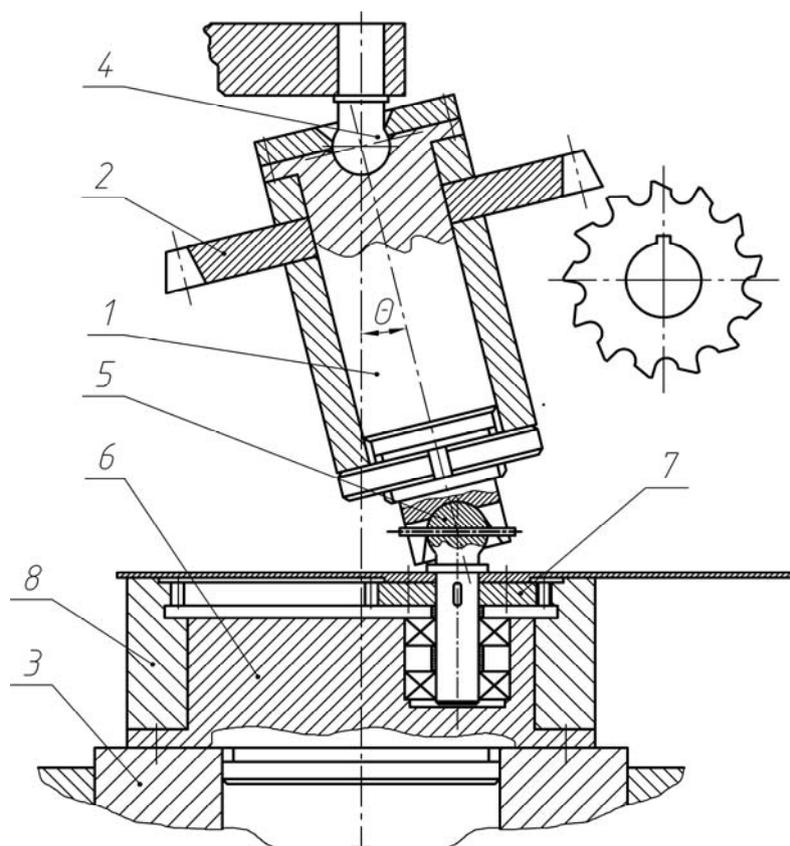


1 – стол станка; 2 – оправка; 3 – сферический подшипник; 4 – гитара сменных шестерен

Рисунок 1.4 – Общий вид приспособления к зуборезному станку для обработки теоретически точных зубьев сателлита ППП

Наличие дополнительной гитары сменных шестерен в системе устройства создает неудобства, среди которых основными являются: необходимость настройки приспособления наряду с настройкой станка на требуемое передаточное отношение; громоздкость приспособления и связанные с этим трудности его установки на стол станка; необходимость наличия сменных шестерен для гитары приспособления.

Упростить конструкцию описанного выше приспособления позволяет приспособление, схема которого показана на рисунке 1.5 [32].



1 – оправка; 2 – заготовка; 3 – стол станка; 4, 5 – универсальные шарниры; 6 – водило; 7 – сателлит устройства; 8 – центральное зубчатое колесо устройства

Рисунок 1.5 – Приспособление для обработки пространственных зубьев сателлита ППП для зубофрезерного станка

Принцип его работы основан также на схеме формообразования, изображенной на рисунке 1.3.

Приспособление работает следующим образом. Вращение стола станка 3 передается водилу, которое перемещает ось универсального шарнира 5 по круговой траектории с центром на оси стола станка 3. При этом сателлит 7, входящий в зацепление с центральным зубчатым колесом 8, вращается относительно собственной оси в сторону, противоположную вращению стола станка 3. Вращение универсального шарнира 5 передается на оправку 1 под углом нутации  $\theta$ . В результате оправка 1 совершает следующие движения: вращение относительно собственной оси благодаря вращению сателлита 7, качание по конической траектории (прецессионное движение) благодаря вращению центра шарнира 5 по окружности с центром на оси стола станка 3.

В рассматриваемом приспособлении функцию согласования вращения оправки относительно собственной оси и качание оси оправки по конической траектории выполняет механизм планетарной передачи, который и сообщает оправке упомянутые движения. При этом гитара сменных шестерен заменяется планетарной передачей, которая одновременно выполняет функции механизма качания оси оправки по конической траектории. Преимуществом данного приспособления перед вышерассмотренной его конструкцией является то, что в нем предусмотрена жесткая, точная и легко осуществимая фиксация вершины конической траектории оправки при помощи универсального шарнира. Данный шарнир, закрепленный на станке (при зубофрезеровании – в контрподдержке станка), облегчает установку и настройку устройства, а также повышает его жесткость при работе.

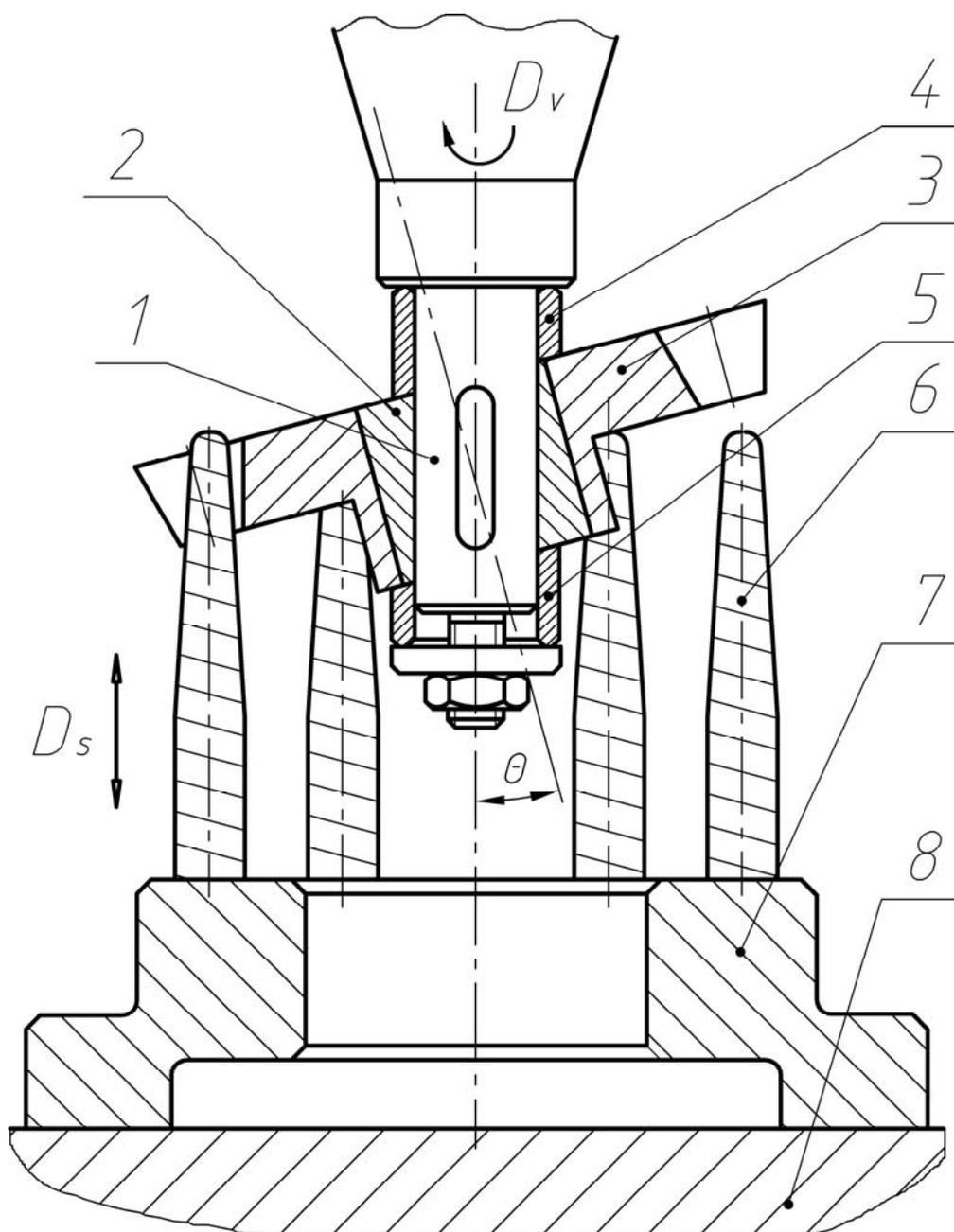
Недостатком описанного выше способа формообразования бочкообразных зубьев сателлита прецессионного редуктора является также сложность конструкции устройства, необходимость обеспечения высокой точности его изготовления и сборки.

При обработке зубьев сателлита на двух вышеприведенных приспособлениях возникает погрешность, вызванная применением угловой муфты, изготовленной в виде шарнира Гука. Передача вращения в конструкции приспособления с помощью шарнира Гука приводит к возникновению угловых колебаний оправки приспособления, следовательно, к возникновению неустраняемой погрешности изготовления зубьев сателлита.

Минимизировать значения погрешностей изготовления зубьев сателлита вышеописанных приспособлений позволит использование специального приспособления к вертикально-фрезерному станку, изображенного на рисунке 1.6 [33]. Данное приспособление дает возможность получать теоретически точные зубья сателлита путем доработки на нем зубьев, предварительно образованных широко применяемыми способами зубообработки.

Приспособление работает следующим образом. Оправка 1, закрепленная с помощью цангового патрона в шпинделе станка, передает вращение косоугольной втулке 2. Благодаря угловому смещению наружной и внутренней цилиндрических поверхностей втулки 2 ось колеса 3 совершает прецессионное движение. Предварительно нарезанные на зуборезном (зубофрезерном или зубодолбежном) оборудовании зубья прецессионного колеса 3 входят в зацепление с инструментами 6, что заставляет прецессионное колесо 3 совершать, кроме прецессионного

движения, вращательное движение вокруг своей оси. Эти два движения составляют рабочие движения резания. Наличие конической части на инструментах 6 позволяет осуществлять радиальную подачу данных инструментов по мере осевого перемещения заготовки сателлита сверху вниз.



1 – оправка; 2 – косая втулка; 3 – прецессионное колесо; 4, 5 – косые шайбы; 6 – инструменты; 7 – основание; 8 – стол станка

Рисунок 1.6 – Общий вид приспособления для обработки пространственных зубьев сателлита ППП

К недостаткам рассматриваемого приспособления следует отнести то, что на нем невозможно обрабатывать пространственные зубчатые профили колес различных типоразмеров. Изготавливать же специально для определенного типоразмера зубчатого колеса конкретное приспособление при условиях единичного и мелкосерийного производства экономически нецелесообразно. Процесс получения зубьев сателлита с помощью рассматриваемого приспособления является трудоемким, т. к. обработка бочкообразных зубьев производится в два этапа. Первый этап – нарезание зубьев на обычном зуборезном оборудовании; второй – доработка предварительно нарезанных зубьев на описанном выше приспособлении.

Таким образом, все рассмотренные способы получения теоретически точных зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи, использующие схему формообразования, показанную на рисунке 1.3, являются конструктивно сложными и низкопроизводительными. При этом при изготовлении с их помощью зубьев сателлита возникают проблемы с обеспечением требуемой точности изготовления по причине большого количества звеньев в кинематических цепях.

Ниже рассмотрены способы формообразования пространственно-модифицированных зубьев, на основе которых возможно создание более простых по конструкции приспособлений.

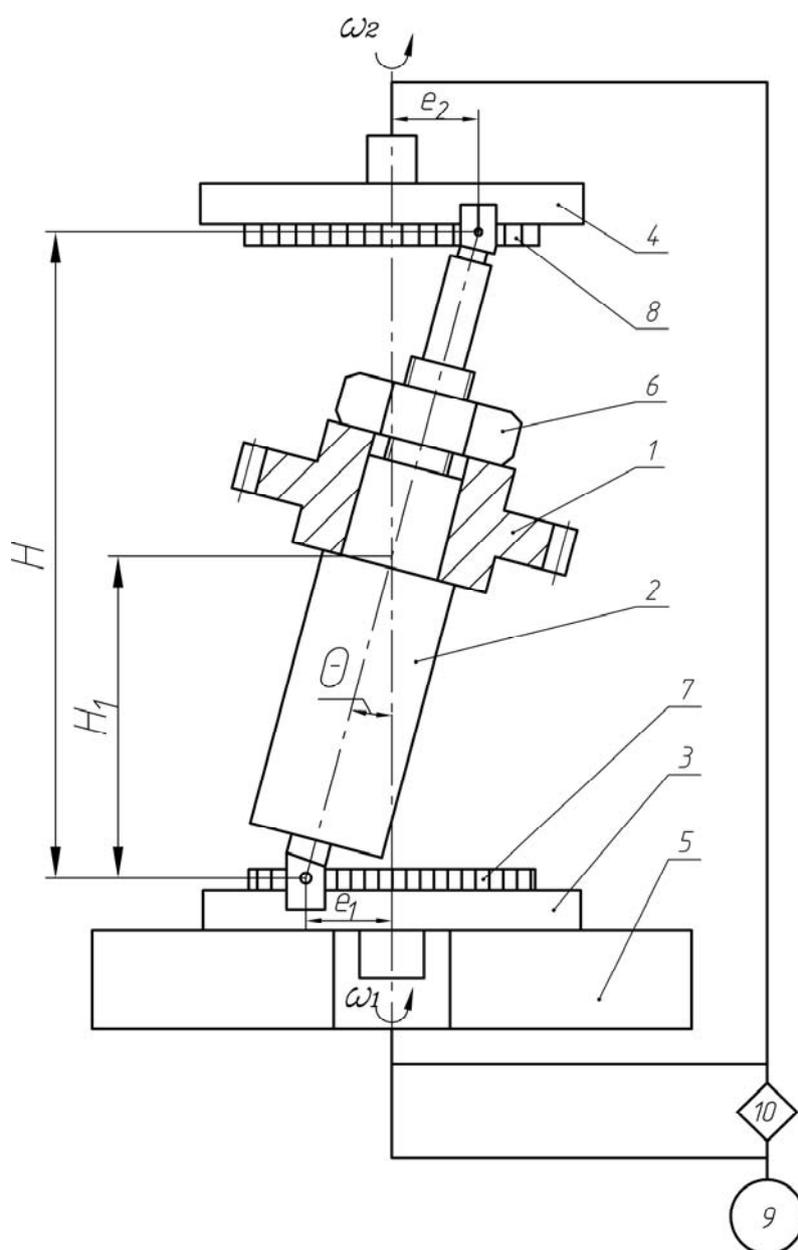
### ***1.3 Способы обработки пространственно-модифицированных зубьев колес***

Анализ различных изделий с пространственно-модифицированными зубьями позволил установить, что наиболее близкими по профилю к зубьям сателлита планетарной прецессионной передачи являются зубья зубчатых муфт, т. е. процесс обработки бочкообразных зубьев колес зубчатых муфт может быть использован для получения зубьев сателлита планетарных прецессионных передач. Ниже рассмотрены несколько способов обработки бочкообразных зубьев колес, применяемых в зубчатых муфтах.

На рисунке 1.7 показана схема устройства для реализации первого способа обработки бочкообразных зубьев [39].

Устройство работает следующим образом. Необходимые согласованные угловые перемещения заготовки зубчатого изделия 1, закрепленной на поворотном звене 2, сообщаются при помощи кулачков 3 и 4. Все устройство смонтировано на столе 5, а заготовка 1 закрепляется на поворотном звене 2 крепежной гайкой 6. Необходимые для установки угла

дворота  $\theta$  эксцентриситеты  $e_1$  и  $e_2$  настраиваются по шкалам установки эксцентриситетов 7 и 8, предварительно сориентированных в одном направлении, а сами дополнительные согласованные вращения осуществляются от привода 9 при помощи дополнительной гитары скоростей 10. Заготовка 1 находится в зацеплении с инструментом и участвует в обкаточном вращении.



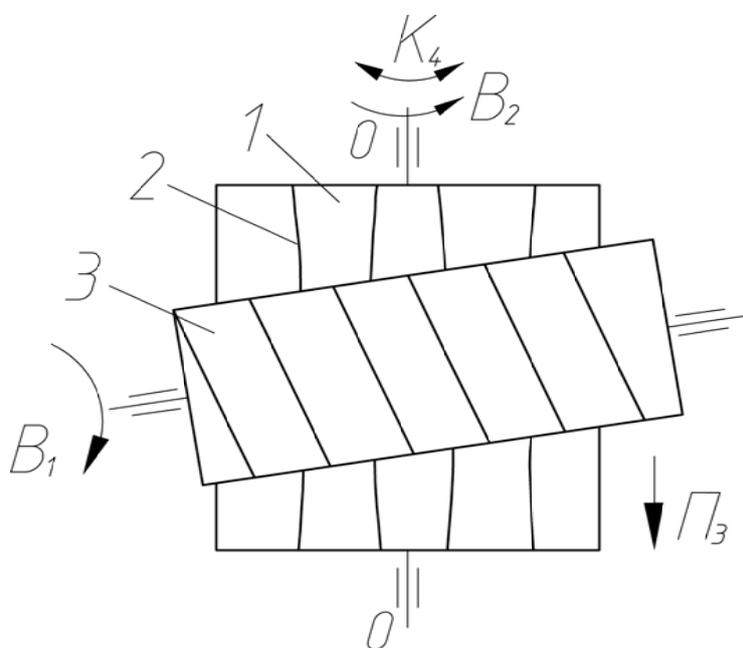
1 – заготовка зубчатого изделия; 2 – поворотное звено; 3, 4 – кулачки; 5 – стол; 6 – гайка; 7, 8 – шкалы установки эксцентриситетов; 9 – привод; 10 – гитара скоростей

Рисунок 1.7 – Схема устройства для обработки бочкообразных зубьев

Дополнительно ей сообщаются угловые согласованные перемещения, осуществляемые вращением вокруг ее продольной оси с угловой скоростью  $\omega_3$  и вокруг оси обката с угловой скоростью  $\omega_1$ . Доворот вокруг оси, лежащей в плоскости центрального поперечного сечения зубчатого венца, заготовки 1 на угол  $\Theta$  постоянно воспроизводится в процессе обработки благодаря настроенным эксцентриситетам  $e_1$  и  $e_2$ . Угловые скорости вращения  $\omega_1$  и  $\omega_3$  равны по величине и противоположно направлены, а угол доворота  $\Theta$  равен допустимому углу компенсации перекоса осей зубчатого изделия.

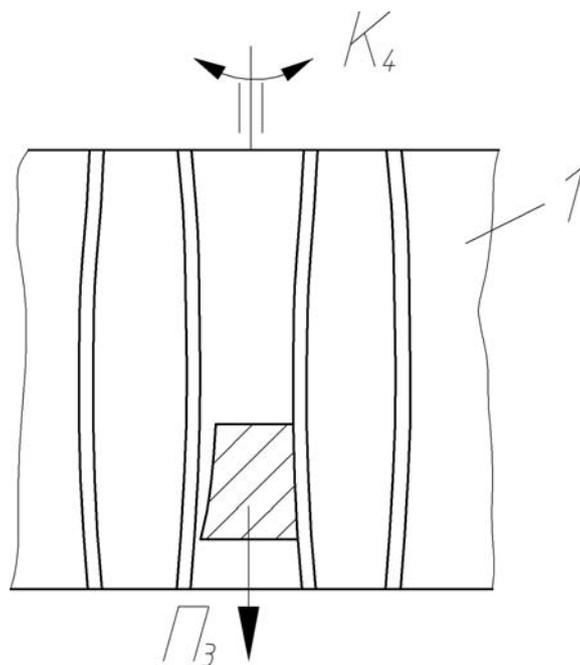
Ниже рассматривается второй способ, реализующий возможность получения бочкообразных зубьев изделий зубчатых муфт. Согласно этому способу [40] нарезание профилей изделий с бочкообразной формой зуба производится червячной фрезой, вращающейся вокруг своей оси согласованно с вращением обрабатываемой заготовки. Заготовке сообщают движение формообразования «бочки», которое задают в виде колебательного движения с переменной амплитудой вокруг оси колеса, совмещенное с вращением последнего.

На рисунке 1.8 изображено относительное расположение фрезы 3 и заготовки изделия 1; на рисунке 1.9 – схема образования бочкообразной формы зубьев заготовки изделия.



1 – заготовка; 2 – бочкообразные зубья; 3 – фреза

Рисунок 1.8 – Относительное расположение фрезы и заготовки изделия при обработке бочкообразных зубьев



1 – заготовка

Рисунок 1.9 – Схема образования бочкообразной формы зубьев заготовки изделия

Для обработки на заготовке 1 бочкообразных зубьев 2 используют режущий инструмент 3, например червячную фрезу. В процессе обработки заготовке 1 и инструменту 3 сообщают взаимосвязанные движения, обеспечивающие профилирование зубьев по методу обкатки, т. е. движение вращения инструмента  $V_1$  и вращение колеса  $V_2$ . Для обработки зубьев по длине инструменту 3 сообщают также движение подачи  $P_3$  вдоль оси колеса 1. Для образования бочкообразной формы зубьев колесу 1 сообщают также колебательное движение  $K_4$ , функционально связанное с движением  $P_3$  и совмещенное с вращением  $V_2$ , т. е. амплитуду колебательного движения  $K_4$  непрерывно изменяют, поэтому ширина впадины между ними переменна в соответствии с заданной формой бочкообразности зубьев. Скорости остальных движений задают исходя из режимов резания.

Амплитуда колебательного движения максимальна у торцов зуба, при этом при перемещении инструмента вдоль зуба амплитуда колебательного движения уменьшается, а на половине длины зуба равна нулю. Закон изменения амплитуды между ее предельными значениями определяется формой зубьев по длине.

Таким образом, формообразование бочкообразных зубьев, согласно предлагаемому способу, достигается в результате наложения на равномерное вращательное движение  $B_2$  колеса вокруг оси  $OO$  колебательного движения  $K_4$  вокруг этой же оси, причем траектории движений  $B_2$  и  $K_4$  совмещены и их выполняет один элемент – колесо. Поэтому практически в станке оба этих движения осуществляет один несущий колесо исполнительный орган – стол станка, совершающий результирующее неравномерное вращение. В результате отпадает необходимость в дополнительном исполнительном органе, что упрощает кинематику формообразования.

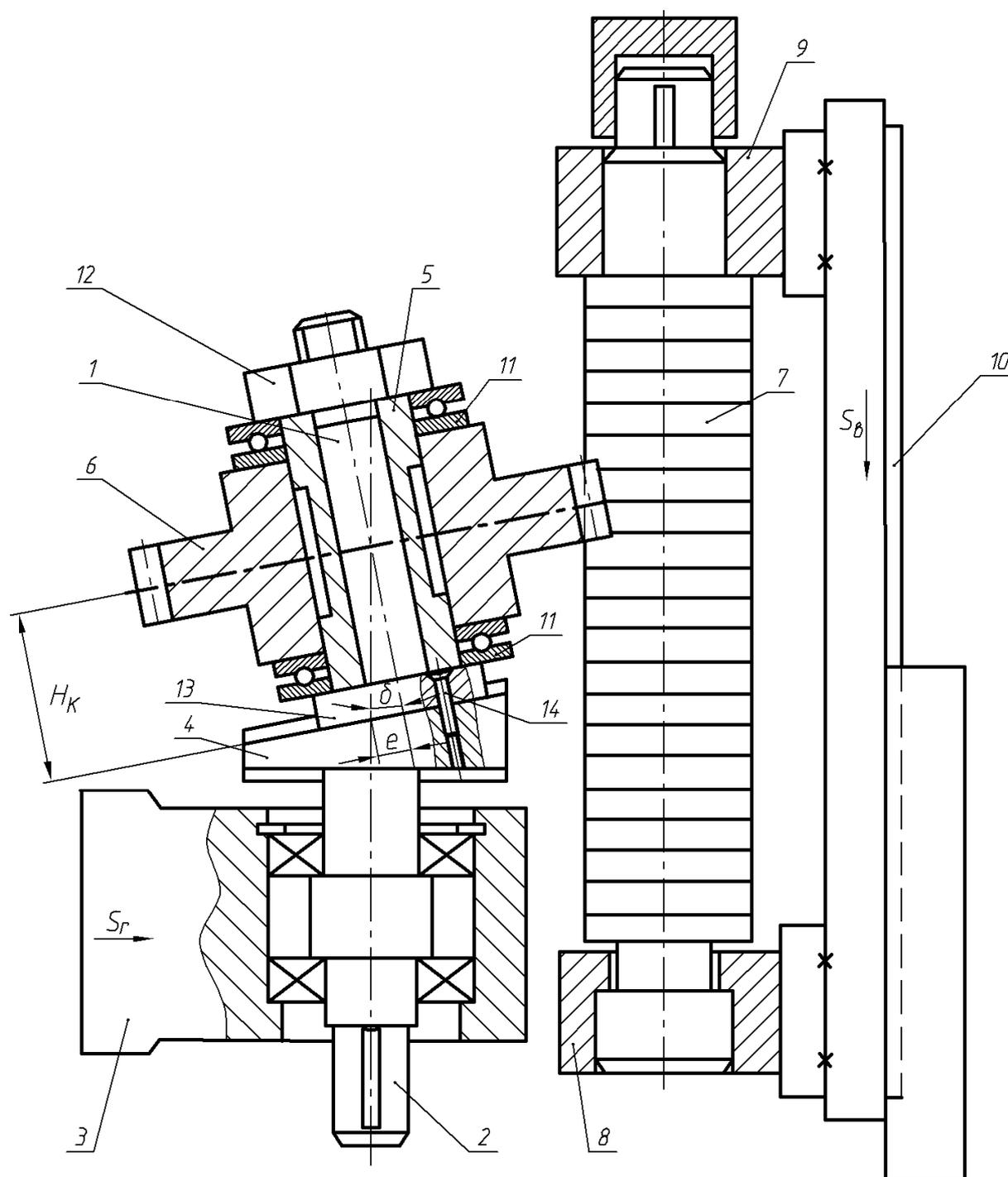
Недостатком описанных выше двух способов обработки бочкообразных зубьев зубчатых муфт является необходимость создания в кинематике станка дополнительных кинематических цепей, осуществляющих взаимосвязи между основными и колебательными движениями заготовки.

Упростить процесс получения бочкообразных зубьев позволяют два представленных ниже способа обработки бочкообразных зубьев. На рисунке 1.10 показана схема устройства [41], реализующего первый из данных способов.

Устройство содержит механизм качания по конусу, имеющий оправку 1, установленную под углом к валу 2 суппорта 3 посредством настроечного элемента, например клина 4, с возможностью радиального перемещения относительно суппорта 3. На оправке 1 размещена втулка 5. Зубчатое изделие 6 (например, втулка зубчатой муфты) находится в зацеплении с зубчатым инструментом – протяжкой 7, зацепленной между двумя балками – передней 8 и задней 9, которые крепятся на вертикальных салазках 10. При этом изделие 6 размещено на втулке 5 в упорных подшипниках 11 при помощи гаек 12, а оправка 1 закреплена в пазу клина 4 с эксцентриситетом относительно оси вала 2 при помощи сменных упоров 13, прикрепленных к клину 4 винтами 14.

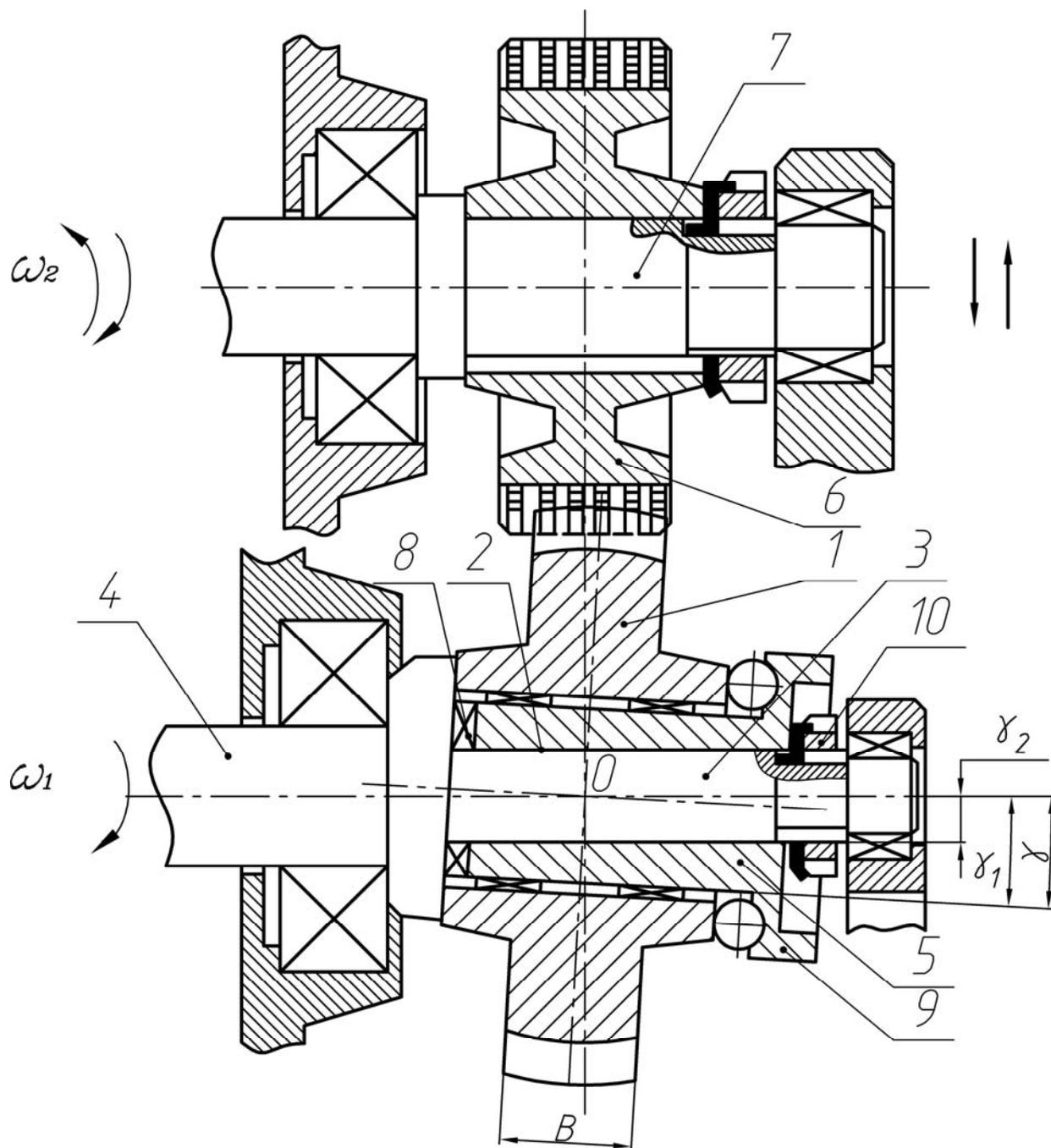
Второе устройство [42], использующее в качестве инструмента шевер, показано на рисунке 1.11.

Обработка бочкообразных зубьев сферического зубчатого изделия 1, продольная ось которого установлена под углом к оси обката с пересечением в плоскости центрального поперечного сечения зубчатого венца, осуществляется в условиях согласованных угловых перемещений.



1 – оправка; 2 – вал приводной; 3 – суппорт; 4 – клин; 5 – втулка; 6 – зубчатое изделие; 7 – протяжка; 8 – передняя балка; 9 – задняя балка; 10 – салазки; 11 – упорные подшипники; 12 – гайка; 13 – сменные упоры; 14 – винты

Рисунок 1.10 – Схема устройства для обработки бочкообразных зубьев без использования дополнительных кинематических цепей



1 – зубчатое изделие; 2 – кривошип; 3 – наклонный валик; 4 – вал; 5 – кривошипная втулка; 6 – инструмент (шевер); 7 – вал инструмента; 8 – кулачки; 9 – маховик; 10 – гайка

Рисунок 1.11 – Устройство для получения бочкообразных зубьев

Зубчатое изделие 1, свободно установленное на кривошипе 2, состоящем из наклонного валика 3, жестко связанного с валом 4, и кривошипной втулки 5, зацепляется с инструментом 6 (шевером), установленным жестко на валу 7 и выполненным с возможностью

радиального перемещения. Кривошипная втулка 5 связана с наклонным валиком 3 посредством, например, торцовых кулачков 8. Поворот втулки относительно наклонного валика 3 проводится с помощью маховика 9, предварительно отвинчивая гайку 10 и смещая втулку 5 в осевом направлении. Кривошипная втулка 5 и наклонный валик 3 выполнены, соответственно, с углами наклона  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ .

С помощью этих углов устройство настраивается на получение нужного радиуса бочкообразности. Малые радиусы бочкообразности получают при  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ , а большие – при  $\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$ . Кроме того, с помощью валика 3 и втулки 5 при их относительном повороте обеспечивается настройка устройства на промежуточный угол наклона оси изделия (промежуточный радиус бочкообразности).

Вал 4 вращают с угловой скоростью  $\omega_1$ , которая превращается в сферическое движение зубчатого изделия 1 вокруг неподвижной точки  $O$ . Вал 7, на котором жестко установлен инструмент 6 (шевер), вращают с угловой скоростью  $\omega_2$ . Шевер 6, вращаясь вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega_1$ , заставляет зубчатое изделие 1 вращаться вокруг своей оси с такой же скоростью, одновременно совершая сферическое движение от вращения вала 4. В результате сферического движения точки зубьев изделия 1 совершают осевые перемещения по радиусу, соответствующему углу наклона оси зубчатого изделия относительно зубьев шевера 6, осуществляя процесс снятия стружки с поверхности зубьев обрабатываемого изделия 1.

Реализация двух последних способов обработки бочкообразных зубьев возможна лишь в случае наличия на обрабатываемой заготовке предварительно нарезанных зубьев. Таким образом, весь процесс получения зубьев складывается из двух операций (предварительное и чистовое нарезание). Это делает процесс получения бочкообразных зубьев нетехнологичным.

Как видно из приведенного выше анализа различных способов формообразования бочкообразных зубьев, ни один из них в полной мере не отвечает критерию технологичности изготовления зубчатых венцов сателлита ППП.

В связи с вышесказанным проблема разработки технологичных способов формообразования пространственно-модифицированных зубьев сателлита является актуальной.

Следующим шагом к повышению технологичности изготовления сателлита планетарной прецессионной передачи является использование при обработке зубьев упрощенных профилей.

#### ***1.4 Основные направления совершенствования способов формообразования зубьев сателлита прецессионных редукторов***

Ранее были предложены способы для изготовления теоретически точных зубьев сателлита с помощью приспособлений, разработанных на основе схемы, изображенной на рисунке 1.3. Ввиду значительных погрешностей изготовления зубьев сателлита на данных приспособлениях технический уровень прецессионных редукторов, использующих в зацеплении полученные таким образом зубья, был достаточно низок.

Упростить процесс формообразования зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи возможно, применив так называемые способы формообразования пространственно-модифицированных зубьев с использованием упрощенных профилей.

Как уже было сказано выше, зубья сателлита ППП с упрощенными профилями – это зубья, изготовление которых возможно на обычном зубообрабатывающем оборудовании с использованием стандартного зуборезного инструмента.

Идея использования зубьев с упрощенными профилями возникла после создания и анализа поверхностей теоретически точных компьютерных моделей зубьев сателлита.

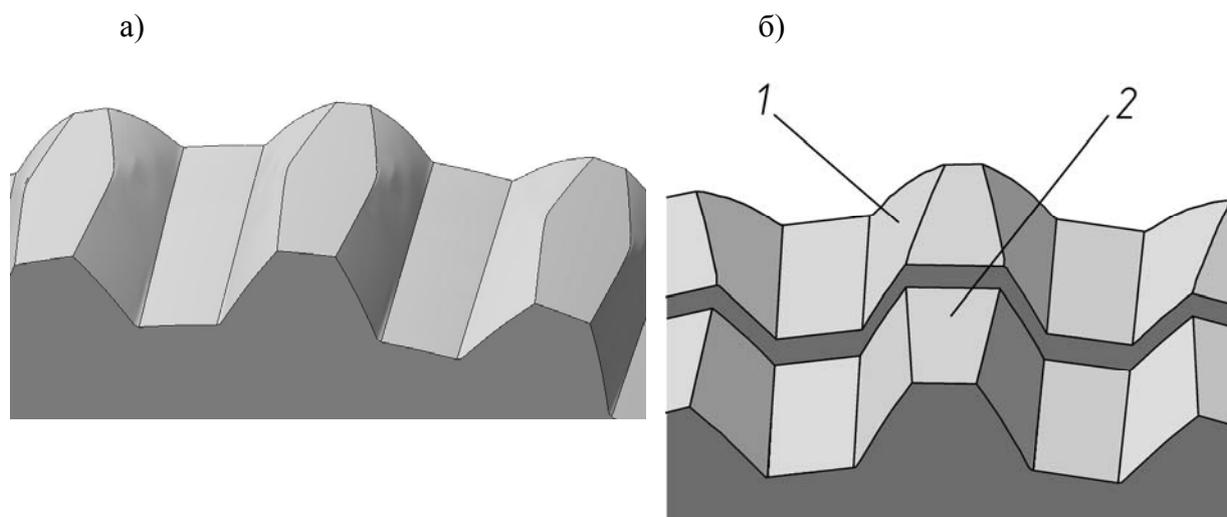
На рисунке 1.12, *а* показана компьютерная модель поверхности теоретически точного зуба сателлита, образованного эвольвентными зубьями центрального формообразующего колеса.

Визуальный анализ компьютерной модели теоретически точного зуба, изображенной на рисунке 1.12, *а*, позволяет сделать вывод, что одна часть поверхности зуба имеет сложную пространственно-модифицированную поверхность, другая – представляет собой эвольвентную коническую поверхность с малым углом конуса.

На рисунке 1.12, *б* представлены две указанные части поверхности зубьев сателлита, разделенные друг от друга.

В [20, 21, 36] доказано, что для получения более высоких значений КПД и повышения плавности работы необходимо использовать именно вторую часть зуба, имеющую эвольвентную коническую поверхность (см. рисунок 1.12, *б*).

Так как коническая поверхность зуба сателлита имеет малый угол конусности, было предложено заменить его на обычный эвольвентный зуб, т. е. была высказана идея использования в прецессионном зацеплении обычных эвольвентных зубьев центрального колеса и сателлита, изготовленных традиционными способами обработки [34, 43].



а – компьютерная модель поверхности теоретически точного зуба сателлита; б – разделенный на две части зуб; 1 – часть поверхности, имеющая сложную пространственно-модифицированную форму; 2 – часть поверхности, представляющая собой эвольвентную коническую поверхность с малым углом конуса

Рисунок 1.12 – Общий вид компьютерной модели теоретически точной поверхности зуба сателлита

Отличительными особенностями расчета таких эвольвентных зубьев от зубьев обычной эвольвентной цилиндрической передачи является их уменьшенная высота (высота зуба берется равной значению модуля), а также нарезания зубьев сателлита с использованием значительных коэффициентов смещения исходного контура инструмента ( $\xi \geq 3$ ).

Следует отметить, что эвольвентные зубья, полученные традиционными способами зубообработки, ранее использовались в разработанных на базе ППП конструкциях ручных и электрических лебедок [41–45], а также в редукторах для привода контактных разъединителей, применяемых на электрифицированных участках железной дороги. Однако эксплуатационные показатели прецессионных редукторов с эвольвентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки, находились на относительно низком уровне. Их применение в приводах контактных разъединителей стало возможным лишь только по причине невысоких требований данного привода к выходным показателям встраиваемых в их конструкцию редукторам.

Учитывая то, что применение эвольвентных зубьев, полученных традиционными способами зубообработки, в зацеплении ППП являлось единственным, внедренным в производство способом обработки зубьев

сателлита, обеспечивающим работу прецессионных редукторов, поэтому в дальнейшем данный способ обработки зубьев сателлита будем рассматривать как базовый, т. е. эксплуатационные показатели прецессионных редукторов с эвольвентными зубьями сателлита являются исходной точкой для сравнительного анализа эксплуатационных показателей прецессионных редукторов, создаваемых на основе новых способов обработки зубьев сателлита.

Для проведения сравнительного анализа эксплуатационных показателей прецессионных редукторов были предложены три способа формообразования зубьев сателлита, базирующиеся на использовании упрощенных профилей:

1) изготовление зубьев сателлита на основе использования способа двойного рабочего хода [49];

2) обработка зубьев сателлита способом конического зубофрезерования;

3) формообразование зубчатых венцов зацепления ППП на основе использования в качестве зубчатого венца центрального колеса конических роликов и зубьев сателлита, представляющих собой зубья звездочки цепной передачи [50].

Кратко раскроем сущность каждого из новых предложенных способов формообразования зубьев сателлита с использованием упрощенных профилей.

Первый способ, так называемый способ двойного рабочего хода, не требует применения при нарезании никакой технологической оснастки. Вначале на заготовке сателлита производится нарезание левых косых зубьев с необходимым углом наклона, а затем осуществляется перенастройка оборудования и нарезание косых зубьев с правым углом наклона.

Второй предложенный способ – способ конического зубофрезерования, заключается в обычном нарезании зубьев червячной фрезой, однако при этом осуществляется радиальная подача инструмента, обеспечивающая коническую форму зубьев сателлита [51].

Нарезание зубьев сателлита третьим способом представляет собой процесс обработки зубьев звездочки цепной передачи. Применение профиля звездочки цепной передачи в качестве профиля зуба сателлита стало возможно благодаря использованию в конструкции планетарной прецессионной передачи в качестве зубчатого венца центрального колеса конических роликов.

Как видно из вышеприведенного краткого описания предлагаемых способов обработки зубьев сателлита, основанных на использовании упрощенных профилей, их применение позволяет повысить технологичность конструкции прецессионных редукторов. Однако при их внедрении обязательно необходимо ответить на следующие вопросы. Какую точность зубьев сателлита предлагаемые способы обработки могут обеспечить? Как влияют погрешности изготовления зубьев сателлита, возникающие в процессе обработки каждым из предлагаемых способов, на эксплуатационные показатели прецессионных редукторов? Ответы на эти и другие вопросы, возникающие при реализации новых способов обработки зубьев сателлита, являются целью исследований.

## **2 Исследование технологических возможностей способов формообразования поверхностей зубьев сателлита на основе методов компьютерного моделирования**

### ***2.1 Классификация способов обработки зубьев сателлита***

Необходимость в разработке классификации способов обработки зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи объясняется тем, что она позволит указать место каждого конкретного способа обработки в гамме анализируемых способов, что даст возможность определиться с объектами для исследований. Классификация осуществлялась на основе анализа материалов по способам обработки пространственно-модифицированных зубьев, приведенных в первом разделе.

В основу классификации способов обработки положена степень использования специальных дополнительных технических устройств к зуборезному оборудованию, позволяющих осуществлять процесс нарезания зубьев, а также различные профили зубьев формообразующего зуборезного инструмента. Классификация способов обработки зубьев сателлита, разработанных на основе использования упрощенных профилей, представлена на рисунке 2.1.

Все способы обработки зубьев сателлита могут быть подразделены на следующие группы:

- способы, для реализации которых используются специальные станочные приспособления;
- способы, для реализации которых нет необходимости в использовании специальных станочных приспособлений, однако требуется введение дополнительных связей в кинематические цепи зубообрабатывающих станков;
- способы, реализация которых не требует применения специальных станочных приспособлений и создания дополнительных кинематических цепей.

Несомненно, что наиболее привлекательным с точки зрения простоты реализации является третий способ, при котором не требуется применения специальных станочных приспособлений и создания дополнительных кинематических цепей. Данный способ обработки основан на использовании упрощенных зубчатых профилей, изготовление которых возможно на традиционном зуборезном оборудовании стандартным зуборезным инструментом. Именно третьему способу и посвящены исследования, результаты которых отражены в монографии.

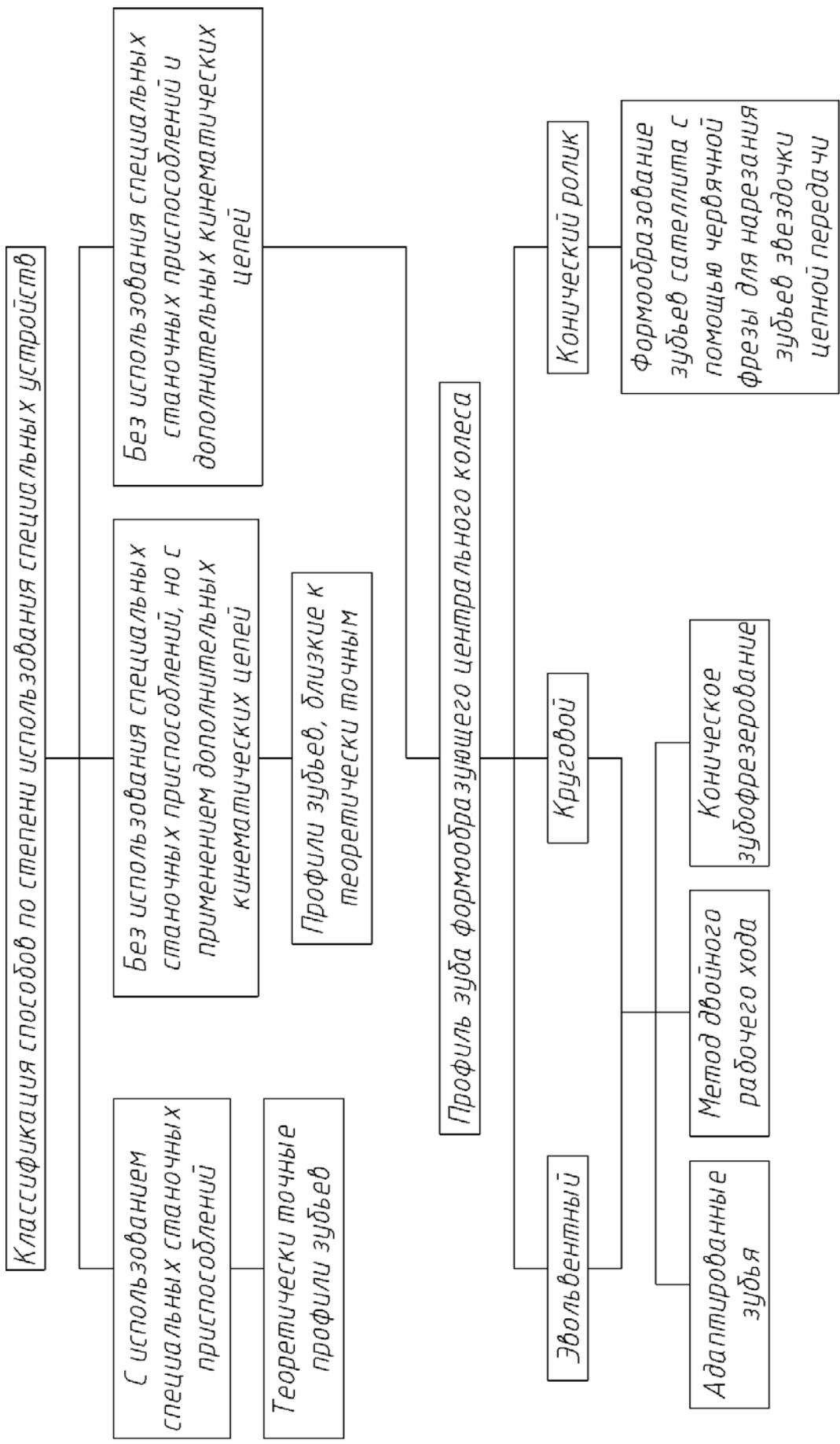


Рисунок 2.1 – Классификация способов обработки зубьев сателлита

От профиля используемых формообразующих зубьев зависит профиль зуба или форма инструмента:

- эвольвентный профиль;
- круговой профиль;
- другие виды профилей (например, трапецеидальный профиль);
- конический ролик.

При использовании эвольвентного и кругового профилей обработка зубьев сателлита может производиться следующими способами:

- способами обработки зубьев цилиндрических колес; если используется круговой профиль (червячная фреза с круговыми зубьями), то зубья сателлита представляют собой зубья, аналогичные зубьям звездочки цепной передачи;

- методом двойного рабочего хода;
- методом конического зубофрезерования.

Если в качестве формообразующего инструмента используется конический ролик, то зубья сателлита обрабатываются с помощью червячной фрезы с круговым профилем зубьев.

В следующих подразделах будет дано подробное описание всех указанных способов обработки зубьев сателлита, основанных на применении упрощенных профилей.

Трапецеидальный профиль зубьев, ввиду отсутствия инструмента для их получения, практического применения не имеет. Однако он может быть использован для исследовательских целей, что ниже будет продемонстрировано на примере.

Благодаря предложенной выше классификации определены объекты для дальнейших исследований.

Ввиду сложности реализации способы изготовления зубьев сателлита, основанные на применении специальных станочных приспособлений и введении дополнительных связей в кинематические цепи зуборезного оборудования, не были приняты как объекты для проведения исследований.

Способы обработки с применением упрощенных зубчатых профилей высокопроизводительны и просты в реализации. На данном этапе исследований трудно дать сравнительную оценку каждого из этих способов, поэтому они все были взяты за объекты дальнейших исследований.

## **2.2 Методика оценки максимально достижимой точности зубьев сателлита**

### *2.2.1 Основные этапы разрабатываемой методики.*

При разработке конструкции прецессионного редуктора встает вопрос о выборе формы зубьев колес, следовательно, и о выборе способа их обработки. Существует множество критериев, на основе которых можно сделать указанный выбор. Однако одним из основных критериев, которым можно воспользоваться уже на стадии проектирования, является максимально достижимая точность обработки зубьев сателлита.

Вначале определимся с понятием «максимально достижимая точность обработки». Считаем, что теоретически точная поверхность зубьев сателлита является условно нулевой отметкой, от которой должны отсчитываться отклонения поверхности зубьев, образованных способами, разработанными на основе использования упрощенных профилей, т. е. максимальное отклонение формы поверхности зубьев, изготовленных с использованием упрощенных профилей, от формы теоретически точной поверхности зубьев является погрешностью, на основе которой может быть дана оценка максимально достижимой точности.

Для оценки максимально достижимой точности разработана методика, сущность которой заключается в следующем.

На первом этапе разрабатывается математическая модель, позволяющая реализовать в виде точечного массива каркасную модель внутренних зубьев формообразующего центрального колеса [37, 52].

На втором этапе, на основе созданного точечного массива формообразующего центрального колеса путем его трансформации и последовательных наложений, определяется массив точек, принадлежащих зубчатой поверхности сателлита. Точечный массив служит основой для создания теоретически точной компьютерной модели зубьев сателлита.

На третьем этапе разрабатываются компьютерные модели зубьев сателлита, полученных с применением упрощенных профилей.

На четвертом этапе сравниваются при помощи САПР SolidWorks теоретически точная и приближенная компьютерные модели зубьев сателлита. Определяется отклонение формы приближенных от теоретически точных моделей зубьев сателлита.

На пятом этапе варьированием исходных значений параметров зубьев формообразующего колеса, а также параметров, используемых при получении теоретически точных и приближенных зубьев, добиваются

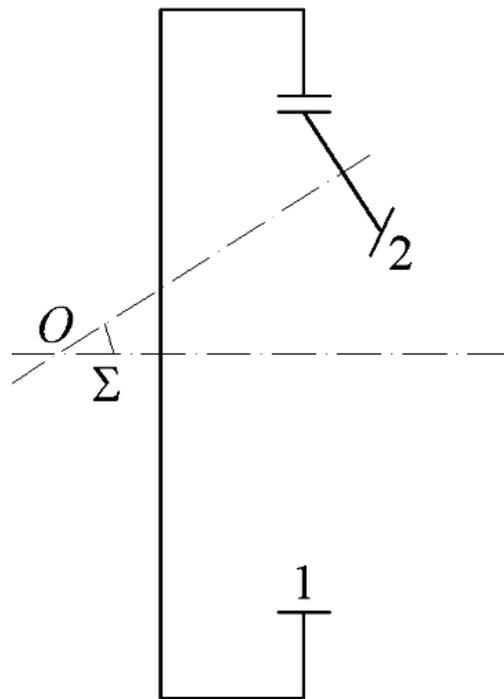
минимизации отклонения формы приближенной от теоретически точной компьютерных моделей зубьев сателлита.

На шестом этапе замеряют средствами САПР SolidWorks на сравниваемых моделях максимальное отклонение теоретически точного профиля зуба от приближенного зуба и, тем самым, определяют максимально достижимую точность зубьев сателлита, образованных тем или иным способом.

Ниже остановимся более подробно на каждом из этапов разработанной методики.

### 2.2.2 Разработка теоретически точной модели зубьев сателлита.

Рассмотрим прецессионную передачу типа К-Н-V (рисунок 2.2).



1 – цилиндрическое колесо; 2 – коническое колесо;  $O$  – точка пересечения осей колес;  
 $\Sigma$  – угол нутации

Рисунок 2.2 – Схема прецессионной передачи

Разработка теоретически точной модели зубьев сателлита основывается на методе последовательных положений, который, как известно, позволяет получить зубчатые поверхности колес передачи, которые заведомо не интерферируют, причем каждая из указанных поверхностей является огибающей последовательных положений дру-



Имеем

$$l_{w1} = r_{w1} \cdot \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \Sigma} - \frac{1}{\frac{r_{w1}}{r_{w2}} \cdot \sin \Sigma} \right). \quad (2.1)$$

С учетом того, что отношение  $\frac{r_{w1}}{r_{w2}}$  в формуле (2.1) представляет собой передаточное отношение  $u_{21}$ , которое может быть выражено также как

$$u_{21} = \frac{z_1}{z_2},$$

где  $z_1$  – количество зубьев цилиндрического колеса;  
 $z_2$  – количество зубьев конического колеса,  
 получаем

$$l_{w1} = r_{w1} \cdot \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \Sigma} - \frac{1}{u_{21} \cdot \sin \Sigma} \right).$$

Определим расстояние  $l_{w2}$  следующим образом:

$$l_{w2} = (l_{w1} + r_{w1} \cdot \operatorname{tg} \Sigma) \cdot \cos \Sigma.$$

Итак, зацепление цилиндрического и конического колес осуществляется в области точки  $B$  касания начальных окружностей радиусами  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$  соответственно, плоскости которых расположены от точки  $O$  пересечения осей указанных колес на расстояниях  $l_{w1}$  и  $l_{w2}$  соответственно.

Зубчатую поверхность конического колеса представим в виде совокупности плоских кривых, лежащих в плоскостях, перпендикулярных к его оси. Рассмотрим одну из этих плоскостей. Для остальных плоскостей рассуждения будут аналогичными.

Обозначим расстояние от точки  $O$  до рассматриваемой плоскости  $l_2$ . Таким образом, уравнение этой плоскости будет иметь вид  $z^{(2)} = l_2$

(см. рисунок 2.3). Примем, что  $l_{w2} - \frac{b_2}{2} \leq l_2 \leq l_{w2} + \frac{b_2}{2}$ , где  $b_2$  – ширина зубчатого венца конического колеса. Указанная плоскость пересекает цилиндрическую зубчатую поверхность производящего колеса под углом  $\Sigma$ . Кривая, полученная в результате этого пересечения, содержит точки, принадлежащие одновременно и цилиндрическому, и коническому колесу. Очевидно, что эти точки являются точками контакта зубчатых колес для данного относительного их положения.

Полученные при различных относительных положениях колес точки контакта формируют плоскую кривую, принадлежащую коническому колесу.

Для получения этой плоской кривой необходимо иметь координаты точек, принадлежащих рабочей поверхности зуба производящего колеса (рисунок 2.4).

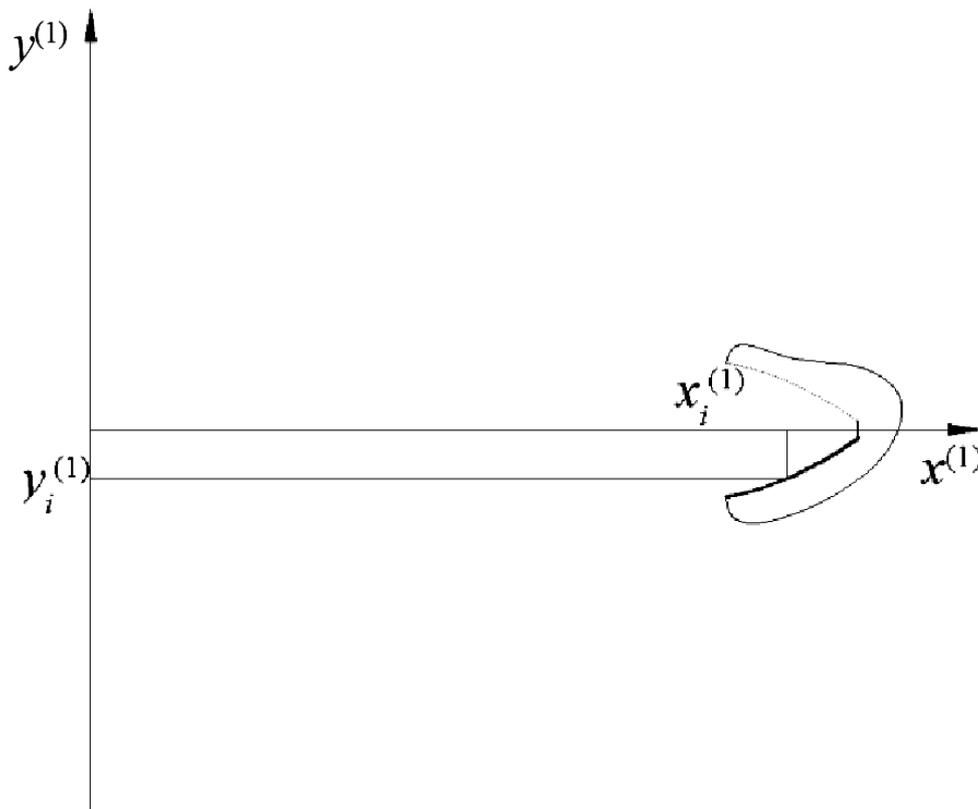


Рисунок 2.4 – Точки профиля производящего колеса

Указанные точки опишем в виде матрицы

$$A = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_n^{(1)} \\ y_1^{(1)} & y_2^{(1)} & \dots & y_n^{(1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

где  $x_i^{(1)}, y_i^{(1)}$  – декартовы координаты  $i$ -й точки, заданные в системе отсчета цилиндрического колеса;

$n$  – количество точек.

Фактически в матрице (2.2) описаны точки профиля цилиндрического колеса, находящиеся в плоскости, полученной уравнением  $z^{(1)} = 0$  (см. рисунок 2.3).

Зададим положение цилиндрического колеса, т. е. повернем его точки относительно его оси вращения на некоторый угол  $\varphi_1$ . С этой целью произведем пересчет координат точек, описанных в матрице (2.2), для чего используем следующее матричное выражение:

$$A^I = R_{z, \varphi_1} \times A,$$

где  $A^I$  – первый промежуточный результат – матрица, содержащая координаты точек в системе цилиндрического колеса;

$R_{z, \varphi_1}$  – матрица оператора поворота вокруг оси  $Oz^{(1)}$ :

$$R_{z, \varphi_1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определим в системе отсчета конического колеса координаты точек пересечения плоскости, заданной уравнением  $z^{(2)} = 0$  и параллельной рассматриваемой плоскости (см. рисунок 2.3):

$$A^{II} = S_{x,k} \times A^I,$$

где  $A^{II}$  – второй промежуточный результат;

$S_{x,k}$  – матрица оператора масштабирования:

$$S_{x,k} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$k$  – коэффициент масштабирования:

$$k = \frac{1}{\cos \Sigma}.$$

Переместим полученные на предыдущем шаге точки на расстояние  $l_2$  вдоль оси  $Oz^{(2)}$  и на расстояние  $-l_2 \cdot \operatorname{tg} \Sigma$  вдоль оси  $Ox^{(2)}$ :

$$A^{III} = T_{\vec{r}} \times A^{II},$$

где  $A^{III}$  – третий промежуточный результат – матрица, содержащая координаты точек в системе конического колеса;

$T_{\vec{r}}$  – матрица оператора переноса в соответствии с вектором перемещения  $\vec{r}(r_x^{(2)}, r_y^{(2)}, r_z^{(2)})$  (где  $r_x^{(2)} = -l_2 \cdot \operatorname{tg} \Sigma$ ,  $r_y^{(2)} = 0$ ,  $r_z^{(2)} = l_2$  – координаты вектора перемещения):

$$T_{\vec{r}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_x^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & r_y^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & r_z^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Повернем коническое колесо в его системе отсчета вокруг оси  $Oz^{(2)}$ :

$$A^{IV} = R_{z, \varphi_2} \times A^{III},$$

где  $A^{IV}$  – окончательный результат преобразований – матрица, содержащая координаты точек в системе конического колеса;

$\varphi_2$  – угол поворота конического колеса:

$$\varphi_2 = -u_{21} \cdot \varphi_1.$$

Описанные выше преобразования можно представить в следующей компактной форме:

$$A^{IV} = (R_{z,\varphi_2} \times T_{\bar{r}} \times S_{x,k} \times R_{z,\varphi_1}) \times A.$$

При изменении угла  $\varphi_1$  от  $-\pi$  до  $\pi$  получим совокупность точек, огибающая которых и будет являться искомой плоской кривой, принадлежащей зубчатой поверхности конического колеса (рисунок 2.5).

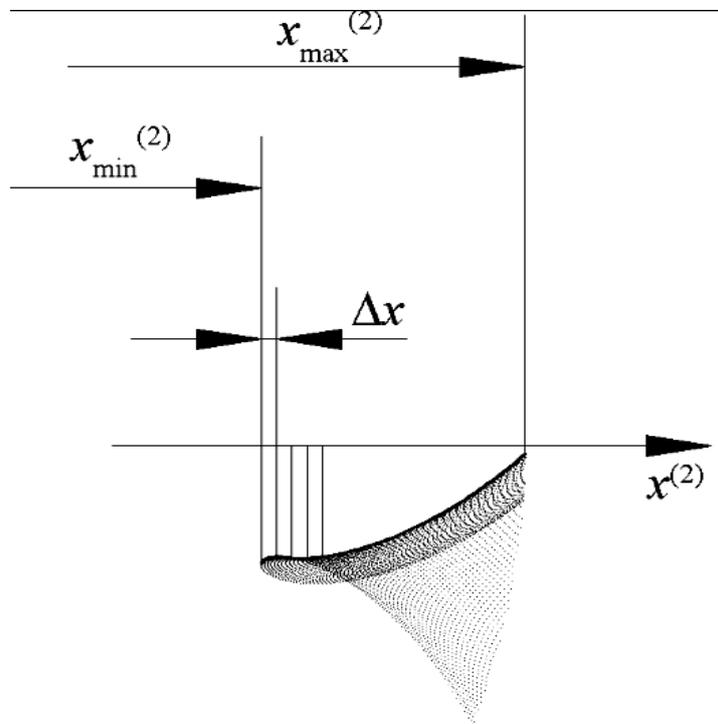


Рисунок 2.5 – Огибающая последовательных положений

Границы области поиска огибающей кривой относительно оси  $Ox^{(2)}$  определим следующим образом:

$$x_{\min}^{(2)} = \frac{r_{\min 1}}{\cos \Sigma} - l_2 \cdot \operatorname{tg} \Sigma ;$$

$$x_{\max}^{(2)} = \frac{r_{\max 1}}{\cos \Sigma} - l_2 \cdot \operatorname{tg} \Sigma,$$

где  $r_{\min 1}$  – минимальный радиус зубчатого профиля цилиндрического колеса;

$r_{\max 1}$  – максимальный радиус зубчатого профиля цилиндрического колеса.

Величины  $r_{\min 1}$  и  $r_{\max 1}$  считаем известными.

Интервал  $x_{\min}^{(2)} \dots x_{\max}^{(2)}$  разделим на малые интервалы длиной  $\Delta x$ . В каждом таком малом интервале найдем точку с наибольшим значением координаты  $y^{(2)}$ . Занесем координаты найденных точек в матрицу

$$B = \begin{bmatrix} x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_m^{(2)} \\ y_1^{(2)} & y_2^{(2)} & \dots & y_m^{(2)} \\ z_1^{(2)} & z_2^{(2)} & \dots & z_m^{(2)} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

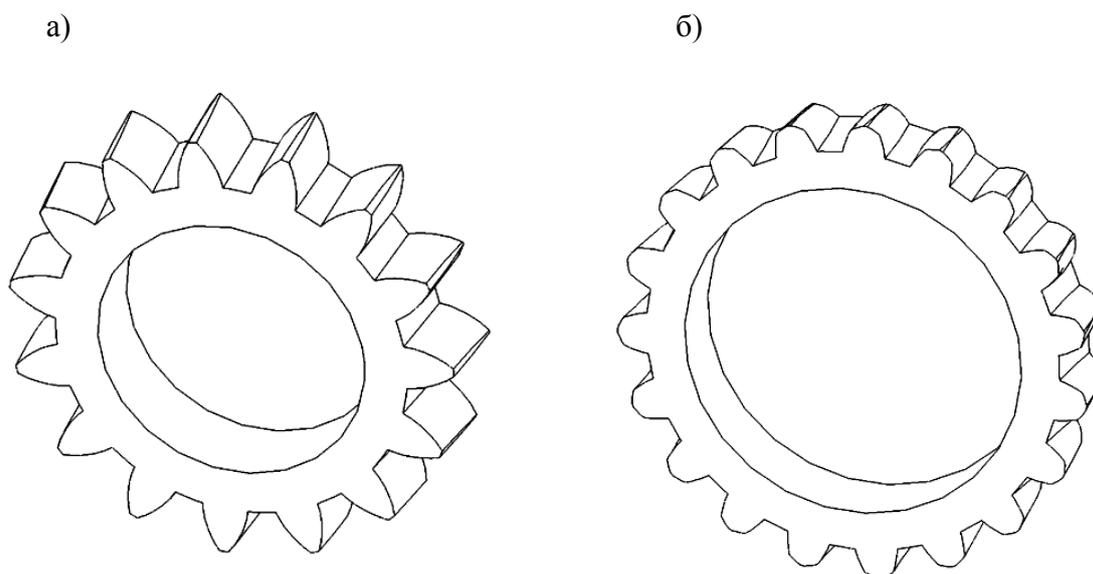
где  $z_i^{(2)}$  – абсцисса  $i$ -й точки, которая равна величине  $l_2$  для рассматриваемой плоскости.

В матрицу (2.3) занесем координаты точек, лежащих во всех рассмотренных плоскостях, перпендикулярных оси вращения конического колеса.

Рассмотренный способ имеет лишь одно преимущество – поверхность зуба сателлита получается с учетом срезания и подрезания, если таковые имеют место (рисунок 2.6).

Но, к сожалению, данный способ имеет и ряд недостатков. Во-первых, он требователен к ресурсам ЭВМ: при моделировании приходится обчислять несколько тысяч (а иногда и несколько десятков тысяч) точек. Во-вторых, имеет место принципиально низкая точность моделирования. Остановимся подробнее на втором недостатке.

Как было показано ранее, построение огибающей осуществляется по точкам, которые выбираются из интервалов  $\Delta x$  по наибольшей ординате. Однако при этом обязательно будут отобраны точки, которые не принадлежат реальной огибающей (рисунок 2.7). Погрешность может достигать нескольких десятых долей миллиметра.



а – без срезания зубьев; б – со срезанными зубьями

Рисунок 2.6 – Вид твердотельной модели сателлита

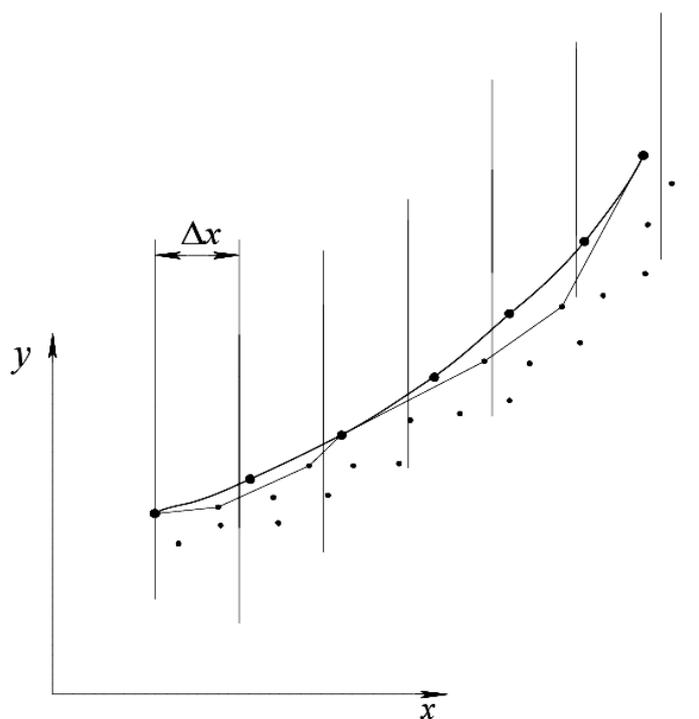


Рисунок 2.7 – Схема построения огибающей облака точек

На рисунке 2.7 жирной линией выделена реальная огибающая, а тонкой ломаной – огибающая, которая получается. Данная проблема принципиально не может быть устранена, т. к. величина  $\Delta x$  практически никогда не равна переменной длине между точками реальной огибающей вдоль оси. Не повысит точность выбор другого критерия отбора точек для огибающей, например, наименьшего радиус-вектора в секторах с некоторыми малыми углами.

Другой проблемой при построении огибающей является ее «невыгодное» реальное расположение (рисунок 2.8), в частности, когда касательные к огибающей наклонены к оси под большими углами.

Вместо реальной огибающей (жирная линия), для которой определены девять точек, можно получить лишь отрезок (тонкая линия).

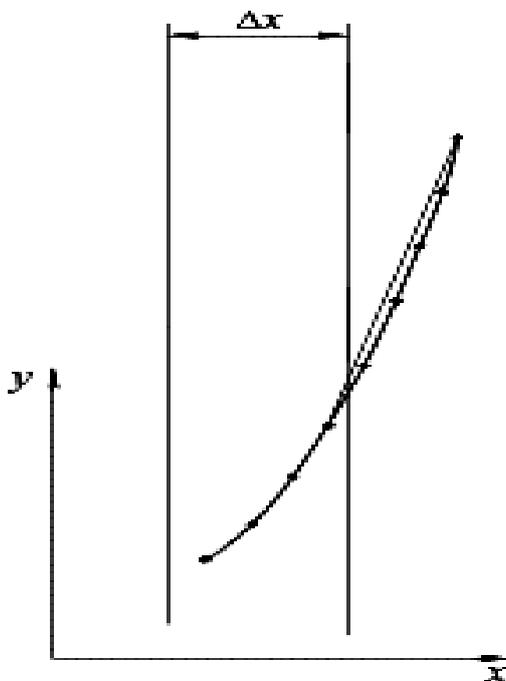


Рисунок 2.8 – Случай, когда реальная огибающая занимает «невыгодное» положение

И, наконец, самый главный недостаток – матрица (2.3), содержащая координаты точек (как выше показано, их приблизительные значения), принадлежащих рабочей поверхности зуба сателлита, не несет никакой информации о так называемых внутренних геометрических свойствах этой поверхности. Например, нет никакой информации о нормалях к данной поверхности. Конечно, можно, используя численные методы анализа,

рассчитать координаты нормалей, но точность расчетов прогнозируется весьма и весьма низкая.

Таким образом, данный способ моделирования можно рекомендовать лишь в тех случаях, когда не требуется высокая точность, когда нужен качественный анализ формы зуба сателлита и в некоторых других случаях.

Из-за недостатков метода последовательных положений был предложен другой метод математического моделирования прецессионной передачи, основанный на известном уравнении зацепления [53, 54]

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{v}_{12} = 0, \quad (2.4)$$

где  $\vec{n}_1$  – нормаль, восстановленная в точке контакта колес к рабочей поверхности зуба формообразующего колеса;

$\vec{v}_{12}$  – скорость относительного движения точки, принадлежащей формообразующему колесу, относительно находящейся с ней в контакте точки, принадлежащей формируемому колесу.

Уравнение (2.4) рассматривается в неподвижной системе координат  $Oxyz$ , которую свяжем с осью вращения формообразующего колеса (рисунок 2.9) так, чтобы эта ось совпала с осью  $z$  указанной системы.

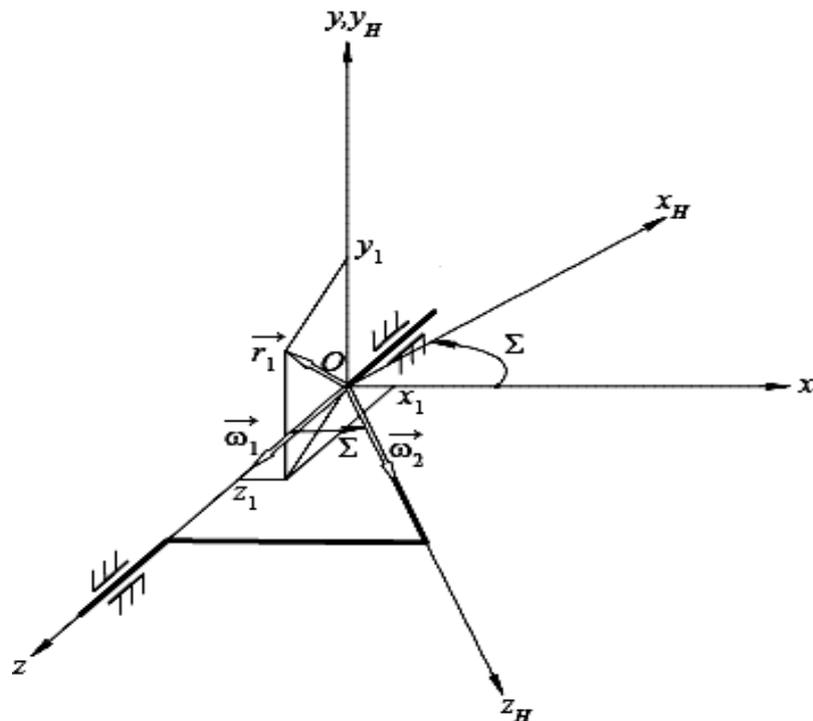


Рисунок 2.9 – Схема прецессионной передачи

Введем также еще одну систему координат  $Ox_H y_H z_H$ , которую свяжем с осью вращения формируемого колеса так, чтобы эта ось совпала с осью  $z_H$  указанной системы. Для определения скорости  $\vec{v}_{12}$  кривошип можно считать неподвижным. Расположим его в плоскости  $Oxz$ . Угол между осями  $z$  и  $z_H$ , т. е. межосевой угол передачи, обозначим  $\Sigma$ . При этом систему координат  $Ox_H y_H z_H$  можно получить из системы координат  $Oxyz$  поворотом последней на угол  $\Sigma$  вокруг оси  $y$  против хода часовой стрелки, если смотреть с конца оси  $y$  в ее начало.

Скорость  $\vec{v}_{12}$  определим следующим образом:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \quad (2.5)$$

где  $\vec{v}_1$  – скорость точки, принадлежащей формообразующему колесу, находящейся в контакте с формируемым колесом;

$\vec{v}_2$  – скорость точки, принадлежащей формируемому колесу, находящейся в контакте с формообразующим колесом.

Эти две скорости определим по формуле Эйлера:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1; \\ \vec{v}_2 &= \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где  $\vec{\omega}_1$  – угловая скорость вращения формообразующего колеса;

$\vec{\omega}_2$  – угловая скорость вращения формируемого колеса;

$\vec{r}_2$  – радиус-вектор точки контакта,  $\vec{r}_2 = \vec{r}_1$ .

Угловые скорости определим следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_1 &= \omega_1 \cdot \vec{k}; \\ \vec{\omega}_2 &= \omega_2 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{i} + \omega_2 \cdot \cos \Sigma \cdot \vec{k}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – алгебраические величины соответствующих угловых скоростей, которые связаны между собой формулой

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot u_{12}, \quad (2.8)$$

где  $u_{12}$  – передаточное отношение передачи при остановленном кривошипе.

Здесь и далее полагаем, что  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – это орты неподвижной системы отсчета  $Oxyz$ .

Радиус-вектор точки контакта определим при помощи проекций:

$$\vec{r}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k}. \quad (2.9)$$

С учетом формул (2.6), (2.7) и (2.9) находим выражения для определения скоростей  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ :

$$\vec{v}_1 = \omega_1 \cdot x_1 \cdot \vec{j} - \omega_1 \cdot y_1 \cdot \vec{i}; \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_2 = & -\omega_2 \cdot y_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \vec{i} + \omega_2 \cdot (x_1 \cdot \cos \Sigma - z_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot \vec{j} + \\ & + \omega_2 \cdot y_1 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Принимая, что  $\omega_2 = 1$ , а также учитывая формулы (2.5), (2.8), (2.10) и (2.11), получаем

$$\begin{aligned} \vec{v}_{12} = & -y_1(u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \vec{i} + (x_1 \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) + \\ & + z_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot \vec{j} - y_1 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{k}. \end{aligned}$$

Проекции  $x_1$ ,  $y_1$  и  $z_1$  радиус-вектора  $\vec{r}_1$  точки контакта зависят от движения формообразующего колеса. Поэтому выразим их через параметры этого движения, а также через геометрические параметры рабочей поверхности зуба формообразующего колеса. Для этого сопоставим с радиус-вектором  $\vec{r}_1$  матрицу

$$R_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

элементы которой найдем из выражения

$$R_1 = M_{01} \times R_1^{(1)},$$

где  $R_1^{(1)}$  – матрица, соответствующая радиус-вектору точки контакта в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ , жестко связанной с формообразующим колесом:

$$R_1^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ z_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix};$$

$M_{01}$  – матрица оператора поворота на угол  $\varphi_1$  формообразующего колеса, а следовательно, и системы координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  относительно оси  $z$  системы координат  $Oxyz$  (рисунок 2.10):

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

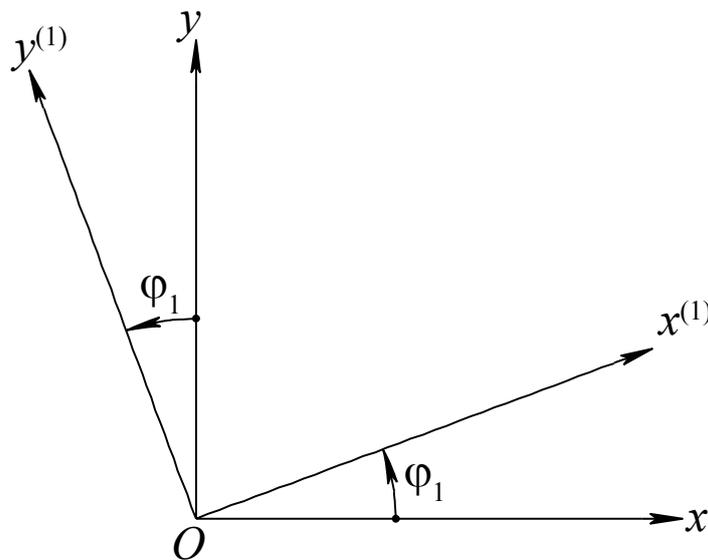


Рисунок 2.10 – Схема вращения роликов

Для раскрытия формулы (2.4) осталось определить нормаль  $\vec{n}_1$ .  
 Делаем это в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ :

$$\vec{n}_1^{(1)} = n_{1x}^{(1)} \cdot \vec{i}_1 + n_{1y}^{(1)} \cdot \vec{j}_1 + n_{1z}^{(1)} \cdot \vec{k}_1,$$

где  $n_{1x}^{(1)}, n_{1y}^{(1)}, n_{1z}^{(1)}$  – координаты нормали;

$\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$  – орты системы отсчета  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ ,

а затем и в системе координат  $Oxyz$ :

$$n_{1x} = n_{1x}^{(1)} \cdot \cos \varphi_1 - n_{1y}^{(1)} \cdot \sin \varphi_1;$$

$$n_{1y} = n_{1x}^{(1)} \cdot \sin \varphi_1 + n_{1y}^{(1)} \cdot \cos \varphi_1;$$

$$n_{1z} = n_{1z}^{(1)}.$$

Из уравнения (2.4) определяем угол поворота формообразующего колеса, при котором точка формообразующей поверхности, задаваемая геометрическими параметрами  $\varphi$  и  $z_1^{(1)}$ , становится точкой контакта, т. е. формирует рабочую поверхность зуба формируемого колеса. Зная координаты этой точки контакта в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ , определяем ее координаты в системе координат  $Ox^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ , жестко связанной с формируемым колесом:

$$R_2^{(2)} = M_{2H} \times M_{H0} \times M_{01} \times R_1^{(1)},$$

где  $M_{H0}$  – матрица перехода от системы координат  $Oxyz$  к системе координат  $Ox_H y_H z_H$ :

$$M_{H0} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & 0 & -\sin \Sigma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma & 0 & \cos \Sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$M_{2H}$  – матрица перехода от системы координат  $Ox_H y_H z_H$  к системе координат  $Ox^{(2)} y^{(2)} z^{(2)}$  (рисунок 2.11):

$$M_{2H} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$R_2^{(2)}$  – матрица, соответствующая радиус-вектору  $\vec{r}_2$  в системе координат  $Ox^{(2)} y^{(2)} z^{(2)}$ :

$$R_2^{(2)} = \begin{bmatrix} x_2^{(2)} \\ y_2^{(2)} \\ z_2^{(2)} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

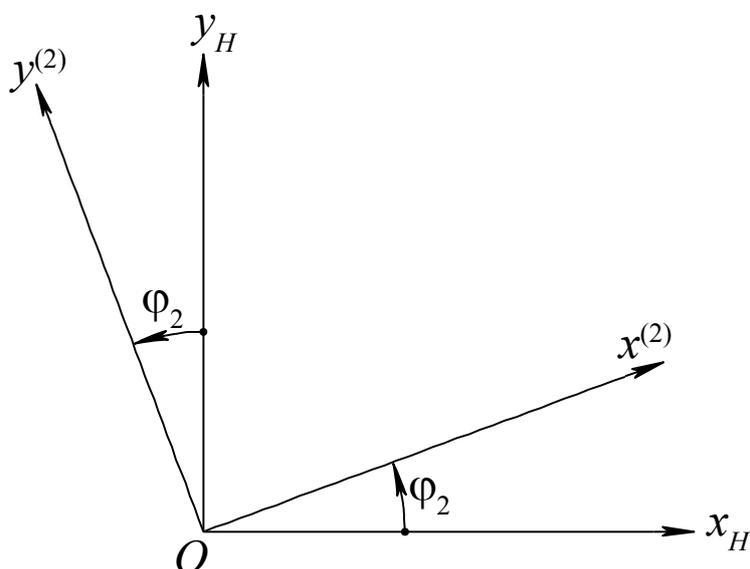


Рисунок 2.11 – Схема вращения спутника

2.2.3 Уравнение рабочей поверхности зуба сателлита прецессионной передачи, сопряженного с коническим роликом.

Зубья формообразующего колеса в рассматриваемом случае – это конические ролики, оси которых расположены на цилиндрической поверхности, концентричной оси вращения этого колеса.

Определим геометрические параметры конического ролика в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  согласно рисунку 2.12.

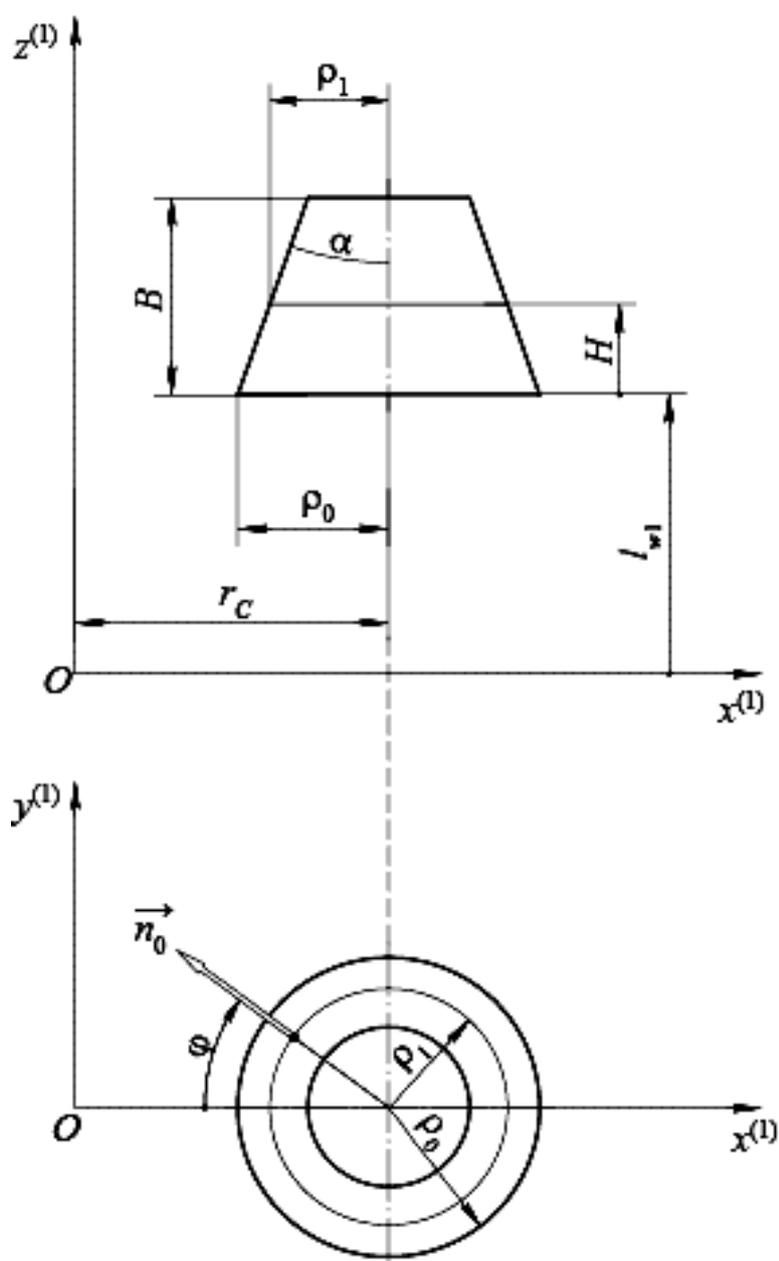


Рисунок 2.12 – Конический ролик

Координаты точки, принадлежащей конической поверхности ролика, найдем по следующим формулам:

$$x_1^{(1)} = r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi ;$$

$$y_1^{(1)} = \rho_1 \cdot \sin \varphi ;$$

$$z_1^{(1)} = l_{w1} + H ,$$

где  $r_c$  – радиус цилиндрической поверхности, на которой лежат оси конических роликов;

$H$  – расстояние от торца ролика до его нормального сечения, в котором лежит точка;

$l_{w1}$  – рассчитываемое расстояние от центра прецессии до ближайшего торца ролика;

$\varphi$  – полярный угол, определяющий положение точки в плоскости  $Ox^{(1)}y^{(1)}$ ;

$\rho_1$  – полярный радиус, определяющий положение точки в плоскости  $Ox^{(1)}y^{(1)}$ ;

$$\rho_1 = \rho_0 - H \cdot \operatorname{tg} \alpha ;$$

$\alpha$  – половина угла при вершине конической поверхности ролика.

Единичную нормаль, восстановленную в рассматриваемой точке к конической поверхности ролика, определим в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  следующим образом:

$$n_{1x}^{(1)} = -|\vec{n}_0| \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi ;$$

$$n_{1y}^{(1)} = |\vec{n}_0| \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi ;$$

$$n_{1z}^{(1)} = |\vec{n}_0| \cdot \sin \alpha ,$$

где

$$|\vec{n}_0| = 1 .$$

Получим координаты точки, лежащей на конической поверхности ролика в системе координат  $Oxyz$ :

$$x_1 = (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \varphi_1 - \rho_1 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_1;$$

$$y_1 = (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \varphi_1 + \rho_1 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_1;$$

$$z_1 = l_{w1} + H.$$

После преобразований уравнений получим

$$x_1 = r_c \cdot \cos \varphi_1 - \rho_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi);$$

$$y_1 = r_c \cdot \sin \varphi_1 - \rho_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi).$$

Аналогичным образом определяем проекции нормали в системе координат  $Oxyz$ :

$$n_{1x} = -\cos \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi_1 - \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_1;$$

$$n_{1x} = -\cos \alpha \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi).$$

После упрощения получим

$$n_{1y} = -\cos \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi_1 + \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_1;$$

$$n_{1y} = -\cos \alpha \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi).$$

Уравнение зацепления для данного случая

$$\begin{aligned} & r_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \\ & - l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot (\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi - \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi) - \\ & - r_c \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 + \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot (\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi - \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi) - \\ & - \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot (\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi - \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi) = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Упростим это уравнение следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & r_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi + (-l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - \\
 & - r_c \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha + \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \varphi_1 + \\
 & + (l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha + \sin \varphi + \\
 & + \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi) \cdot \cos \varphi_1 = 0.
 \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 A = & -l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - r_c \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha + \\
 & + \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B = & l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \\
 & + \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi;
 \end{aligned}$$

$$C = -r_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi,$$

с учетом которых получим

$$A \cdot \sin \varphi_1 + B \cdot \cos \varphi_1 = C.$$

Обозначив

$$A = K \cdot \sin \varepsilon;$$

$$B = K \cdot \cos \varepsilon;$$

$$K = \sqrt{A^2 + B^2},$$

где  $\varepsilon$  – некоторая переменная,

уравнение (2.12) снова перепишем следующим образом:

$$K \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi_1 + K \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \varphi_1 = C.$$

После преобразований получим

$$\cos(\varphi_1 - \varepsilon) = \frac{C}{K}.$$

Полагая, что

$$\left| \frac{C}{K} \right| \leq 1,$$

находим

$$\varphi_1 = \arccos \frac{C}{K} + \varepsilon.$$

При определении  $\varepsilon$  могут встретиться следующие частные случаи (рисунок 2.13):

а)  $A > 0$ ;  $B > 0$ ;

$$\varepsilon = \arcsin \frac{A}{K} = \arccos \frac{B}{K};$$

б)  $A > 0$ ;  $B < 0$ ;

$$\varepsilon = \pi - \arcsin \frac{A}{K} = \arccos \frac{B}{K};$$

в)  $A < 0$ ;  $B < 0$ ;

$$\varepsilon = -\pi - \arcsin \frac{A}{K} = -\arccos \frac{B}{K};$$

г)  $A < 0$ ;  $B > 0$ ;

$$\varepsilon = \arcsin \frac{A}{K} = -\arccos \frac{B}{K};$$

$$\text{д) } A = 0; \quad B > 0;$$

$$\varepsilon = 0;$$

$$\text{е) } A = 0; \quad B < 0;$$

$$\varepsilon = \pi;$$

$$\text{ж) } A > 0; \quad B = 0;$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2};$$

$$\text{з) } A < 0; \quad B = 0;$$

$$\varepsilon = -\frac{\pi}{2}.$$

Найденное значение  $\varphi_1$  используем для определения параметрических уравнений искомой рабочей поверхности зуба сателлита, сопряженного с коническим роликом:

$$\begin{aligned} x_2^{(2)} = & (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot (x_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) + \\ & + (-\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot \rho_1 \cdot \sin \varphi + \\ & + (-\cos \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot (l_{w1} + H); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2^{(2)} = & (-\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot (x_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) + \\ & + (-\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \rho_1 \cdot \sin \varphi + \\ & + (-\sin \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot (l_{w1} + H); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_2^{(2)} = & (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi_1 - \\ & - \rho_1 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi_1 + (l_{w1} + H) \cdot \cos \Sigma. \end{aligned}$$

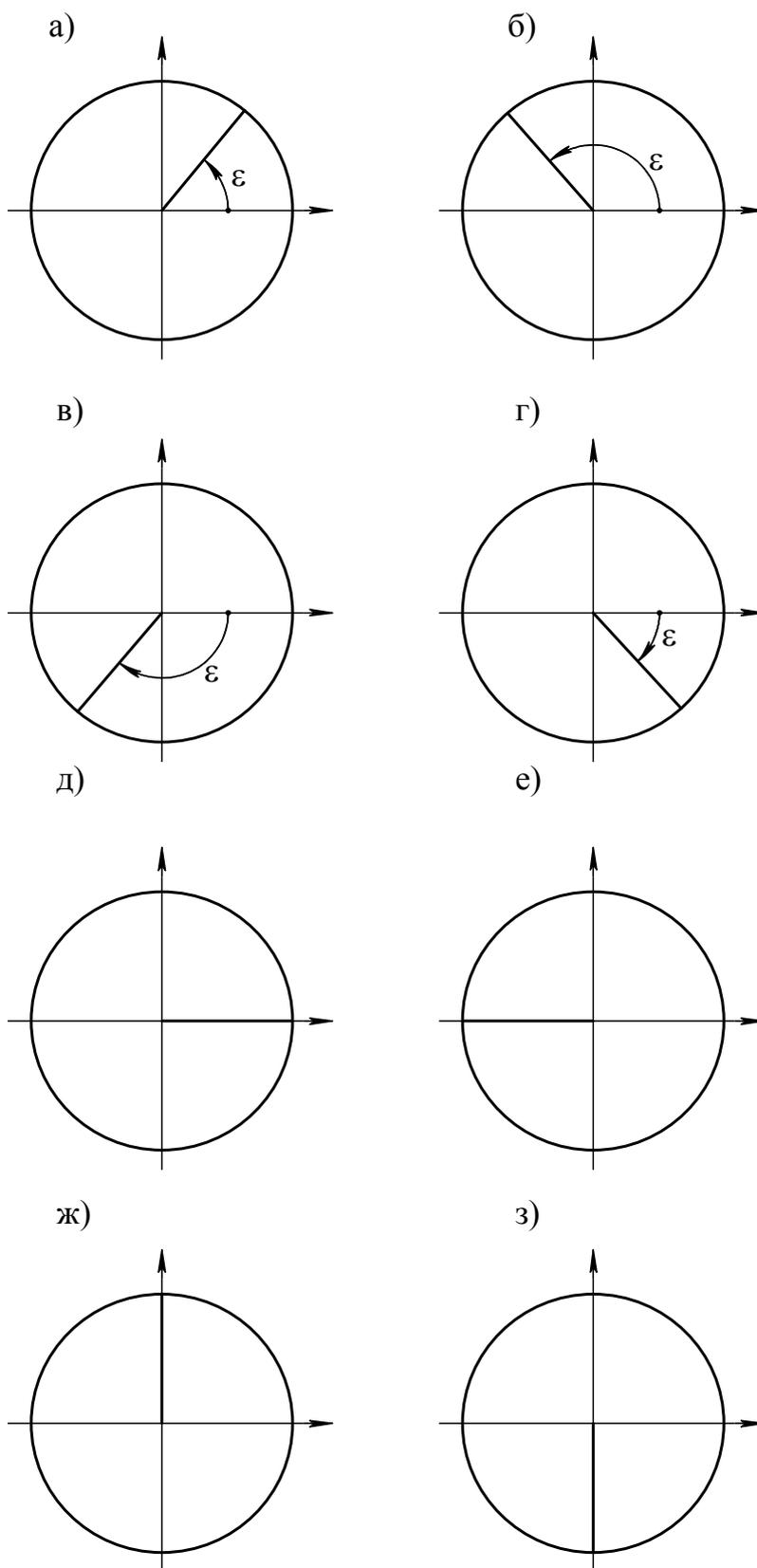


Рисунок 2.13 – Частные случаи определения  $\varepsilon$

### 2.2.4 Уравнение рабочей поверхности зуба сателлита прецессионной передачи, сопряженного с цилиндрическим роликом.

Данный способ сопряжения является частным случаем сопряжения, описанного ранее при  $\alpha = 0$ . Однако имеет смысл внести некоторые коррективы в форму самих уравнений. Рабочая поверхность зуба формообразующего колеса представляет собой цилиндр. Данный цилиндр зададим следующими параметрами: координатами  $x_c$  и  $y_c$  центра окружности в нормальном сечении, радиусом  $\rho$  этой окружности, полярным углом  $\varphi$  точки указанной окружности, а также координатой  $z_1^{(1)}$  плоскости окружности. Таким образом, независимыми геометрическими параметрами, определяющими рабочие поверхности зубьев колес прецессионной передачи, будут являться  $\varphi$  и  $z_1^{(1)}$ . Описанную выше окружность назовем формообразующим профилем.

Определим координаты точки формообразующего профиля в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  (рисунок 2.14):

$$x_1^{(1)} = x_c - \rho \cdot \cos \varphi;$$

$$y_1^{(1)} = x_c + \rho \cdot \sin \varphi;$$

$$y_c = 0;$$

$$x_1 = (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \varphi_1 - \rho \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_1;$$

$$y_1 = (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \varphi_1 + \rho \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_1;$$

$$z_1 = z_1^{(1)}.$$

Для раскрытия формулы (2.4) осталось определить нормаль  $\vec{n}_1$ . Делаем это в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ :

$$n_{1x}^{(1)} = -\cos \varphi;$$

$$n_{1y}^{(1)} = \sin \varphi;$$

$$n_{1z}^{(1)} = 0,$$

а затем и в системе координат  $Oxyz$ :

$$n_{1x} = -\cos(\varphi_1 - \varphi);$$

$$n_{1y} = -\sin(\varphi_1 - \varphi);$$

$$n_{1z} = 0.$$

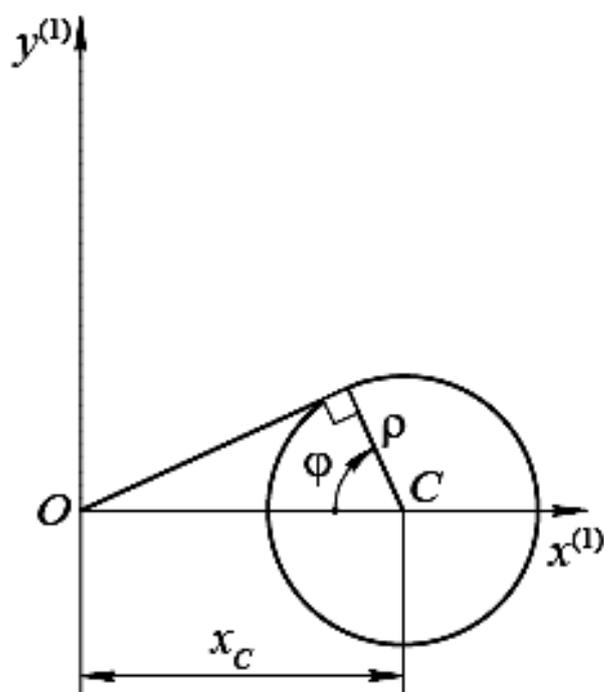


Рисунок 2.14 – Профиль цилиндрического ролика

В результате

$$\varphi_1 = \varphi + \arcsin \frac{x_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \sin \varphi}{z_1^{(1)} \cdot \sin \Sigma}.$$

Получаем параметрические уравнения искомой рабочей поверхности зуба сателлита, сопряженного с цилиндрическим роликом:

$$x_2^{(2)} = (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) + \\ + (-\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot \rho \cdot \sin \varphi + \\ + (-\cos \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot z_1^{(1)};$$

$$y_2^{(2)} = (-\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) + \\ + (-\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \rho \cdot \sin \varphi + \\ + (-\sin \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot z_1^{(1)};$$

$$z_2^{(2)} = (\cos \varphi_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) + \\ + (-\sin \varphi_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot \rho \cdot \sin \varphi + \cos \Sigma \cdot z_1^{(1)}.$$

### 2.2.5 Использование САД-систем для твердотельного моделирования колес прецессионной передачи.

На основе полученных уравнений рабочих поверхностей зуба сателлита прецессионной передачи при различных сопряженных роликах было разработано программное обеспечение, позволяющее создавать твердотельные модели колес указанной передачи в среде САД-систем. Методика создания твердотельных моделей включает:

- 1) ввод исходных данных;
- 2) расчет координат точек, принадлежащих нормальным сечениям зуба сателлита;
- 3) создание собственно твердотельной модели средствами САД-системы.

Введение в данную методику третьего пункта диктуется особенностью твердотельного моделирования сложных поверхностей в большинстве САД-систем. Эти САД-системы позволяют собственными средствами достраивать каркас (рисунок 2.15), состоящий из дискретного набора точек, распределенных по нормальным сечениям, до цельной замкнутой поверхности (рисунок 2.16).

Однако при таком способе представления твердотельной модели необходимо задавать в качестве параметров поверхности зуба сателлита такие величины, как  $\varphi$  и  $z_2^{(2)}$ . При этом определение угла  $\varphi_1$  из уравнения зацепления значительно усложняется. Для того чтобы устранить эту проблему, был разработан алгоритм, реализующий численный метод, позволяющий определять в зависимости от параметров  $\varphi$  и  $z_2^{(2)}$  такие величины, как  $\varphi_1$  и  $z_1^{(1)}$  (рисунок 2.17).

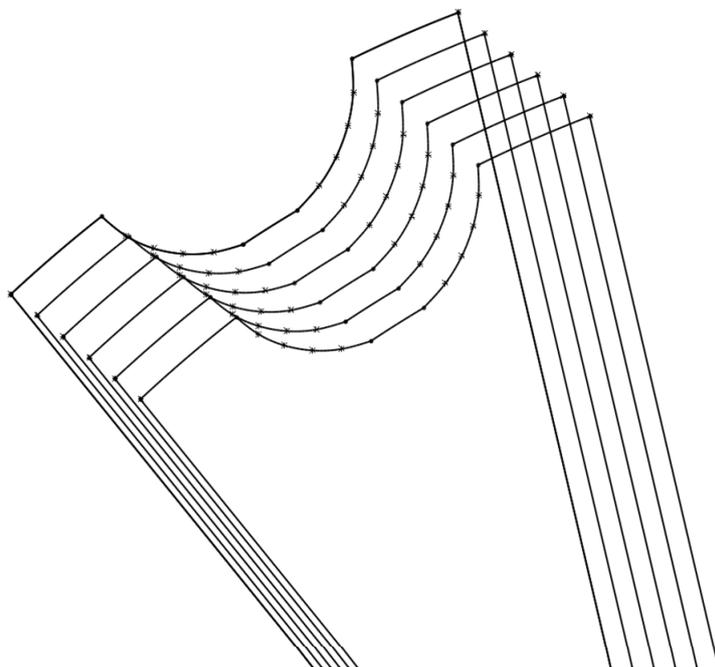


Рисунок 2.15 – Каркасная модель спутника

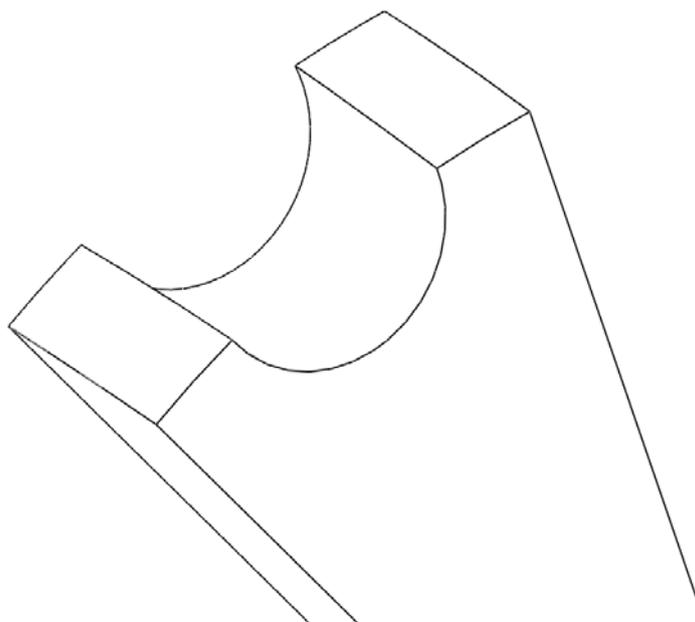


Рисунок 2.16 – Твёрдотельная модель спутника

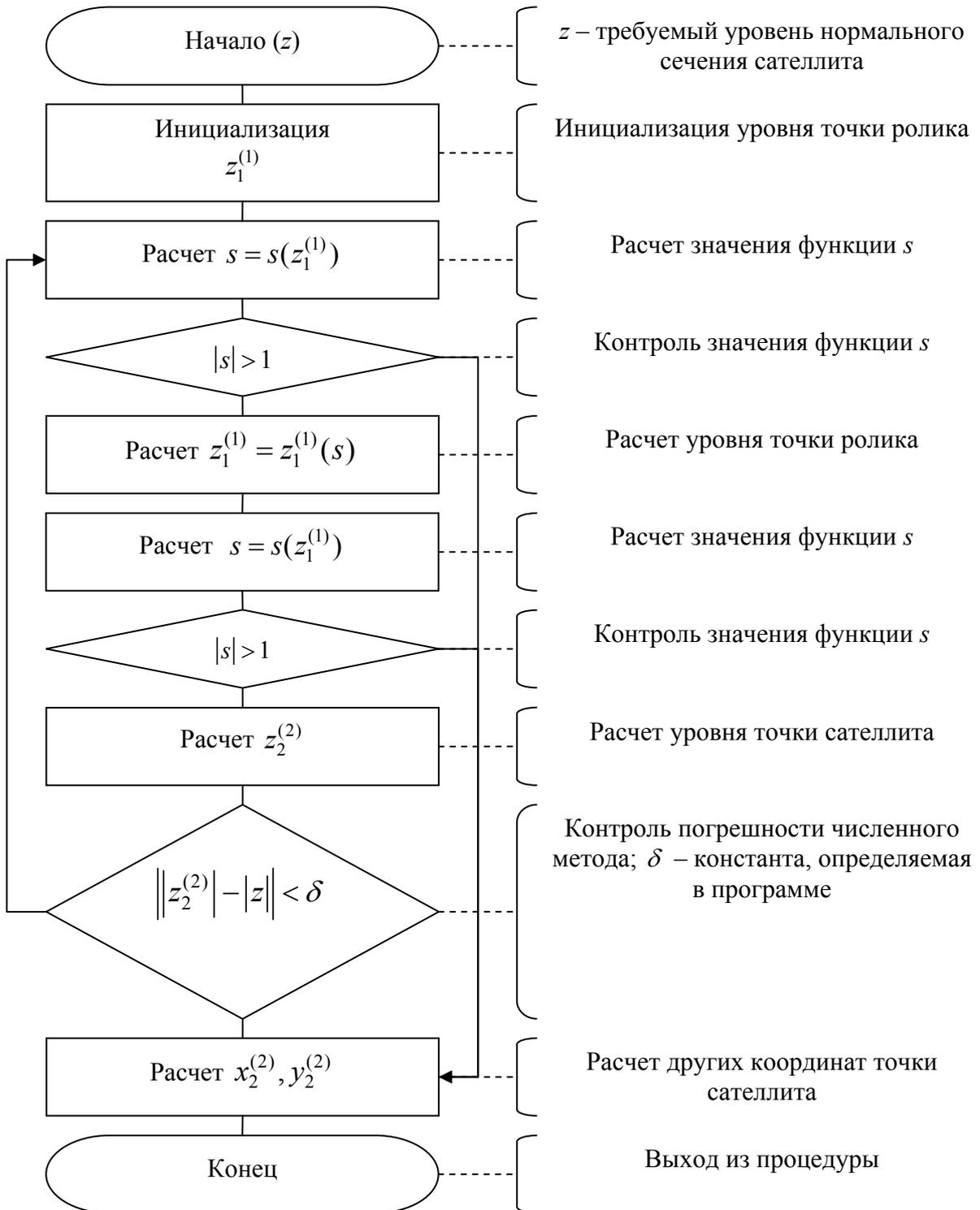
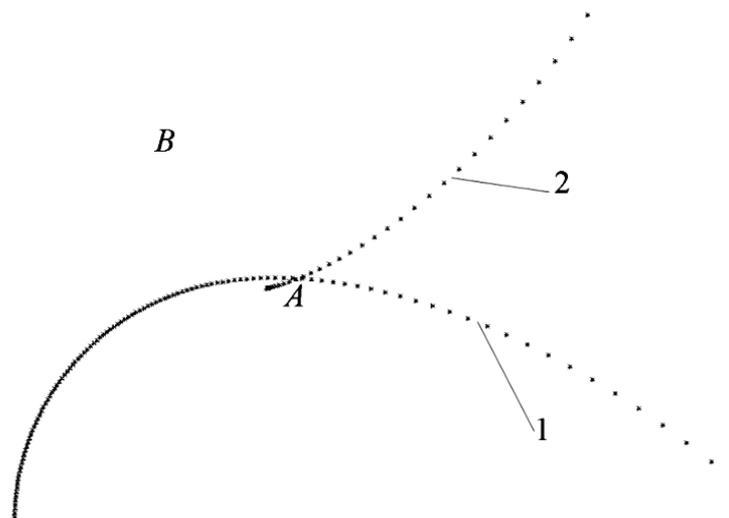


Рисунок 2.17 – Схема алгоритма

На рисунке 2.18 представлен профиль одного нормального сечения сателлита.



1 – ножка зуба; 2 – головка зуба; А – точка пересечения профилей ножки и головки зуба; В – тело зуба сателлита

Рисунок 2.18 – Профиль нормального сечения сателлита

Профиль нормального сечения формируется из дискретного набора точек, которые можно последовательно соединить сплайнами. Как видно на рисунке 2.18, профиль нормального сечения состоит из двух профилей: профиля ножки и профиля головки зуба сателлита, которые пересекаются в точке А. Для удаления из геометрической модели участков профилей ножки и головки зуба, которые отсекаются точкой (рисунок 2.19), была применена следующая методика.

Две последовательные точки профиля ножки обозначим  $M_1(X_{M1}, Y_{M1}, Z_{M1})$  и  $M_2(X_{M2}, Y_{M2}, Z_{M2})$  соответственно, а аналогичные точки, принадлежащие профилю головки зуба сателлита, –  $N_1(X_{N1}, Y_{N1}, Z_{N1})$  и  $N_2(X_{N2}, Y_{N2}, Z_{N2})$ . Тогда уравнение прямой  $M_1M_2$  примет вид

$$\frac{X_M - X_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}} = \frac{Y_M - Y_{M1}}{Y_{M2} - Y_{M1}}.$$

После преобразований получаем

$$Y_M = \frac{Y_{M2} - Y_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}} \cdot X_M + Y_{M1} - X_{M1} \cdot \frac{Y_{M2} - Y_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}}.$$

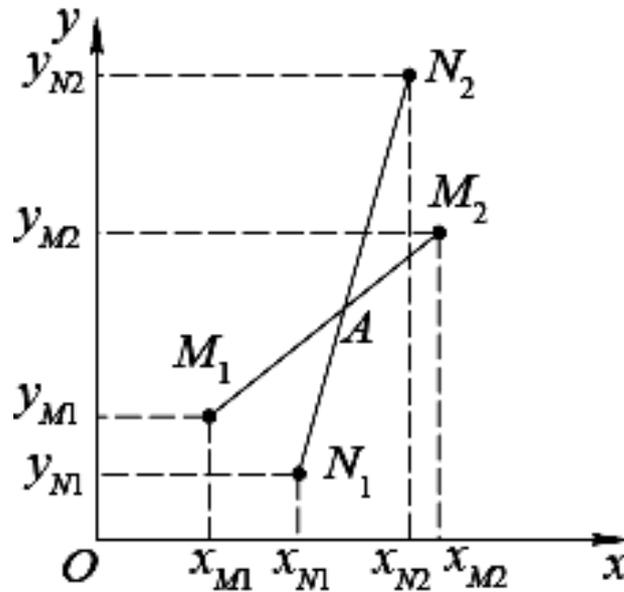


Рисунок 2.19 – К вопросу определения координат точки пересечения профилей ножки и головки зуба сателлита

Введя обозначения:

$$k_M = \frac{Y_{M2} - Y_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}};$$

$$b_M = Y_{M1} - X_{M1} \cdot \frac{Y_{M2} - Y_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}},$$

получим

$$Y_M = k_M \cdot X_M + b_M.$$

Аналогично получаем уравнение прямой  $N_1N_2$

$$Y_N = k_N \cdot X_N + b_N,$$

где

$$k_N = \frac{Y_{N2} - Y_{N1}}{X_{N2} - X_{N1}};$$

$$b_N = Y_{N1} - X_{N1} \cdot \frac{Y_{N2} - Y_{N1}}{X_{N2} - X_{N1}}.$$

Далее определяем координату  $X_0$  точки пересечения прямых  $M_1M_2$  и  $N_1N_2$ :

$$Y_0 = Y_M(X_0) = Y_N(X_0);$$

$$k_M \cdot X_0 + b_M = k_N \cdot X_0 + b_N;$$

$$X_0 = \frac{b_N - b_M}{k_M - k_N}.$$

Определим условия, при которых точка будет лежать как между точками  $M_1$  и  $M_2$ , так и между точками  $N_1$  и  $N_2$  (рисунок 2.20).

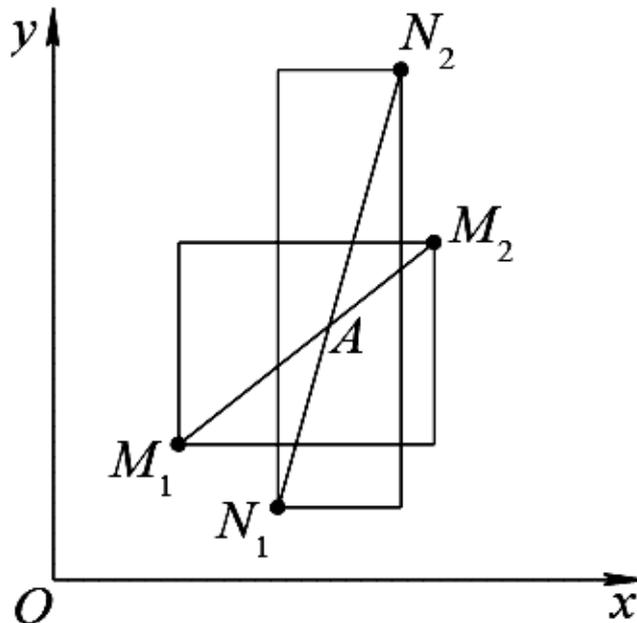


Рисунок 2.20 – К вопросу определения относительного положения точки пересечения профилей ножки и головки зуба сателлита

Геометрически указанные условия определяются следующим образом: точка должна лежать внутри двух прямоугольников, построенных на диагоналях, соответствующих отрезкам  $M_1M_2$  и  $N_1N_2$ . Аналитическое выражение этих условий

$$\begin{cases} X_0 < X_{N2}; & X_0 > X_{N1}; \\ X_0 < X_{M2}; & X_0 > X_{M1}; \\ Y_0 < Y_{N2}; & Y_0 > Y_{N1}; \\ Y_0 < Y_{M2}; & Y_0 > Y_{M1}. \end{cases}$$

Таким образом, для определения точки пересечения профилей ножки и головки зуба сателлита необходимо проверить выполнение данных условий для всех возможных комбинаций отрезков  $M_1M_2$  и  $N_1N_2$ , из которых состоят профили ножки и головки соответственно. При этом, если точка пересечения некоторой комбинации отрезков  $M_1M_2$  и  $N_1N_2$  будет найдена, то точка  $N_2$  будет являться граничной точкой профиля головки, а точка  $M_2$  – граничной точкой профиля ножки зуба сателлита. Те точки головки, которые будут лежать ближе к центру сателлита, чем точка  $N_2$ , и те точки ножки, которые будут лежать дальше от центра сателлита, чем точка  $M_1$ , следует отбросить.

### *2.2.6 Минимизация отклонения теоретически точной и приближенной моделей зубьев сателлита.*

Так как целью разрабатываемой методики является определение максимально достижимой точности, то недостаточно просто получить компьютерную модель теоретически точного зуба сателлита и сравнить ее с компьютерной моделью зуба сателлита. Необходим этап, на котором осуществлялось бы приближение сравниваемых моделей зубьев сателлита. Ниже предложены основные пути минимизации отклонения теоретически точной от приближенной моделей зубьев сателлита.

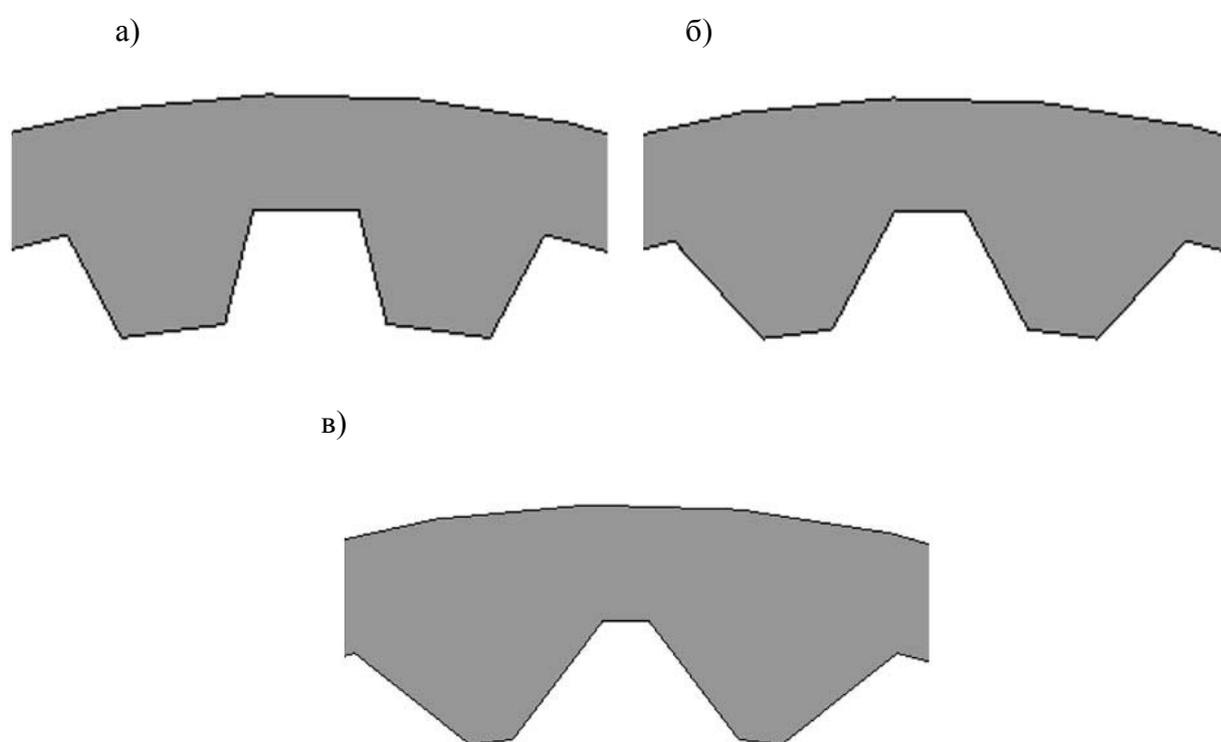
Так как зубья центрального формообразующего колеса имеют технологичную эвольвентную или круговую форму, то форма теоретически точных зубьев сателлита также может иметь технологичный профиль. В этом случае можно будет применять способы изготовления зубьев сателлита, основанные на использовании упрощенных профилей.

Таким образом, главным условием для минимизации отклонения между теоретически точными и упрощенными профилями зубьев

сателлита является необходимостью приближения профилей зубьев формообразующего центрального колеса и теоретически точных профилей образуемых зубьев сателлита.

Основным параметром зацепления прецессионной передачи, на основе которого возможно изменение теоретически точных профилей моделей зубьев центрального колеса и сателлита, является угол наклона профиля зуба центрального колеса.

Определим влияние на форму зубьев сателлита угла наклона профиля зубьев центрального трапецеидального формообразующего колеса. На рисунке 2.21 показаны зубья центрального колеса с различными углами наклона профиля зуба  $\alpha$ .

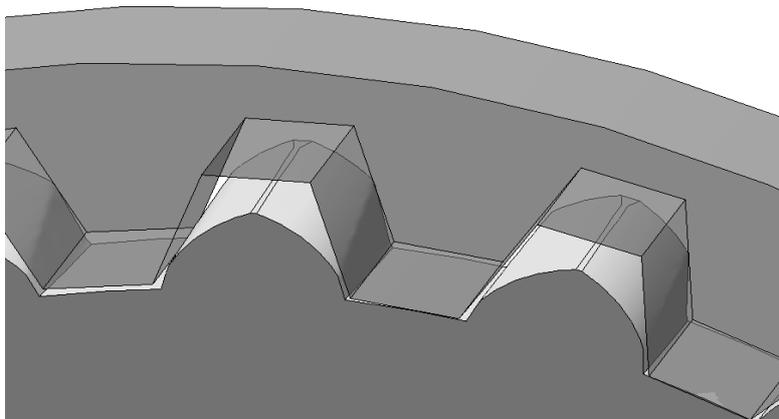


а – при  $\alpha = 20^\circ$ ; б – при  $\alpha = 30^\circ$ ; в – при  $\alpha = 40^\circ$

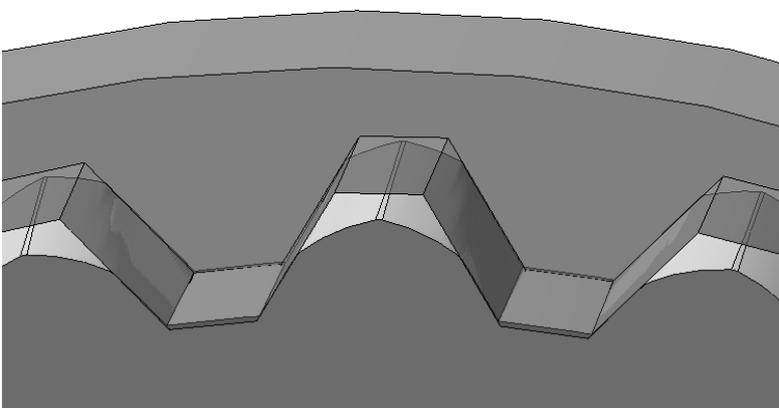
Рисунок 2.21 – Вид зубьев центрального трапецеидального колеса при различных углах наклона их профиля

Совмещенные теоретически точные модели зубьев сателлита с моделями зубьев формообразующего центрального колеса показаны на рисунке 2.22.

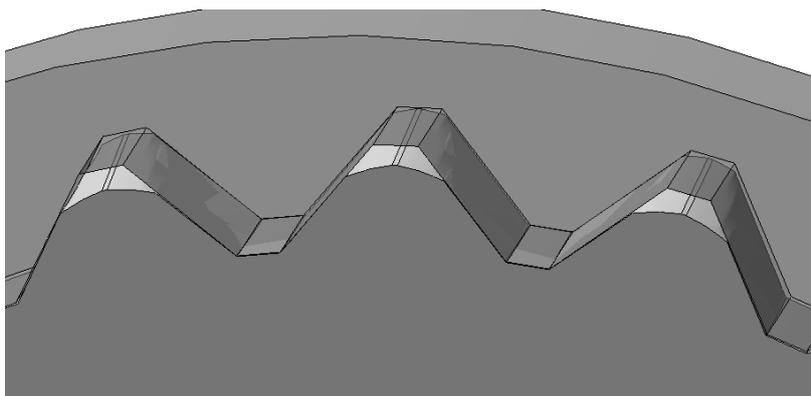
а)



б)



в)



а – при  $\alpha = 20^\circ$ ; б – при  $\alpha = 30^\circ$ ; в – при  $\alpha = 40^\circ$

Рисунок 2.22 – Совмещение моделей теоретически точных зубьев сателлита с моделями трапецидальных зубьев формообразующего центрального колеса при различных углах наклона профиля зубьев центрального колеса  $\alpha$

Анализ данных моделей позволяет сделать вывод, что с ростом угла наклона профиля  $\alpha$  теоретическая точная модель зуба сателлита приближается к профилю зубьев центрального колеса. Однако большие значения угла профиля зубьев центрального колеса приводят к значительному увеличению осевых сил в зацеплении, что отрицательно сказывается на ее работе. Поэтому необходимо получить зависимости для определения минимальных углов наклона профиля зубьев центрального колеса, обеспечивающих максимальное совпадение теоретически точной и приближенной моделей зубьев сателлита.

Для этого вновь воспользуемся принципом обратимости движений в процессе формообразования теоретически точных зубьев сателлита, т. е. определим заготовку сателлита как неподвижный объект, а формообразующему профилю зубьев центрального колеса придадим движения, свойственные заготовке сателлита.

Каждая точка, составляющая профиль зуба центрального колеса, будет совершать сферическое движение. Уравнения движения каждой из точек центрального колеса были получены в [55] и имеют следующий вид:

$$\begin{cases} X = \rho \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{z} - \theta\right); \\ Y = \rho \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{z} - \theta\right); \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\rho = \sqrt{b^2 \cdot \sin^2 \alpha_n \cdot \cos^2 \varphi + \frac{(R + b \cdot \sin \alpha_n \cdot \sin \varphi)^2}{1 - \sin^2 \alpha_n \cdot \sin^2 \varphi}};$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{b \cdot \sin \alpha_n \cdot \cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_n \cdot \sin^2 \varphi}}{R + b \cdot \sin \alpha_n \cdot \sin \varphi} \right),$$

где  $R$  – радиус, на котором расположена точка;

$b$  – расстояние от точки прецессии до первого сечения сателлита;

$\alpha_n$  – угол нутации;

$\varphi$  – угол поворота кривошипа;

$z$  – количество зубьев сателлита.

На рисунке 2.23 показано совмещение трапецеидальной формы зуба сателлита, имеющего различные углы наклона зуба  $\alpha$ , с траекторией движения точки  $A$  формообразующего трапецеидального профиля центрального колеса. Положение точки  $A$ , принадлежащей центральному колесу, определяется пересечением наклонной части профиля трапецеидального зуба центрального колеса и окружности его выступов.

На рисунке 2.23 отмечена точка  $K$ , являющаяся точкой пересечения траектории движения точки  $A$  с трапецеидальным профилем зубьев сателлита. Траектория движения точки  $A$  получена на основе вышеприведенных уравнений (2.13).

Проанализируем результаты совмещения трапецеидального профиля зуба центрального колеса с траекторией движения точки  $A$  при различных углах профиля:

- там, где траектория движения точки  $A$  проходит вне тела зуба сателлита (см. рисунок 2.23, в), происходит формообразование зуба сателлита при отсутствии явления срезания его профиля, т. е. профиль зуба формообразующего центрального колеса совпадает с профилем зуба сателлита и является трапецеидальным;

- там, где траектория движения точки  $A$  проходит по телу зуба сателлита, происходит срезание тела зубьев сателлита (см. рисунок 2.23, а, б), т. е. на данном участке совпадение профилей центрального колеса и сателлита отсутствует.

Граничной точкой, определяющей высоту профиля зуба центрального колеса, на которой не происходит срезание формообразующего профиля зуба сателлита, является точка  $K$ .

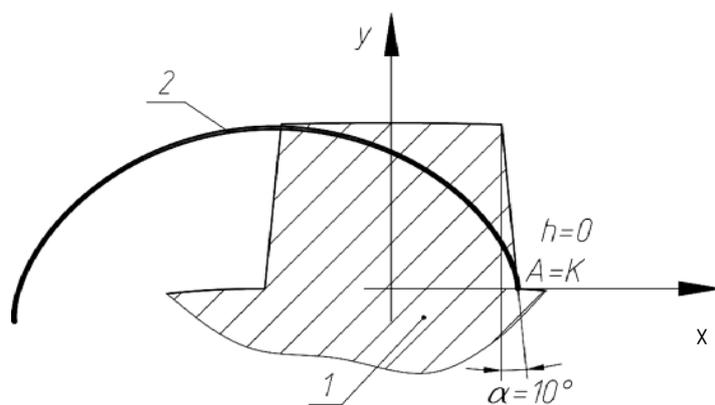
Цель проводимых исследований – определение оптимального угла наклона трапецеидального зуба центрального колеса, обеспечивающего максимально возможную высоту зуба сателлита, на которой не происходит явление срезания тела последнего.

Ниже описана методика определения указанного угла наклона.

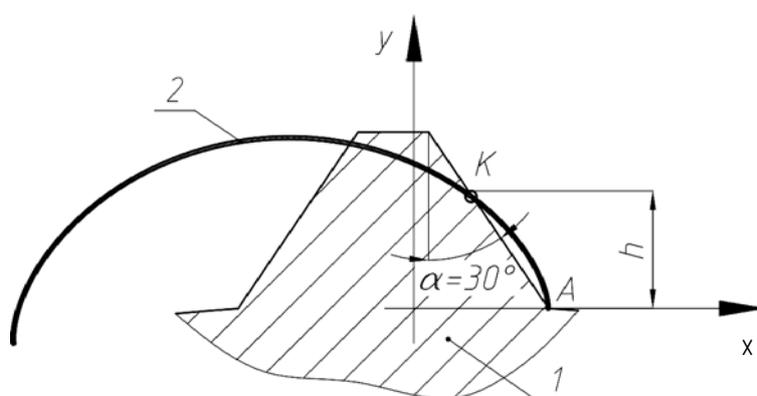
Угол наклона профиля зуба центрального колеса может быть рассчитан по следующей формуле:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{X_C - X_A}{Y_A - Y_C} \right).$$

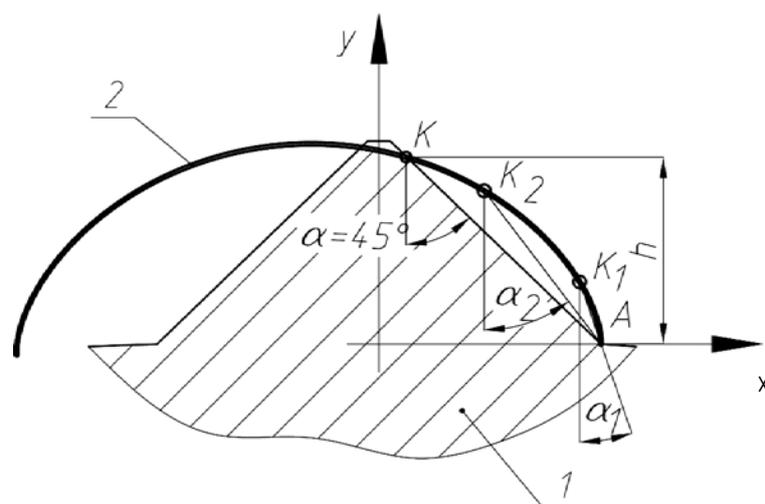
а)



б)



в)



а – угол  $\alpha = 10^\circ$ ; б – угол  $\alpha = 30^\circ$ ; в – угол  $\alpha = 45^\circ$

Рисунок 2.23 – Совмещение трапецидальной формы зубьев центрального колеса с различными углами наклона зуба с траекторией движения точки  $A$  профиля зуба центрального колеса

Разобьем траекторию точки  $A$  на отдельные минимального размера отрезки. Условно данный отрезок  $AK_1$  показан на рисунке 2.23, *в*. Зная уравнение движения точки  $A$ , можно определить координаты точек конца каждого из этих отрезков. В свою очередь, по известным координатам точки  $A$  и координатам точек каждого из отрезков можно определить углы наклона контролирующих отрезков  $AK_1, AK_2, AK_n$ , соединяющих начальное положение точки  $A$  с каждым из концов отрезков минимального размера, по формуле

$$\alpha_n = \operatorname{arctg} \left( \frac{X_C - X_A}{Y_A - Y_C} \right).$$

Затем сравнивают значение углов  $\alpha_n$  и угла профиля  $\alpha$ . Совпадение указанных углов говорит о том, что координаты точек конца минимального размера отрезка  $AK_n$  являются координатами вышеуказанной граничной точки  $K$ . Для определения этого совпадения необходимо создать цикловое вычисление углов наклона контролирующих отрезков с последующим сравнением этих углов с углом профиля зубьев центрального колеса. Эта задача была решена программным путем.

Определение координат точки  $K$  позволяет также без особого труда вычислить высоту профиля зубьев сателлита  $h$ , на которой гарантировано совпадение профилей зубьев центрального формообразующего колеса и профилей зубьев сателлита. Следует отметить, что разработанная методика и программное обеспечение были доработаны для случаев, где в качестве формообразующего профиля использовался не трапецеидальный, а эвольвентный и круговой формообразующие профили зубьев центрального колеса.

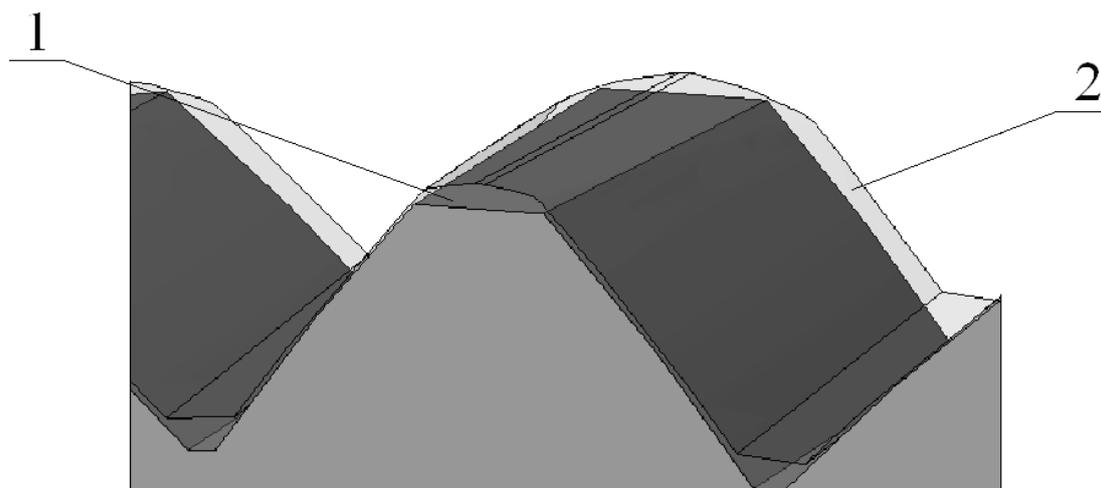
Таким образом, определены взаимосвязи между углом профиля зуба и его высотой, гарантирующие совпадение профилей зубьев центрального колеса и профилей теоретически точных зубьев сателлита. Указанное совпадение, в свою очередь, является необходимым условием для минимизации отклонения поверхности теоретически точных зубьев от поверхности зубьев сателлита, образованных на основе использования упрощенных профилей.

### 2.2.7 Оценка погрешностей зубьев сателлита, изготовленных с использованием упрощенных профилей.

Следующим этапом методики оценки максимально достижимой точности зубьев сателлита является проведение сравнительного анализа [56].

Сущность анализа заключается в установлении того, насколько геометрические параметры теоретически точных зубьев сателлита отличаются от зубьев сателлита, формообразование которых производится на основе упрощенных профилей. С помощью САПР SolidWorks замерялась разница между поверхностями модели теоретически точного зуба сателлита и модели зуба, образованного на основе упрощенных профилей.

На рисунке 2.24 представлено совмещенное изображение компьютерных моделей теоретически точных зубьев сателлита и эвольвентных зубьев сателлита, адаптированных к условиям работы прецессионной передачи.



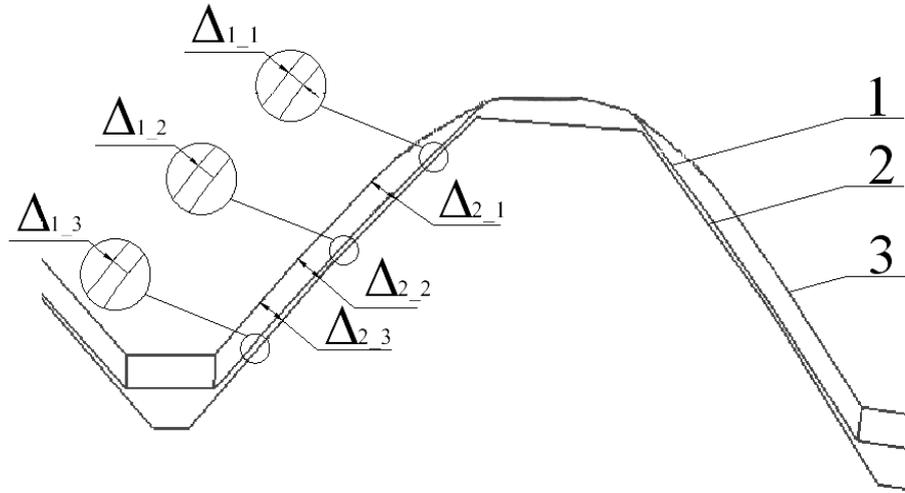
1 – зуб, образованный на основе упрощенных профилей; 2 – теоретически точный зуб

Рисунок 2.24 – Совмещение компьютерных моделей теоретически точного зуба сателлита и зуба, образованного на основе упрощенных профилей

Замеры отклонений совмещенных моделей проводились в сечениях, находящихся на наиболее удаленном и наиболее близком расстояниях от точки прецессии (рисунок 2.25).

Затем определялись максимальные величины отклонения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  профилей в указанных сечениях поверхности 1, принадлежащей теоретически точному зубу, от поверхности 2, принадлежащей зубу,

образованному на основе упрощенных профилей из полученных значений отклонений  $\Delta_{11}$ ,  $\Delta_{12}$ ,  $\Delta_{13}$  и значений  $\Delta_{21}$ ,  $\Delta_{22}$ ,  $\Delta_{23}$ .



1 – линия профиля теоретически точного зуба сателлита в дальнем сечении; 2 – линия профиля адаптированного эвольвентного зуба; 3 – линия профиля теоретически точного зуба сателлита в ближайшем сечении

Рисунок 2.25 – Схема для измерения разности между сравниваемыми профилями

За критерий оценки максимально достижимой точности зубьев сателлита было взято максимальное значение отклонения  $\Delta$  из двух определенных выше отклонений профилей  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ .

На основе вышеизложенной методики были проведены исследования эвольвентных зубьев сателлита, адаптированных к условиям работы прецессионного зацепления. Была получена графическая зависимость отклонения  $\Delta$  эвольвентного профиля зубьев сателлита от модуля зуба. Указанная графическая зависимость показана на рисунке 2.26.

Далее будут получены аналогичные графические зависимости для трех новых способов изготовления зубьев сателлита. Сравнительный анализ графических зависимостей позволит дать оценку точности изготовления зубьев сателлита новыми способами обработки, основанными на использовании упрощенных профилей, в сравнении со способом, заключающемся в применении адаптированных эвольвентных зубьев.

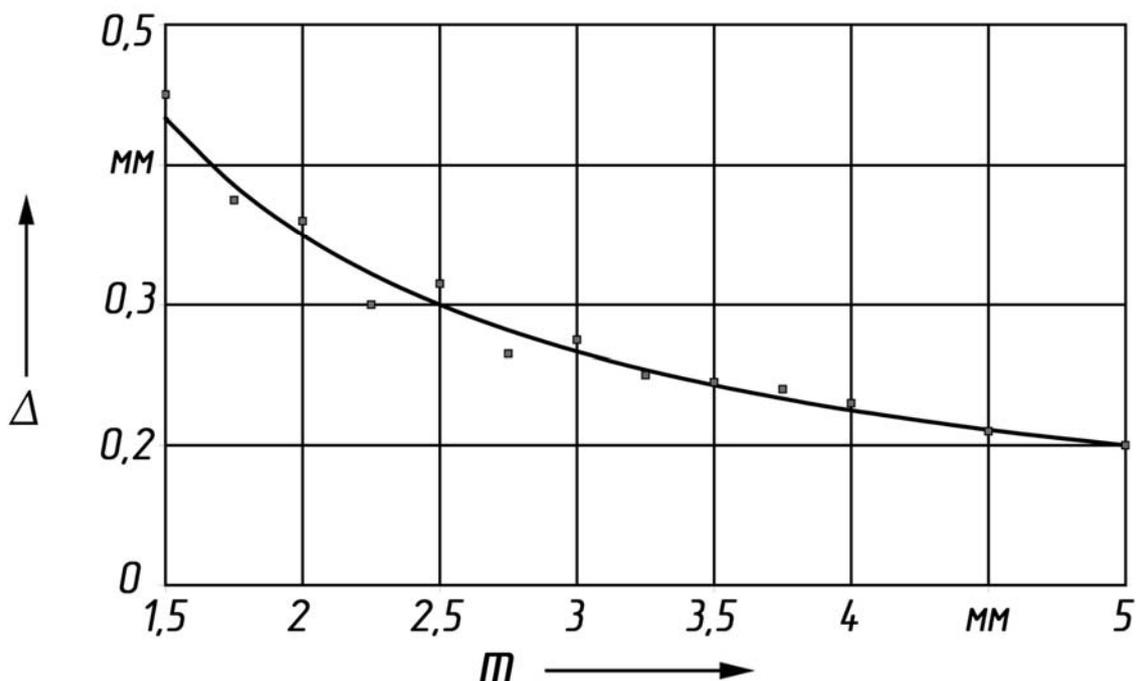


Рисунок 2.26 – График зависимости отклонения  $\Delta$  адаптированного эвольвентного профиля зубьев сателлита от модуля

### **2.3 Определение максимально достижимой точности зубьев сателлита, образованных способами формообразования с использованием упрощенных профилей**

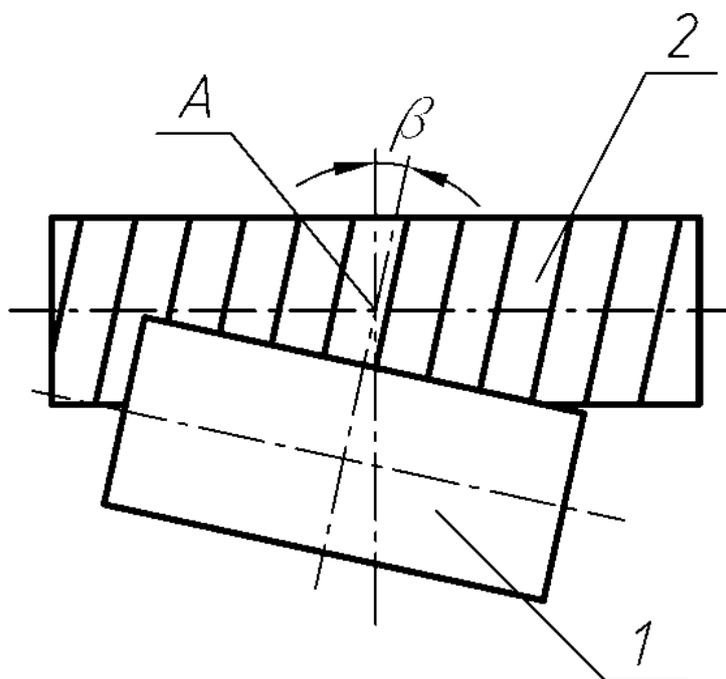
#### **2.3.1 Зубья сателлита, образованные с использованием метода двойного рабочего хода.**

Использование в зацеплении планетарной прецессионной передачи адаптированных эвольвентных зубьев хотя и является наиболее простой технологией при конструировании прецессионных редукторов, однако недостаток зубьев сателлита с адаптированными эвольвентными профилями заключается в значительных отклонениях их профиля  $\Delta_2$  от теоретически точного профиля зуба. Это ограничивает применение зацепления с адаптированными эвольвентными профилями в случае, если предъявляются относительно повышенные требования к передаче по плавности вращения ее выходного вала, а также к виброакустическим показателям. Для более точного приближения поверхности теоретически точного зуба сателлита к поверхности упрощенного зуба, изготовленного стандартным режущим инструментом, необходимо, чтобы средняя

величина отклонения  $\Delta_2$  имела значение, приближающееся к отклонению  $\Delta_1$ .

В связи с этим предложен принципиально новый способ изготовления зубьев сателлита. Этот способ позволяет получать зубья сателлита на универсальном зубофрезерном станке без применения специального станочного оборудования стандартным режущим инструментом (червячной фрезой) [51, 56].

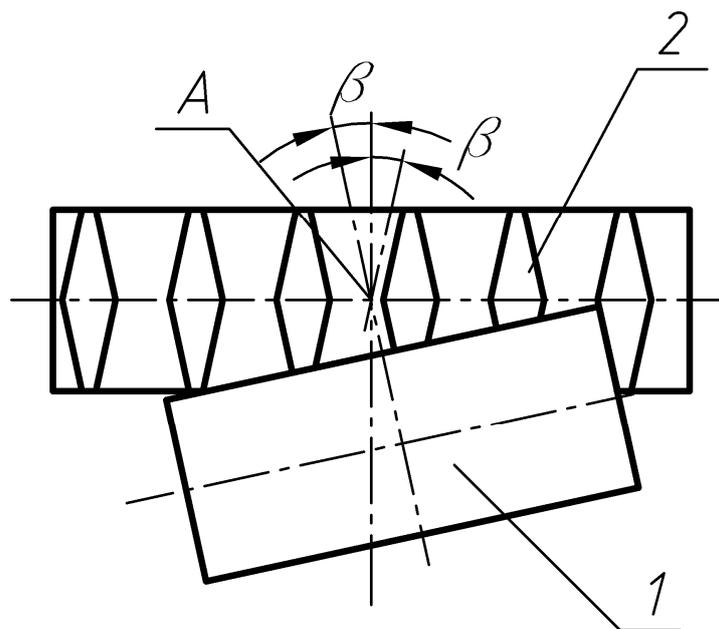
Сущность предлагаемого способа заключается в следующем (рисунки 2.27 и 2.28).



1 – инструмент; 2 – заготовка

Рисунок 2.27 – Схема установки фрезы относительно заготовки при первом проходе

В процессе обработки червячному инструменту 1, в качестве которого могут быть использованы червячная фреза или червячный шлифовальный круг, и заготовке 2 зубчатого изделия сообщают взаимосвязанные вращения вокруг их осей, обеспечивающие нарезание зубьев методом обкатки. Причем обработку производят, настроив червячный инструмент на нарезание косых зубьев с углом наклона  $\beta$ , обеспечивающим необходимое заострение бочкообразных зубьев.



1 – инструмент; 2 – заготовка

Рисунок 2.28 – Схема установки фрезы относительно заготовки при втором проходе

Затем осуществляют перенастройку зуборезного оборудования на нарезание косых зубьев с тем же значением угла  $\beta$ , но с противоположным направлением наклона зубьев. Перенастройка производится без нарушения кинематической связи между согласованными вращениями червячного инструмента и заготовки зубчатого изделия в положении червячного инструмента, при котором точка  $A$  пересечения его оси с осью заготовки зубчатого изделия располагается в плоскости поперечного сечения заготовки зубчатого изделия, где толщина зуба зубчатого изделия должна иметь максимальное значение.

Для получения компьютерных моделей зубьев сателлита, выполненных методом двойного хода инструмента, необходимо иметь в качестве исходных данных параметры профилей зубьев сателлита в ближайшем и наиболее удаленном от точки прецессии торцевых сечениях. При этом червячная фреза может иметь круговой и эвольвентный профили зубьев.

Вначале получим уравнения поверхности при использовании червячной фрезы с круговым профилем зубьев.

Для определения параметрических уравнений цилиндрической поверхности зуба сателлита прецессионной передачи воспользуемся

уравнением (2.4), приняв, что формообразующим элементом является рейка, а формируемым колесом – заготовка сателлита.

В уравнении (2.4) скорость  $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ , причем

$$\vec{v}_1 = \omega_2 \cdot r_{w2} \cdot \vec{j},$$

где  $r_{w2}$  – делительный радиус заготовки, равный ее начальному радиусу,  $r_{w2} > 0$ .

Скорость  $\vec{v}_2$  определим, полагая, что

$$\vec{\omega}_2 = \omega_2 \cdot \vec{k},$$

где  $\omega_2$  – алгебраическое значение соответствующей угловой скорости,  $\omega_2 = 1$ .

Радиус-вектор точки определяем по формуле

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \vec{A},$$

где  $\vec{A}$  – вектор, определяющий положение рейки относительно заготовки (принимая, что  $A > 0$ ) (рисунок 2.29):

$$\vec{A} = -A \cdot \vec{i}.$$

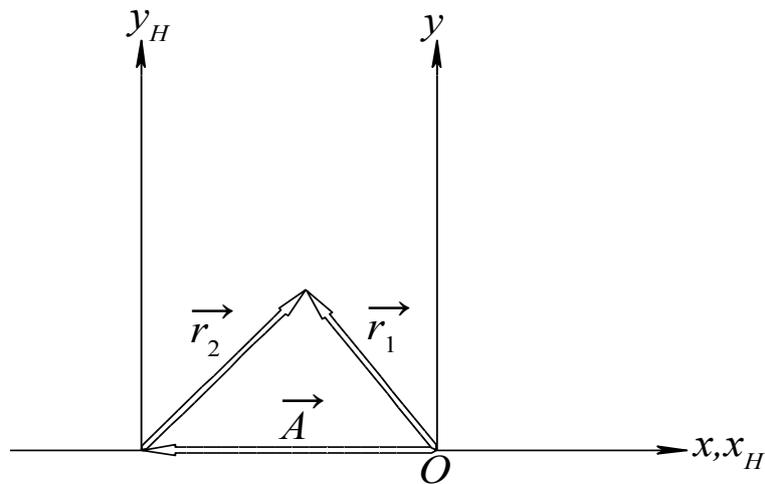


Рисунок 2.29 – Положение точки контакта заготовки и червячной фрезы относительно различных систем отсчета

Матрицу, соответствующую радиус-вектору  $\vec{r}_1$ , т. е.  $R_1$ , определим, учитывая, что

$$M_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \delta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\delta_1$  – смещение рейки в зависимости от угла  $\varphi_2$  поворота заготовки (рисунок 2.30):

$$\delta_1 = \varphi_2 \cdot r_{w2}.$$

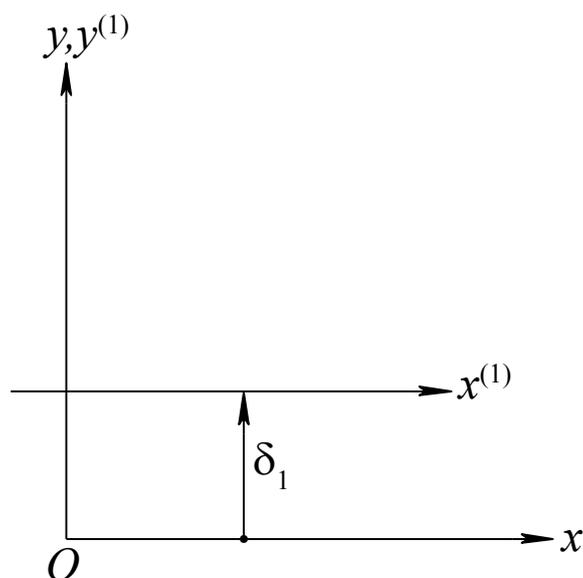


Рисунок 2.30 – Схема перемещения червячной фрезы

Координаты вектора  $\vec{r}_1$  в системе координат  $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  представлены на рисунке 2.31. В системе координат  $Oxyz$  эти координаты определим следующим образом:

$$x_1 = x_c - \rho \cdot \cos \varphi ;$$

$$y_1 = y_c + \rho \cdot \sin \varphi + \varphi_2 + r_{w2}.$$

Следует учитывать, что формообразующий профиль состоит из нескольких сопряженных окружностей (рисунок 2.31).

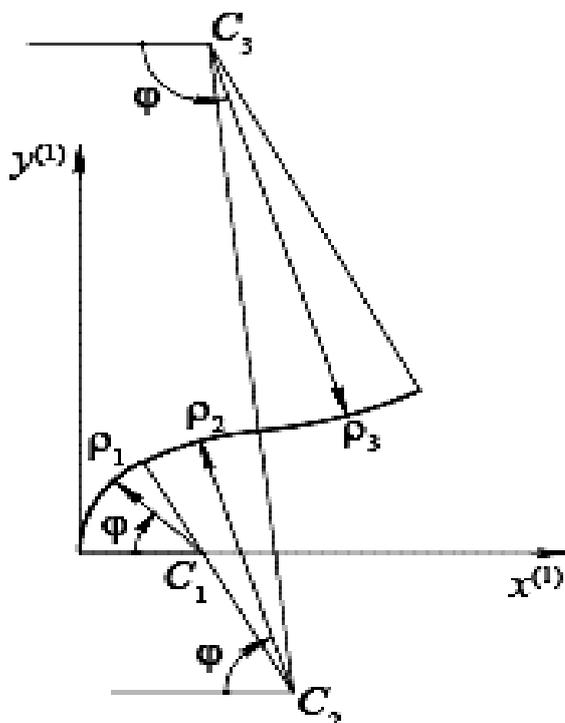


Рисунок 2.31 – Профиль червячной фрезы

Определяем проекции нормали:

$$n_{1x} = n_{1x}^{(1)} = -\cos \varphi ;$$

$$n_{1y} = n_{1y}^{(1)} = \sin \varphi ;$$

$$n_{1z} = n_{1z}^{(1)} = 0.$$

Записываем уравнение зацепления в развернутом виде:

$$\varphi_2 = \frac{-y_c + (-x_c - A + r_{w2}) \cdot \operatorname{tg} \varphi}{r_{w2}}.$$

При этом искомые параметрические уравнения примут вид:

$$x_2^{(2)} = (x_c - \rho \cdot \cos \varphi + A) \cdot \cos \varphi_2 + (y_c + \rho \cdot \sin \varphi + \varphi_2 \cdot r_{w2}) \cdot \sin \varphi_2 ;$$

$$y_2^{(2)} = -(x_c - \rho \cdot \cos \varphi + A) \cdot \sin \varphi_2 + (y_c + \rho \cdot \sin \varphi + \varphi_2 \cdot r_{w2}) \cdot \cos \varphi_2 ;$$

$$z_2^{(2)} = z_1^{(1)} .$$

Ниже приведена методика формообразования зубьев сателлита червячной фрезой с эвольвентным профилем зуба. Методика расчета, а точнее подбора геометрии эвольвентных зубьев сателлита, основана на теории эвольвентного зацепления [54, 56]. Исходными данными для расчета являются следующие геометрические параметры (рисунок 2.32):

- угол нутации  $\theta$ ,
- расстояние  $b$  от центра прецессии до сателлита;
- радиус  $R_{fk}$  впадин колеса;
- высота  $f_c$  зубьев сателлита;
- ширина  $h_c$  венца сателлита;
- модуль  $m$  зубьев колес;
- количество зубьев сателлита  $z_c$ .

Здесь и далее индекс  $c$  при буквенных обозначениях означает, что речь идет о сателлите ППП, а индекс  $k$  – о центральном колесе ППП.

Радиус делительной окружности сателлита рассчитывается по формуле

$$R_{oc} = \frac{z_c \cdot m}{2} .$$

Радиус выступов сателлита

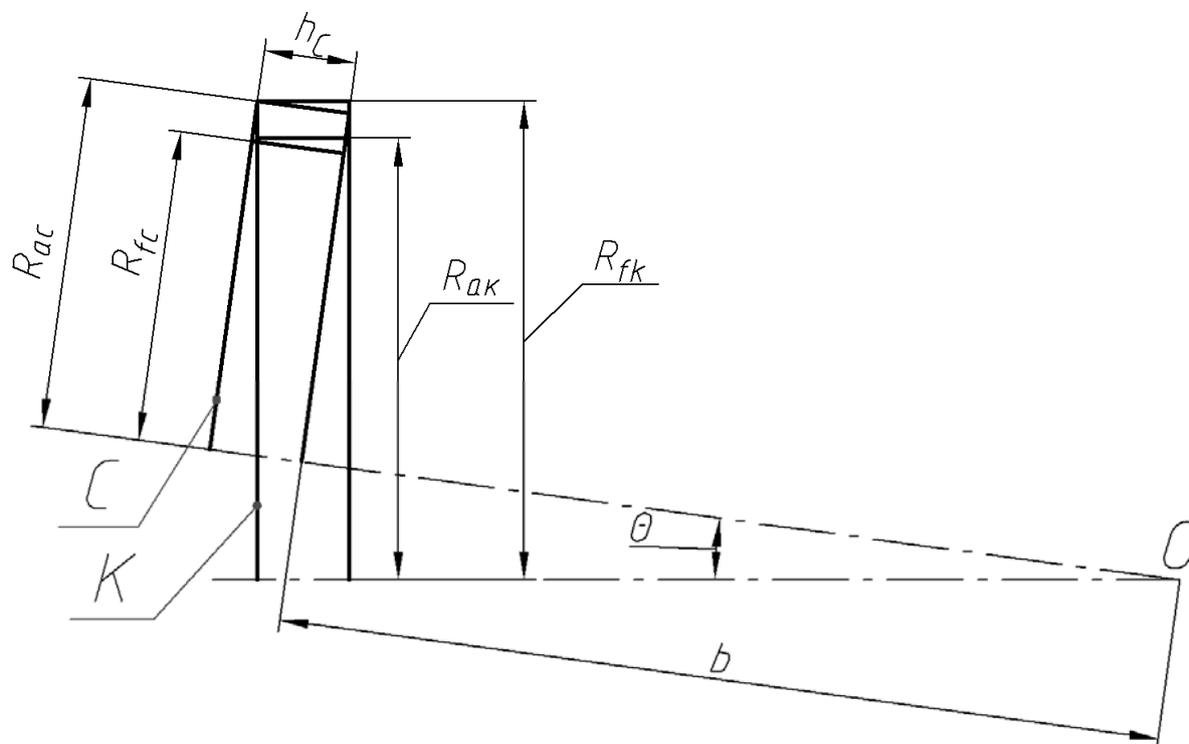
$$R_{ac} = \frac{R_{fk}}{\cos \theta} - (b + h_c) \cdot \operatorname{tg} \theta .$$

Радиус впадин сателлита

$$R_{fc} = R_{ac} - f_c .$$

Коэффициент смещения определяем из следующего выражения:

$$\xi_c = \frac{R_{fc} - R_{dc} + 1,25m}{m}.$$



$O$  – центр прецессии;  $C$  – сателлит;  $K$  – центральное колесо

Рисунок 2.32 – Основные параметры передачи с эвольвентным профилем зубьев сателлита

Коэффициент толщины зуба сателлита

$$\Delta_c = 2\xi_c \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Средний радиус по высоте зуба

$$R_{cp} = \frac{R_{fc} + R_{ac}}{2}.$$

Угол профиля зубьев сателлита на среднем радиусе

$$\alpha_{ac} = \arccos \frac{R_{dc} \cdot \cos \alpha}{R_{cp}}.$$

Толщина зубьев сателлита на среднем радиусе по высоте зуба

$$S_c = 2 \cdot R_{cp} \cdot \left( \frac{\pi}{2 \cdot z_c} - \frac{\Delta_c}{z_c} - (\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{ac}) \right).$$

В свою очередь, значение толщины зубьев сателлита также должно удовлетворять условию равнопрочности. Согласно этому условию выдерживается примерное равенство толщин зубьев центрального колеса и толщин зубьев сателлита на среднем радиусе. Так как толщина зуба центрального колеса должна быть примерно равна толщине зуба впадины сателлита, то указанное выше условие равнопрочности примет вид

$$S_c' = k S_c'',$$

где  $S_c'$  – толщина впадины зуба сателлита на среднем радиусе;

$S_c''$  – толщина тела зуба сателлита на среднем радиусе;

$k$  – коэффициент, учитывающий возможное незначительное отклонение толщины тела зуба от толщины впадины зуба (берется в пределах от 1 до 1,2).

Тогда толщина тела зуба сателлита на среднем радиусе определится как

$$S_c'' = \frac{2\pi R_{cp}}{z_c} - S_c'.$$

Используя вышеуказанное условие равнопрочности, получим выражение для расчета толщины зуба сателлита

$$S_c'' = \frac{2\pi R_{cp}}{(1+k)z},$$

где  $z$  – число зубьев сателлита.

Приравняв определенные из теории эвольвентного зацепления и из условия равнопрочности значения толщин зуба сателлита:

$$S_c = S_c'',$$

получим

$$\frac{\pi}{(1+k) \cdot z} = \left( \frac{\pi}{2 \cdot z_c} - \frac{\Delta_c}{z_c} - (\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{ac}) \right).$$

На основе вышеприведенных формул были построены графические зависимости между значениями радиусов впадин зубьев сателлита и значениями модулей, входящими в последнюю формулу в неявном виде (рисунок 2.33) при разных числах зубьев сателлита.

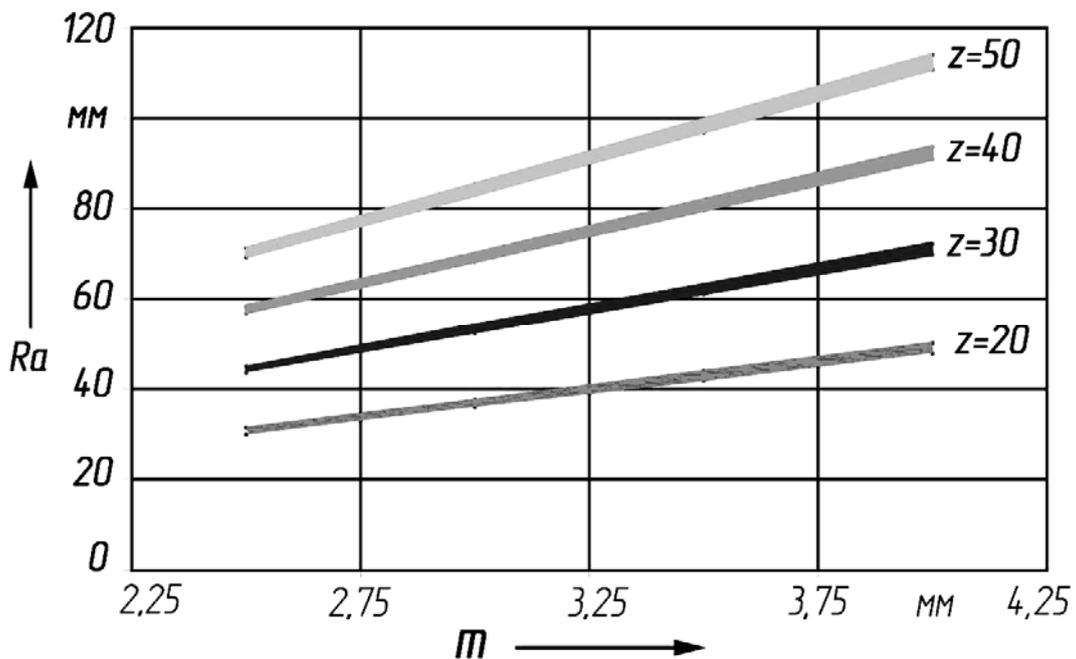


Рисунок 2.33 – Графики зависимостей значений радиусов впадин зубьев сателлита от модулей при различных числах зубьев сателлита

Важность графических зависимостей, представленных на рисунке 2.33, состоит в том, что на их основе могут быть определены исходные параметры эвольвентного профиля зуба сателлита в ближайшем и наиболее удаленном от точки прецессии торцевых сечениях, при которых возможно получение профиля эвольвентного зуба, удовлетворяющего условию равнопрочности.

Кроме условия равнопрочности зубьев сателлита и центрального колеса, при построении эвольвентных профилей зубьев сателлита должны учитываться также взаимосвязи между углом профиля зуба центрального колеса и высотой зуба сателлита. Эти взаимосвязи были получены ранее, их учет позволяет гарантировать совпадение профилей зубьев центрального колеса и профилей теоретически точных зубьев сателлита.

Геометрия эвольвентного профиля зубьев сателлита в ближайшем и наиболее удаленном от точки прецессии сечении моделируется специальной программой. При этом определяется угол наклона зуба  $\beta$  согласно формуле

$$\beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{S_{c1}'' - S_{c2}''}{2h_c} \right),$$

где  $h_c$  – ширина зубчатого венца сателлита;

$S_{c1}''$  – толщина зуба сателлита на среднем радиусе в ближайшем от точки прецессии его торцевом сечении;

$S_{c2}''$  – толщина зуба сателлита на среднем радиусе в наиболее удаленном от точки прецессии его торцевом сечении.

По определенным исходным параметрам в среде приложения SolidWorks строятся эвольвентные профили ближайшего и наиболее удаленного от точки прецессии сечениях. После этого средствами графического редактора SolidWorks формируется модель сателлита. Следует отметить, что указанные действия осуществляются программным способом.

По рисункам 2.34 и 2.35 можно проследить последовательность получения модели зубьев сателлита, полученных методом двойного хода инструмента.

Вначале (см. рисунок 2.34) эвольвентный профиль делает «вырез» из заготовки сателлита, представляющей собой цилиндр, двигаясь по одной винтовой направляющей. Затем аналогичным образом эвольвентный профиль делает другой «вырез», но двигаясь уже по другой винтовой направляющей. Таким образом, формируется одна впадина сателлита. Далее (см. рисунок 2.35) формируются зубья сателлита целиком путем размножения данной впадины средствами графического редактора.

На рисунке 2.36 показано совмещение компьютерных моделей поверхности теоретически точного зуба сателлита и поверхности зуба сателлита, образованного методом двойного рабочего хода.

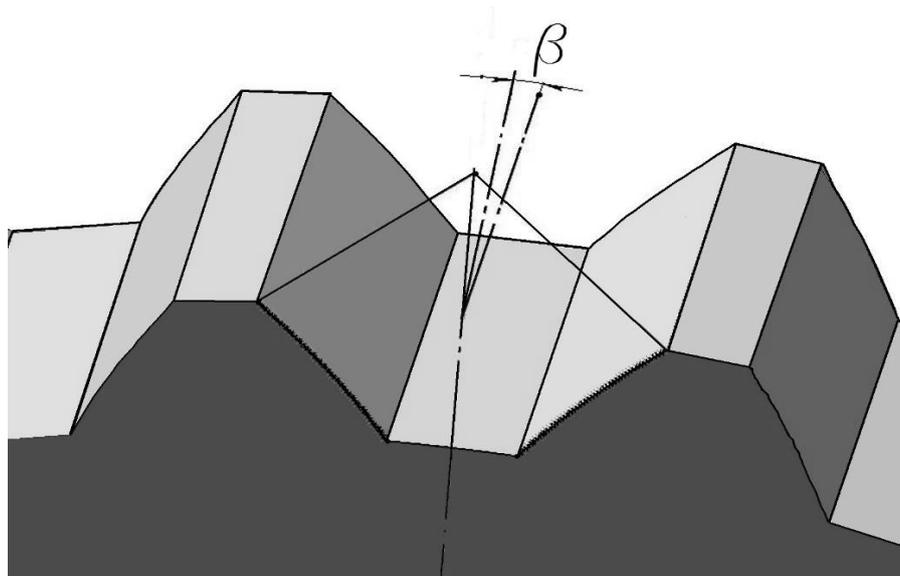


Рисунок 2.34 – Формирование компьютерной модели зубьев сателлита с левым углом наклона

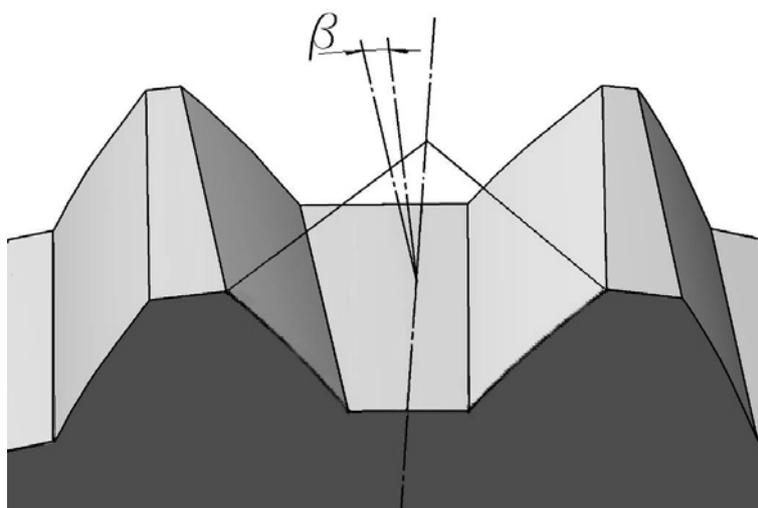
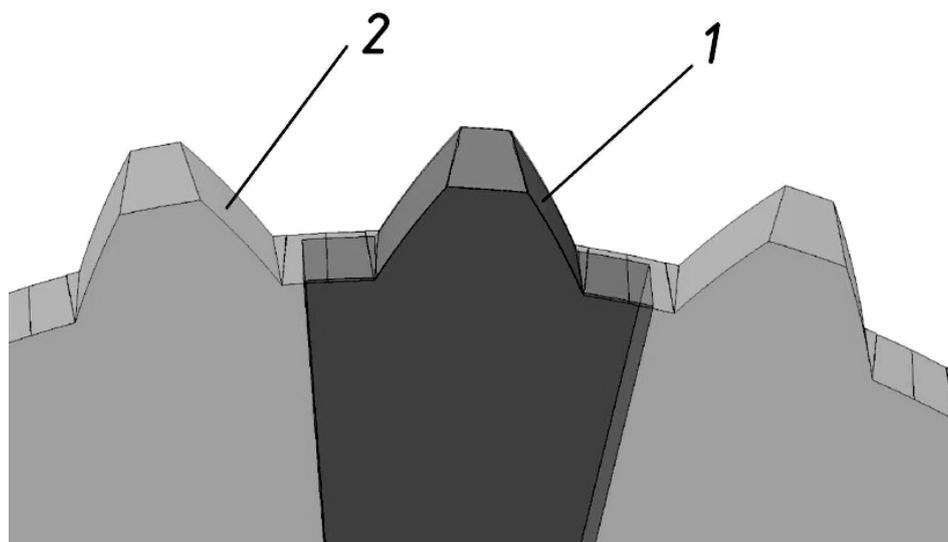


Рисунок 2.35 – Формирование компьютерной модели зубьев сателлита с правым углом наклона



1 – теоретически точный зуб; 2 – зуб, образованный методом двойного рабочего хода

Рисунок 2.36 – Совмещение компьютерных моделей теоретически точного зуба сателлита и зубьев сателлита, образованных методом двойного рабочего хода

Визуальный анализ совмещения компьютерных моделей зубьев сателлита, изображенного на рисунке 2.36, позволяет сделать вывод о почти полном совпадении боковых поверхностей сравниваемых поверхностей зубьев. Однако для получения численных значений отклонения поверхностей теоретически точной модели зуба сателлита и модели зуба сателлита, формообразованного методом двойного рабочего хода, были проведены исследования достижимой точности в соответствии с разработанной выше методикой. Результатом исследований стал график, отражающий зависимость погрешности изготовления зубьев сателлита методом двойного рабочего хода от его модуля, изображенный на рисунке 2.37.

Анализ графика (см. рисунок 2.37) позволил сделать вывод, что путем оптимизации параметров зацепления ППП можно добиться значений отклонений поверхностей теоретически точных зубьев от поверхности зубьев, выполненных способом двойного рабочего хода, не превышающих допусков на изготовление размеров, установленных при зубофрезеровании.

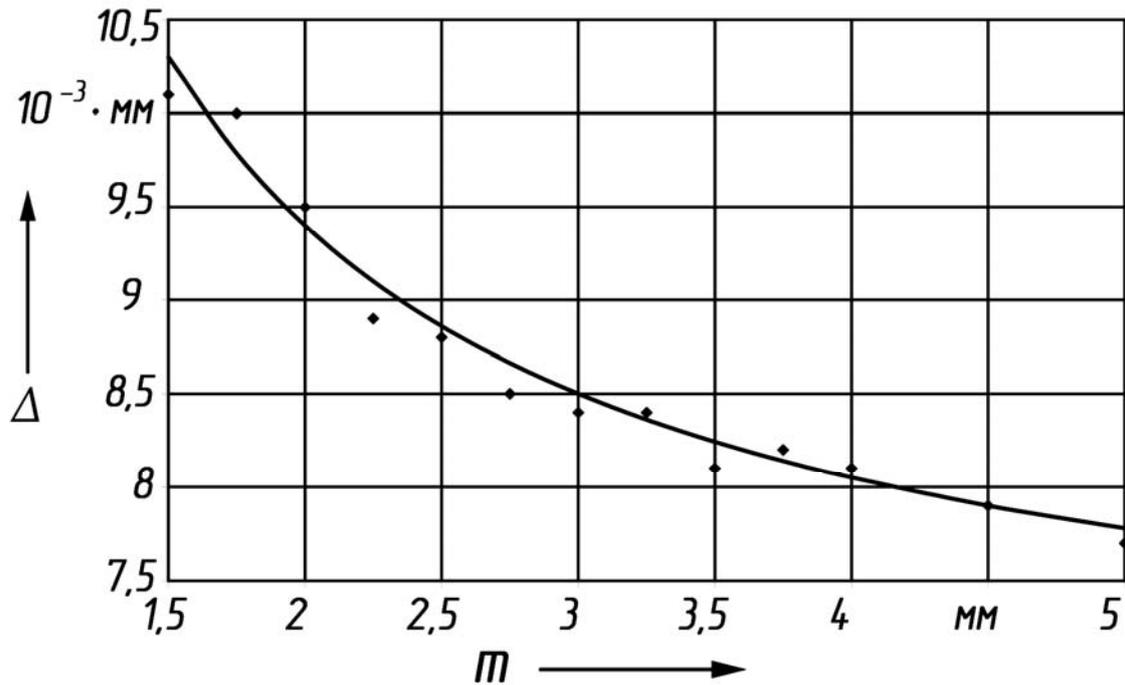


Рисунок 2.37 – График, отражающий зависимость погрешности изготовления зубьев сателлита, полученных методом двойного рабочего хода, от модуля зацепления

### 2.3.2 Зубья сателлита, полученные методом конического фрезерования.

Еще одним приближенным аналогом теоретически точного зуба сателлита является зуб, образованный так называемым методом конического фрезерования червячной фрезой.

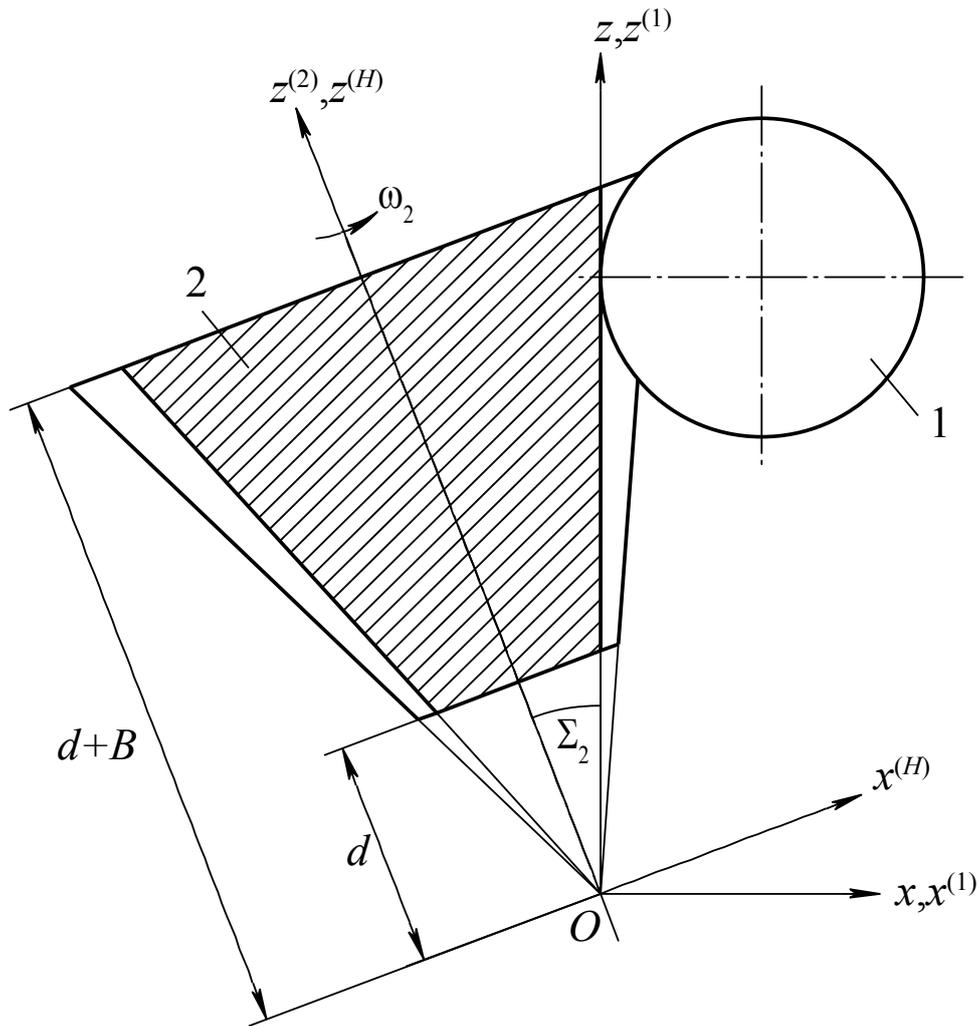
Составим уравнение зацепления применительно к рассматриваемому случаю (рисунок 2.38).

Нормаль  $\vec{n}_1$  была определена ранее:

$$n_{1x} = n_{1x}^{(1)} = -\cos \varphi ;$$

$$n_{1y} = n_{1y}^{(1)} = \sin \varphi ;$$

$$n_{1z} = n_{1z}^{(1)} = 0.$$



1 – червячная фреза; 2 – заготовка сателлита

Рисунок 2.38 – Схема зубофрезерования конического сателлита

Скорость точки инструмента-рейки, которую воспроизводит при обработке червячная фреза, также была определена ранее:

$$\vec{v}_1 = \omega_2 \cdot r_{w2} \cdot \vec{j},$$

Скорость точки сателлита найдем по формуле Эйлера, рассмотренной ранее:

$$\vec{v}_2 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r},$$

где

$$\vec{r} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k} = (x_c - \rho \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{i} + \\ + (y_c + \rho \cdot \cos \varphi + \varphi_2 \cdot r_{w2}) \cdot \vec{j} + z_1^{(1)} \cdot \vec{k}.$$

Угловую скорость спутника в системе координат  $Oxyz$  определим следующим образом:

$$\vec{\omega}_2 = \omega_2 \cdot \cos \Sigma_2 \cdot \vec{k} - \omega_2 \cdot \sin \Sigma_2 \cdot \vec{i}.$$

С учетом этого найдем скорость  $\vec{v}_2$ :

$$\vec{v}_2 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r},$$

$$\vec{v}_2 = (\omega_2 \cdot \cos \Sigma_2 \cdot \vec{k} - \omega_2 \cdot \sin \Sigma_2 \cdot \vec{i}) \times \\ \times ((x_c - \rho \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{i} + (y_c + \rho \cdot \cos \varphi + \varphi_2 \cdot r_{w2}) \cdot \vec{j} + z_1^{(1)} \cdot \vec{k}).$$

Определим скорость  $\vec{v}_{12}$  относительного движения контактной точки:

$$\vec{v}_{12} = \omega_2 \cdot (y_1 \cdot \cos \Sigma_2 \cdot \vec{i} + (r_{w2} - z_1 \cdot \sin \Sigma_2 - \\ - x_1 \cdot \cos \Sigma_2) \cdot \vec{j} + y_1 \cdot \sin \Sigma_2 \cdot \vec{k}).$$

Принимая  $\omega_2 = 1$ , уравнение зацепления перепишем следующим образом:

$$\varphi_2 = \frac{r_{w2} \cdot \sin \varphi - z_1^{(1)} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \Sigma_2 - (x_c \cdot \sin \varphi + y_c \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \Sigma_2}{r_{w2} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \Sigma_2}.$$

Преобразование координат точки, описанной в системе инструмента, к системе спутника осуществляется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ y_1^{(2)} \\ z_1^{(2)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \Sigma_2 & 0 & -\sin \Sigma_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma_2 & 0 & \cos \Sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \varphi_2 \cdot r_{w2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ z_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Сущность метода поясняется схемой формообразования, показанной на рисунке 2.39.

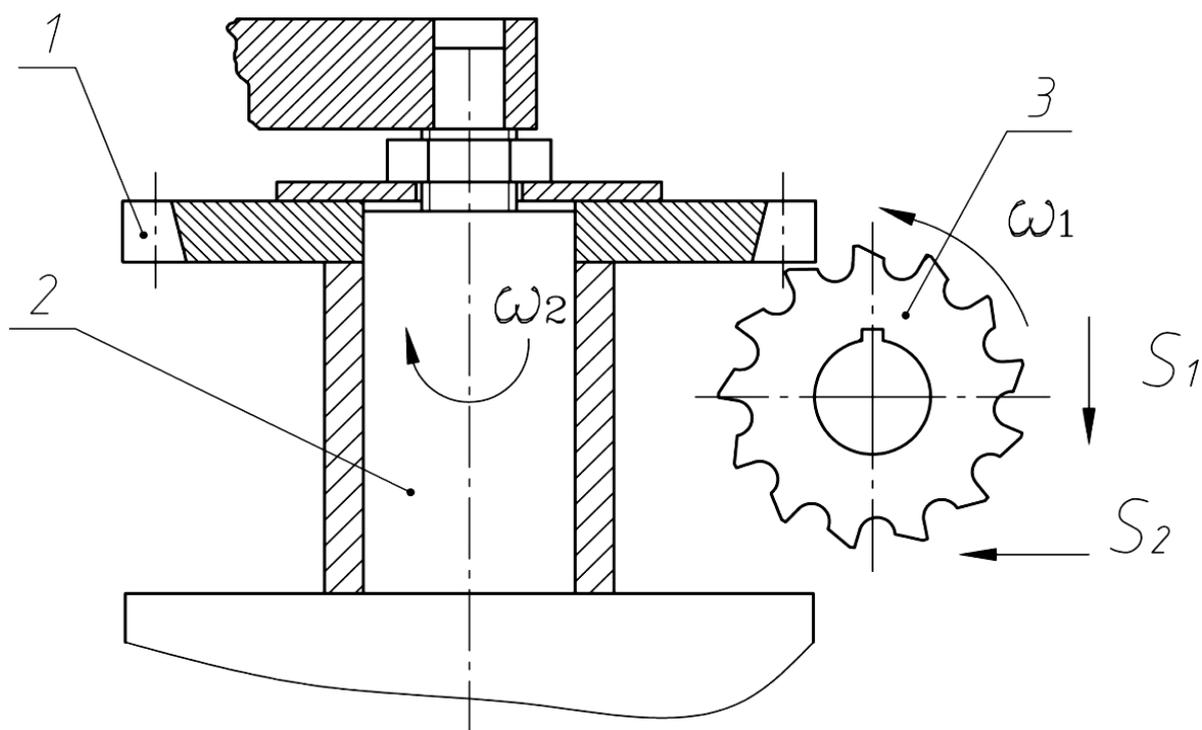


Рисунок 2.39 – Схема формообразования приближенных зубьев сателлита методом конического фрезерования

Обработка зубьев методом конического зубофрезерования практически ничем не отличается от метода обработки обычных эвольвентных зубьев на зубофрезерном станке, за исключением необходимости наличия

дополнительной радиальной подачи инструмента. Имеются модели зубофрезерных станков, позволяющие реализовать радиальную подачу в процессе обработки зубьев, например станок 5К310. Поэтому метод конического зубофрезерования, так же, как и метод двойного рабочего хода, не требует при обработке на станке указанной выше модели применения специальных приспособлений и наличия дополнительных кинематических цепей.

Принцип осуществления метода конического зубофрезерования достаточно прост. Заготовка сателлита 1, размещенная на оправке 2 зубофрезерного станка, совершает согласованное с вращением червячной фрезы 3  $\omega_2$  вращение  $\omega_1$ . Одновременно в процессе обработки осуществляются осевая  $S_1$  и радиальные подачи  $S_2$  червячной фрезы.

Следует отметить, что методика подбора параметров исходного эвольвентного профиля зуба аналогична методике подбора параметров эвольвентного профиля сателлита с зубьями, образованными методом двойного рабочего хода.

На рисунке 2.40 представлена компьютерная модель зубьев сателлита, сформированных путем наклона оси вращения заготовки сателлита к оси центрального колеса.

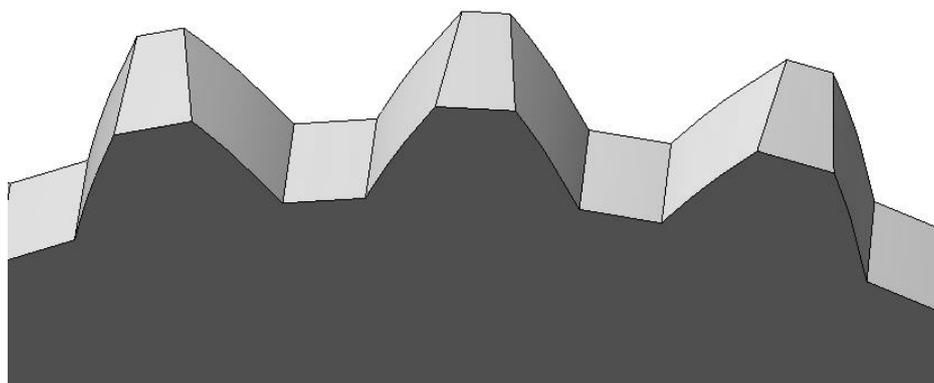
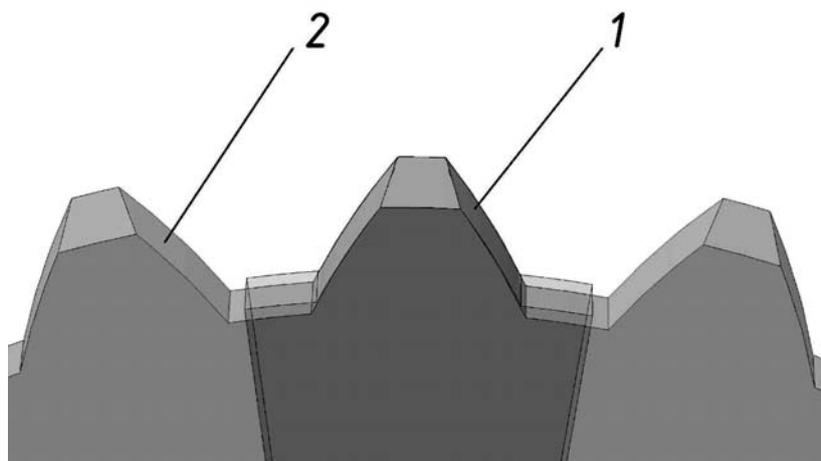


Рисунок 2.40 – Общий вид компьютерной модели зубьев сателлита, полученных методом конического зубофрезерования

На рисунке 2.41 показано совмещение компьютерных моделей теоретически точных зубьев сателлита и зубьев сателлита, полученных на основе использования метода конического зубофрезерования.

Используя разработанную методику оценки максимально достижимой точности, была определена погрешность зубьев сателлита, изго-

товленных методом конического зубофрезерования. На рисунке 2.42 дана графическая зависимость погрешности изготовления зубьев сателлита, полученных методом конического фрезерования, от модуля зубьев.



1 – теоретически точный зуб; 2 – зуб, образованный методом конического зубофрезерования

Рисунок 2.41 – Совмещение компьютерных моделей теоретически точных зубьев сателлита и зубьев сателлита, полученных на основе использования метода конического зубофрезерования

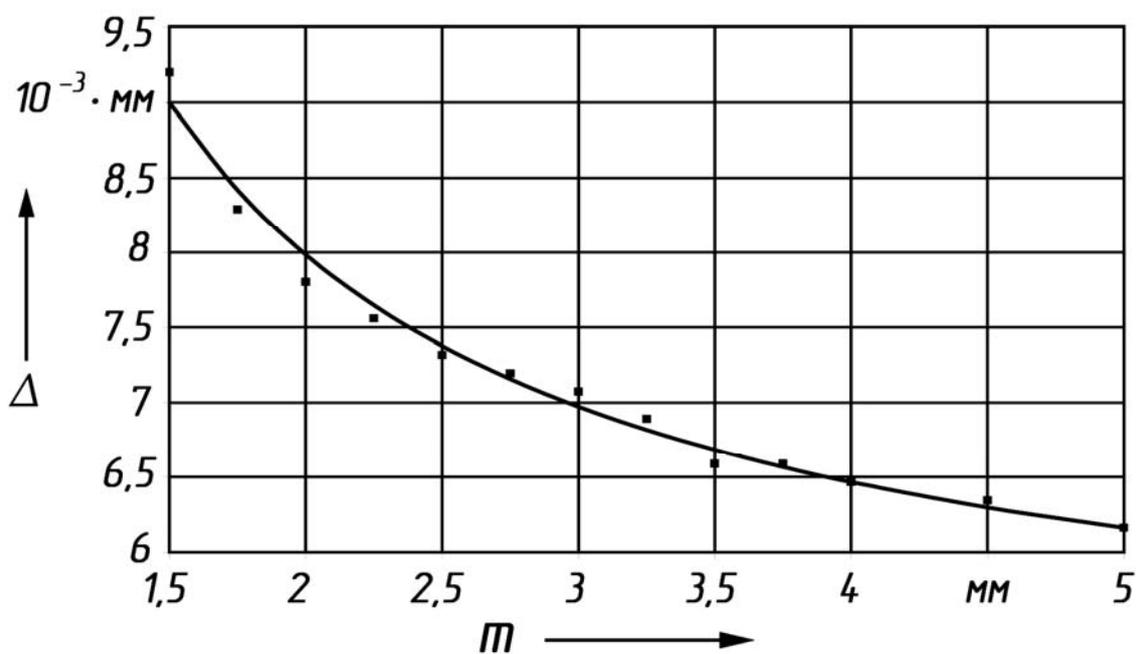


Рисунок 2.42 – График зависимости погрешности изготовления зубьев сателлита, полученных методом конического фрезерования, от модуля зубьев

Сравнительный компьютерный анализ теоретически точных зубьев сателлита и зубьев сателлита, смоделированных с помощью метода конического фрезерования, позволил сделать вывод, что последний метод, так же, как и метод двойного рабочего хода, позволяет добиться значений отклонения поверхностей сравниваемых зубьев, не превышающих допусков на изготовление размеров, установленных при зубофрезеровании.

Из вышесказанного следует, что при наличии зубофрезерных станков, реализующих возможность радиальной подачи во время обработки, метод конического зубофрезерования при изготовлении зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи имеет преимущество по сравнению с методом двойного рабочего хода, т. к. зубообработка ведется в один проход.

## ***2.4 Определение кинематической погрешности планетарной прецессионной передачи***

### *2.4.1 Выбор объекта для проведения компьютерных исследований.*

Выше было доказано, что погрешности, возникающие при применении способов обработки зубьев сателлита, использующих упрощенные профили, незначительны по сравнению с допусками на изготовление размеров, установленными при зубофрезеровании. Однако необходимо определить, как указанные погрешности влияют на качество работы передачи.

Одним из основных показателей, определяющих качество работы механической передачи, является ее кинематическая погрешность.

На основе разработанных моделей сателлита могут быть созданы различные компьютерные модели прецессионной передачи, исследования которых позволяют на стадии проектирования определить указанную выше кинематическую погрешность вращения выходного вала, вызванную сочетанием многих факторов. Одним из таких факторов являются и погрешности зубьев сателлита, образованные в результате использования новых способов обработки. Установление значений кинематической погрешности вращения сателлита и влияния на нее способов обработки зубьев сателлита – цель проводимых ниже компьютерных исследований.

Однако в кинематической погрешности планетарной прецессионной передачи основной и значительной составляющей является кинематическая погрешность угловой муфты. Чтобы убрать влияние данной

составляющей на кинематическую погрешность в процессе исследований, было решено значение кинематической погрешности на компьютерной модели передачи снимать не с выходного вала, а непосредственно с сателлита. Это позволит не учитывать в общей кинематической погрешности составляющую, вызванную применением в конструкции угловой муфты.

Ниже приведена разработанная методика для определения указанной погрешности, позволяющая установить значения данного показателя не только в относительных, но и в абсолютных единицах на стадии ее проектирования.

Объектом для исследований являются компьютерные модели прецессионной передачи, имеющие различные профили входящих в контакт зубьев, полученные различными методами обработки. Но для проектирования конкретной компьютерной модели необходимо иметь исходные данные проектируемой модели прецессионного редуктора, которые обычно содержатся в техническом задании. К ним относятся, в первую очередь, передаточное отношение, значение выходного крутящего момента и частоты вращения входного вала.

Вначале определимся с передаточным отношением создаваемых компьютерных моделей. Как известно, прецессионные передачи отличаются возможностью трансформирования вращения в большом диапазоне передаточных отношений. Диапазон передаточных отношений прецессионной передачи типа К-Н-V, имеющей одну пару зацепления и угловую муфту, лежит в пределах 10–60.

В монографии приведен анализ результатов исследований компьютерных моделей, имеющих значение передаточного отношения, равное 24. Выбор указанного передаточного отношения определился не только распространенностью редуцирующих механизмов с данным передаточным отношением, а также исходя из наличия изготовленных с указанным передаточным отношением мотор-редукторов для конкретного привода. Это позволило в дальнейшем сократить затраты на проведение экспериментальных исследований, необходимых для подтверждения адекватности работы компьютерных моделей. Данным конкретным приводом являлся привод к бетонозаглаживающей машине СО-170, конструкция которой описана в четвертом разделе.

Крутящий момент на выходном валу всех компьютерных моделей, в связи с наличием изготовленных экспериментальных образцов, был принят равным 200 Н·м. Диаметральные габаритные размеры всех компьютерных моделей, следовательно, и радиусы, на которых

происходит контактное зацепление зубьев, принимались исходя из заданного крутящего момента на основе произведенных прочностных расчетов. Учитывая то, что выходной крутящий момент для всех моделей был равен 200 Н·м, то с целью обеспечения чистоты эксперимента все компьютерные модели редукторов с допустимой точностью проектировались с одинаковыми диаметральными размерами.

После того как определены контролируемые показатели исследуемых компьютерных моделей прецессионных редукторов и их технические параметры, необходимо определиться с последовательностью проведения исследований, которая является составной частью общей методики проведения компьютерных исследований. Общая методика включает настройку компьютерных моделей, ввод и обработку результатов компьютерных исследований.

#### *2.4.2 Настройка компьютерных моделей для их анализа в приложении COSMOSMotion.*

Созданная в САПР SolidWorks и проверенная на отсутствие интерференции контактирующих звеньев компьютерная модель передачи экспортируется в приложение COSMOSMotion. Затем осуществляется наложение на компьютерную модель взаимосвязей и настройка параметров взаимодействия ее звеньев.

Центральное колесо определяется в меню программы «Parts» как «Ground Parts», т. е. как неподвижное. Все остальные звенья передачи определяются в этом же меню как «Moving Parts», т. е. как подвижные.

В меню «Constraints» и подменю «Joints» на звенья компьютерной модели наносятся определенные взаимосвязи. Так, на входном и выходном валах в местах расположения подшипниковых опор устанавливается «Revolute Joint», благодаря чему звенья модели могут совершать взаимный поворот относительно выбранной оси. На сателлит устанавливается «Revolute Joint» на наклонной части входного вала. Жесткость и коэффициент демпфирования для всех опор можно назначить в общем меню программы. При необходимости учета жесткости и коэффициента демпфирования в отдельных опорах вместо вышеописанных взаимосвязей используется «Bushing» из подменю «Forces» с назначением соответствующих параметров.

Следующим шагом настройки параметров компьютерного взаимодействия в COSMOSMotion является установление Contact3D на центральное колесо и сателлит, зубья которых находятся в зацеплении. В параметрах Contact3D назначаются материалы тел, входящих в контакт, а

также коэффициенты статического и динамического трения. В настройках Contact3D в закладке «Contact» определяются материалы контактирующих тел как смазанная сталь, коэффициенты динамического и статического трения берутся 0,08 и 0,05 соответственно.

Затем в меню «Motion» назначают вращение вокруг оси  $OZ$  на входном валу с угловой скоростью, равной  $1500 \text{ мин}^{-1}$ , что соответствует значению  $9000 \text{ град/с}$ .

Следующим действием настройки является создание в подменю «Action Only» на сателлите крутящего момента сопротивления  $200 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Для определения времени одного оборота входного вала используем формулу

$$t = \frac{360}{\omega},$$

где  $\omega$  – частота вращения входного вала, град/с.

Основные свойства модели назначаются в меню «COSMOSMotion Options», т. е. в закладке «World» определяются единицы измерений времени и силы, а также направление силы тяжести; в закладке «Simulation» время работы модели  $t$ , количество расчетных кадров принимаем  $20000$  и устанавливаем максимальную точность для Contact3D с помощью полосы прокрутки. В закладке «Solver» выбираем тип интегратора (решателя) WSTIFF как наиболее точный. Параметры интегратора оставляем по умолчанию.

Для учета инерционных свойств модели ППП в случае, если ранее не был задан материал деталей, он назначается в меню «Parts» и подменю «Moving Parts» в свойствах «Properties».

Вид компьютерной модели ППП с наложенными на ее взаимосвязями представлен на рисунке 2.43.

После наложения на компьютерную модель ППП необходимых взаимосвязей осуществляют ее запуск на расчет. Результаты расчета хранятся в компьютерной сборке ППП. Для последующего анализа необходимо произвести вывод и обработку полученных данных.

#### *2.4.3 Обработка результатов расчета кинематической погрешности.*

Кинематическая погрешность любой механической передачи характеризуется разностью между действительным и номинальным (расчетным) углами поворота ее ведомого вала, соответствующими одинаковым углам поворота ведущего вала в измеряемый момент

времени. Кинематическая погрешность механической передачи возникает по следующим причинам:

- из-за контактных и упругих деформаций звеньев;
- из-за погрешностей изготовления звеньев и сборки передачи [56];
- из-за погрешностей, вызванных кинематикой взаимодействия звеньев передачи (например, погрешность передачи вращения с помощью угловой муфты).

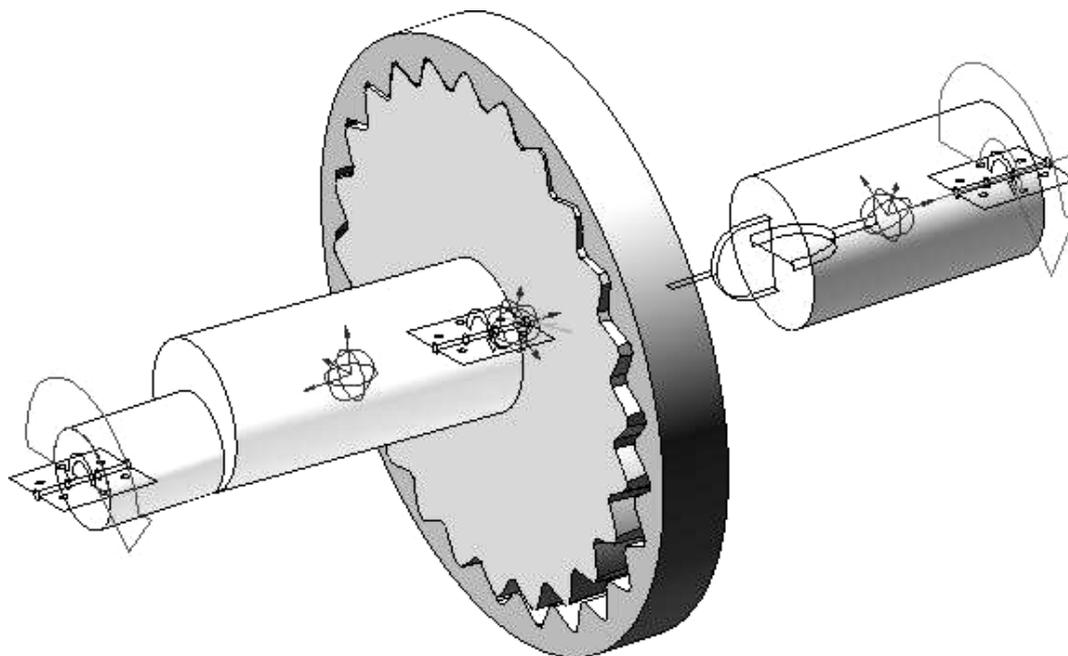


Рисунок 2.43 – Вид компьютерной модели прецессионной передачи типа К-Н-В с наложенными на ее звенья взаимосвязями их взаимной фиксации

Кинематическая погрешность может выражаться как в угловых единицах, так и в единицах длины дуги делительной окружности ведомого колеса:

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_{2д} - \varphi_{2н};$$

$$\Delta F_2 = (\varphi_{2д} - \varphi_{2н}) \cdot R,$$

где  $\Delta\varphi_2$  – кинематическая погрешность, выраженная в угловых единицах;

$\Delta F_2$  – кинематическая погрешность передачи, выраженная в линейных единицах;

$\varphi_{2d}$  – действительный угол поворота сателлита относительно входного вала;

$\varphi_{2n}$  – номинальный угол поворота сателлита относительно входного вала;

$R$  – средний радиус между радиусом выступов и радиусом впадин сателлита.

Средства приложения COSMOSMotion позволяют получить зависимость угловой скорости сателлита относительно входного вала от времени. Однако оценка кинематической погрешности ППП на основе полученных зависимостей невозможна. Требуется произвести обработку полученных данных, пользуясь следующими формулами.

$$\varphi_{2d} = \omega_d \cdot \Delta t - \varphi_{2d0},$$

где  $\omega_d$  – угловая скорость сателлита относительно входного вала в момент времени  $t$ ;

$\Delta t$  – время, за которое угол поворота сателлита относительно входного вала изменился от  $\varphi_{2d}$  до  $\varphi_{2d0}$ .

Номинальный угол поворота сателлита относительно входного вала рассчитывается по формуле

$$\varphi_{2n} = \varphi + \frac{\varphi}{u},$$

где  $\varphi$  – угол поворота кривошипа;

$u$  – передаточное отношение между неподвижным колесом и сателлитом.

Для более удобной обработки полученных значений эти данные были экспортированы в Microsoft Excel.

Обработка экспортируемых данных осуществляется с помощью разработанной специально для этих целей программы, которая в автоматическом режиме рассчитывает шаг угла поворота и определяет кинематическую погрешность в минутах за один оборот входного вала в соответствии с приведенными выше формулами.

Следующий шаг обработки данных осуществляется с помощью специально созданной программы. Результатом ее работы в Microsoft Excel является графическая зависимость отклонения угла поворота сателлита от номинального значения за период времени, соответствующий одному обороту входного вала (рисунок 2.44).

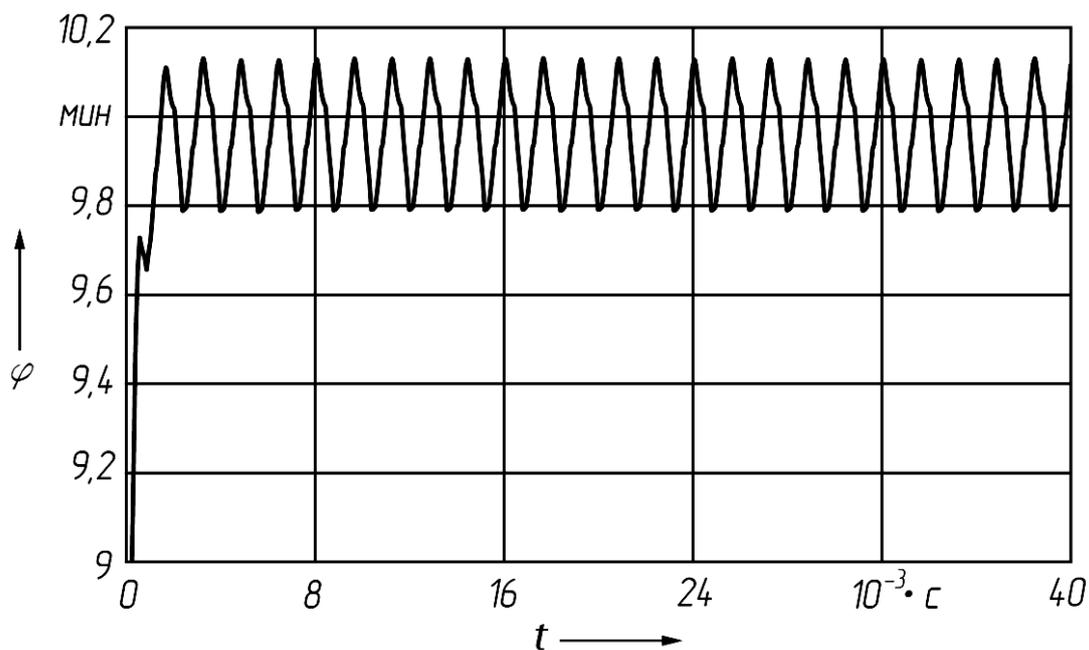


Рисунок 2.44 – График зависимости кинематической погрешности сателлита ППП от времени

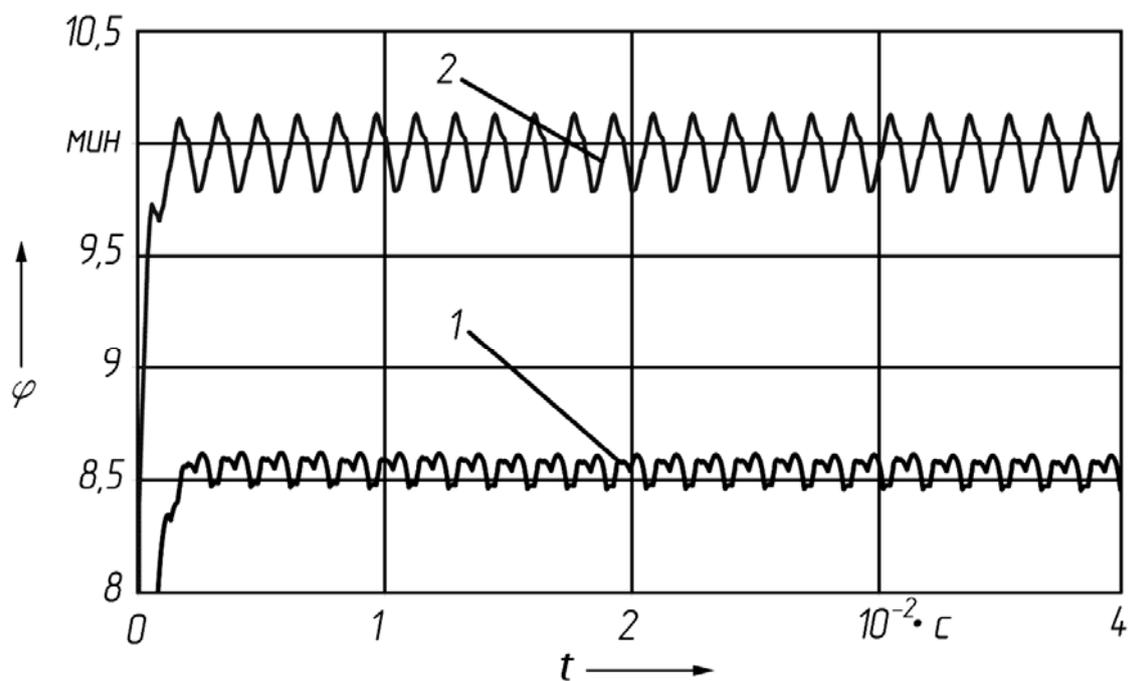
Полученная графическая зависимость, отражающая величину кинематической погрешности в угловых единицах от времени, позволяет осуществлять сравнительную относительную оценку по указанному параметру различных вариантов компьютерных моделей планетарной прецессионной передачи. Более подробно ознакомиться с описанной выше методикой можно в [51].

#### 2.4.4 Результаты расчета кинематической точности и плавности.

Вначале проведем сравнительный анализ значений кинематической погрешности компьютерных моделей при использовании в ее зацеплении теоретического эвольвентного и теоретического кругового профилей зубьев сателлита. На рисунке 2.45 показаны графики, отражающие зависимость кинематической погрешности угла поворота сателлита от времени при использовании в зацеплении кругового и эвольвентного профилей зубьев центрального колеса и теоретически точных профилей зубьев сателлита.

Проанализируем полученные графические зависимости, представленные на рисунке 2.45. За критерий оценки влияния формы профилей зубьев, используемый в зацеплении прецессионной передачи, на кинематическую погрешность сателлита, рассмотрим зависимость кинематической погрешности сателлита от времени.

математическую погрешность необходимо принимать не абсолютные значения кинематической погрешности, а амплитуду ее колебаний.



1 — круговой профиль зубьев центрального колеса; 2 — эвольвентный профиль зубьев центрального колеса

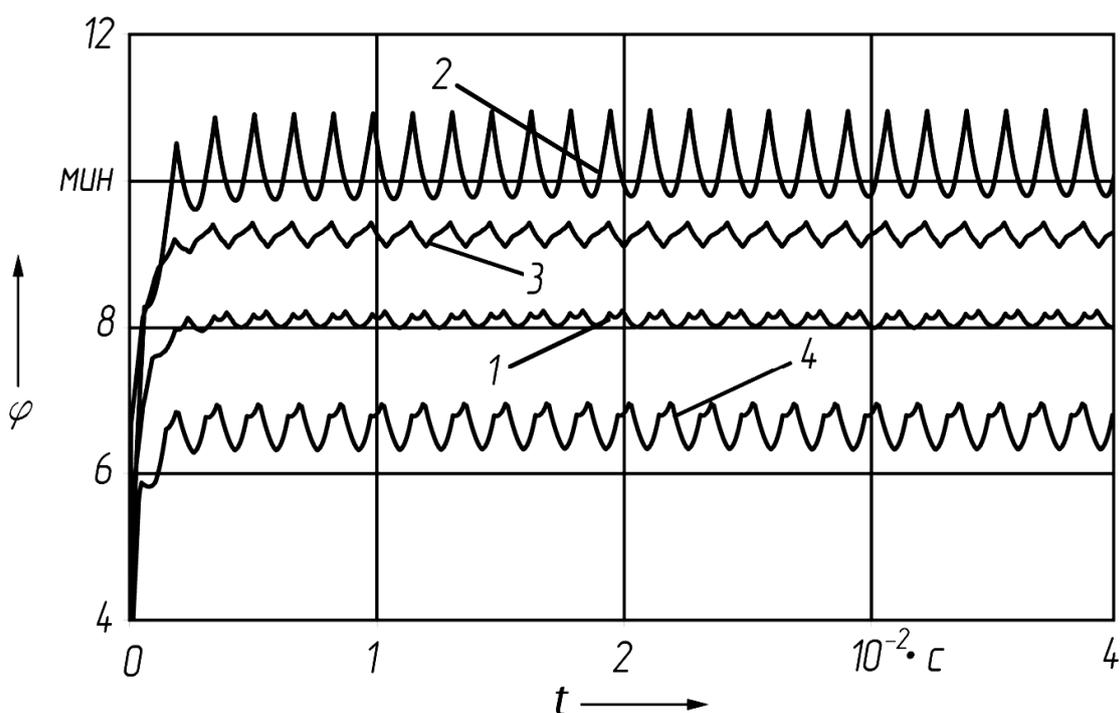
Рисунок 2.45 — Зависимость кинематической погрешности угла поворота сателлита от времени при использовании в зацеплении кругового и эвольвентного профилей зубьев центрального колеса

При отсутствии погрешностей изготовления деталей и сборки компьютерных моделей амплитуда кинематической погрешности вращения сателлита с теоретическими профилями должна иметь нулевое значение. Как видно из графиков (см. рисунок 2.45), при наличии крутящего момента на выходном валу амплитуда колебаний кинематической погрешности сателлита при использовании в зацеплении круговых профилей зубьев центрального колеса значительно ниже, чем амплитуда колебаний кинематической погрешности при использовании в зацеплении эвольвентных профилей. Наличие колебаний кинематической погрешности в зацеплении с теоретически точными профилями зубьев сателлита можно объяснить контактной податливостью контактирующих зубьев, которую позволяют учитывать применяемые методы компьютерного моделирования. Известно, что суммарная контактная подат-

ливость зубьев зацепления зависит от значений коэффициентов перекрытия зубьев. Чем больше значение указанного коэффициента, тем меньше значение контактной податливости.

Таким образом, следуя данной логике и анализируя зависимости графиков (см. рисунок 2.45), можно сделать предположение, что коэффициент перекрытия при использовании круговых профилей зубьев выше, чем коэффициент перекрытия зацепления при использовании эвольвентных профилей.

Были проведены также исследования по определению кинематической погрешности компьютерных моделей, в зацеплении которых применяются зубья сателлита, изготовленные с использованием упрощенных профилей. На графиках (рисунок 2.46) показаны зависимости кинематической погрешности от угла поворота входного вала при использовании приближенных профилей зубьев сателлита.



1 – круговой профиль зубьев; 2 – адаптированные эвольвентные зубья; 3 – зубья, полученные методом конического фрезерования; 4 – зубья, полученные методом двойного рабочего хода

Рисунок 2.46 – Зависимость кинематической погрешности угла поворота сателлита от времени при использовании в зацеплении ППП приближенных профилей зубьев сателлита

Как видно из графиков, изображенных на рисунке 2.46, наибольшие значения амплитуды кинематической погрешности получены при применении в зацеплении адаптированных профилей зубьев (кривая 2). При использовании в зацеплении зубьев сателлита, полученных методами двойного рабочего хода и методом конического фрезерования, значения амплитуд кинематической погрешности отличаются по величине незначительно, однако в несколько раз меньше, чем при использовании в зацеплении адаптированных профилей зубьев (кривые 3 и 4). Наименьшее значение амплитуды кинематической погрешности выходного вала получено при применении в зацеплении круговых профилей зубьев центрального колеса (конических роликов) и зубьев сателлита, имеющих профиль зубьев звездочки цепной передачи (кривая 1).

## ***2.5 Решение некоторых прикладных вопросов на основе использования созданных математических моделей***

### *2.5.1 Исследование передаточного отношения прецессионной передачи при погрешностях монтажа.*

Одним из преимуществ эвольвентной передачи, по сравнению с другими видами зубчатых передач, является нечувствительность к изменению относительного положения колес в определенных пределах. Здесь под нечувствительностью подразумевается, прежде всего, сохранение передаточного отношения. Данный вопрос был исследован также применительно к прецессионной передаче с мысленно остановленным кривошипом. При этом была использована оригинальная методика.

Традиционная методика определения передаточного отношения зубчатого механизма базируется на следующих принципах [53]. Пусть в одной и той же неподвижной системе отсчета известны уравнения рабочих поверхностей контактирующих элементов зубчатого механизма с учетом погрешностей их изготовления и сборки:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_1(u_1, v_1, \varphi_1);$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_2(u_2, v_2, \varphi_2),$$

где  $u_1$  и  $v_1$  – параметры первой рабочей поверхности;

$u_2$  и  $v_2$  – параметры второй рабочей поверхности;

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы поворота контактирующих элементов.

Пусть также известны нормали к первой и ко второй поверхностям:

$$\vec{n}_1 = \vec{n}_1(u_1, v_1, \varphi_1);$$

$$\vec{n}_2 = \vec{n}_2(u_2, v_2, \varphi_2).$$

Решая систему уравнений

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2;$$

$$\frac{n_{1x}}{n_{2x}} = \frac{n_{1y}}{n_{2y}} = \frac{n_{1z}}{n_{2z}},$$

где  $n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}$  – проекции вектора  $\vec{n}_1$ ;

$n_{2x}, n_{2y}, n_{2z}$  – проекции вектора  $\vec{n}_2$ ,

находим  $u_1, v_1, u_2, v_2$  и  $\varphi_2$  как функции от  $\varphi_1$ .

Дифференцирование функции  $\varphi_2$  по  $\varphi_1$  позволяет найти искомое передаточное отношение зубчатого механизма. Однако данная задача часто наталкивается на значительные математические трудности, и ее приходится решать численными методами, что в итоге приводит к неточным результатам, даже если использовать ЭВМ. На основе уравнения зацепления зубчатого механизма была получена зависимость, которая позволяет существенно облегчить расчеты и упростить саму методику определения передаточного отношения [58]:

$$u_{21} = \frac{M_1}{M_2},$$

где  $M_1$  – момент общей нормали к рабочим поверхностям относительно оси вращения первого контактирующего элемента;

$M_2$  – момент общей нормали к рабочим поверхностям относительно оси вращения второго контактирующего элемента.

В результате ошибки численного решения задачи определения передаточного отношения зубчатого механизма могут быть значительно уменьшены.

Методика определения передаточного отношения включает построение теоретически точной поверхности сателлита. Данную поверхность

затем определяем в соответствии с геометрией зацепления и заданными погрешностями монтажа в неподвижной системе отсчета:

$$R_{2r} = M_{0Hr} \times M_{H2r} \times R_2^{(2)};$$

$$N_{2r} = M_{0Hr} \times M_{H2r} \times N_2^{(2)},$$

где  $R_2^{(2)}$  – матрица-столбец координат точки теоретически точной поверхности зуба сателлита в собственной его системе отсчета;

$N_2^{(2)}$  – соответствующая матрица-столбец нормали;

$M_{H2r}$  – матрица перехода от системы координат сателлита к системе координат остановленного кривошипа:

$$M_{H2r} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{2r} & -\sin \varphi_{2r} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{2r} & \cos \varphi_{2r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$\varphi_{2r}$  – неизвестный угол поворота сателлита до момента приведения его в контакт с центральным колесом;

$M_{0Hr}$  – матрица перехода от системы координат остановленного кривошипа к неподвижной системе координат:

$$M_{0Hr} = \begin{bmatrix} \cos(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 & \sin(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 & \cos(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогично «вносим» погрешности в положение цилиндрического ролика:

$$R_{1r} = M_{01r} \times R_{1r}^{(1)};$$

$$N_{1r} = M_{01r} \times N_{1r}^{(1)},$$

где  $M_{01r}$  – матрица перехода от системы координат ролика к неподвижной системе координат:

$$M_{01r} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{1r} & -\sin \varphi_{1r} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{1r} & \cos \varphi_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta r_c \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$\varphi_{1r}$  – неизвестный угол поворота цилиндрического ролика до момента приведения его в контакт с сателлитом;

$R_{1r}^{(1)}$  – матрица-столбец, описывающая точку контакта ролика при погрешностях монтажа:

$$R_{1r}^{(1)} = \begin{bmatrix} r_c - \rho_r \cdot \cos \varphi_r \\ \rho_r \cdot \sin \varphi_r \\ z_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix};$$

$N_{1r}^{(1)}$  – соответствующая матрица-столбец нормали:

$$N_{1r}^{(1)} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_r \\ \sin \varphi_r \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

На примере однопарного зацепления с цилиндрическим роликом рассмотрим поведение передаточного отношения в зависимости от погрешности угла нутации  $\Delta \Sigma$  и радиуса центров роликов  $\Delta r_c$ . Результаты исследований представлены на рисунках 2.47–2.54.

Новая методика, в частности, показала, что передаточное отношение прецессионной передачи с мысленно остановленным кривошипом мало зависит от погрешности угла нутации, если данная погрешность приводит к увеличению этого угла, а также от погрешности радиуса центров роликов, если последняя приводит к уменьшению указанного радиуса. При этом радиус ролика следует брать несколько меньше теоретически точного.

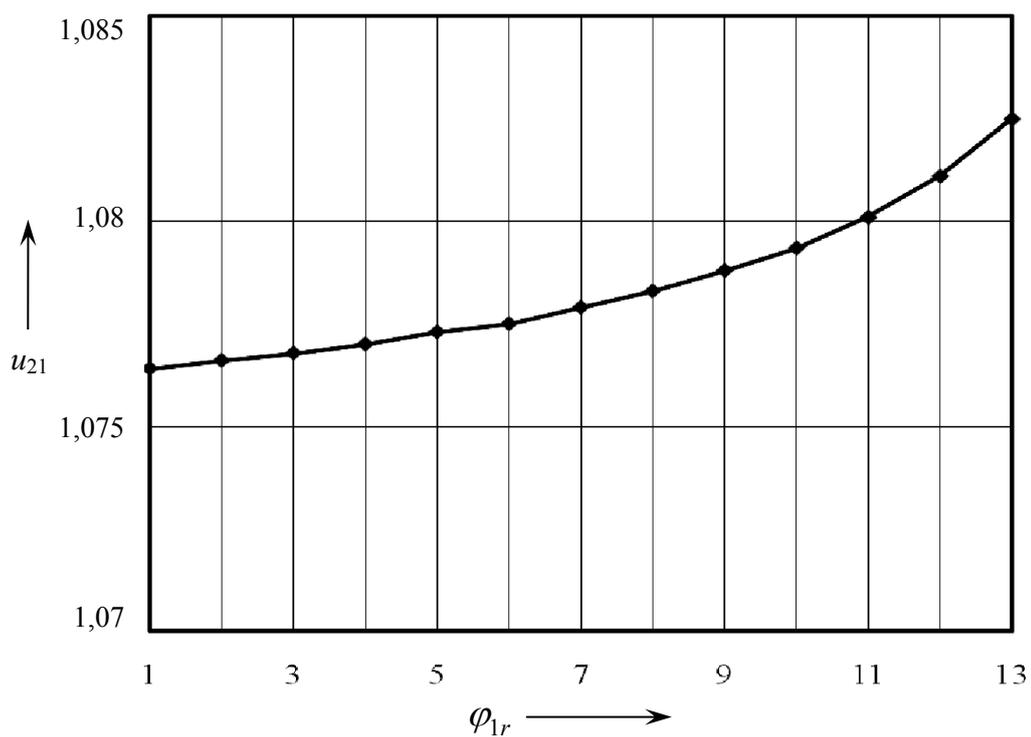


Рисунок 2.47 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta\Sigma = 0,4$  и  $\rho_r = 3,6$

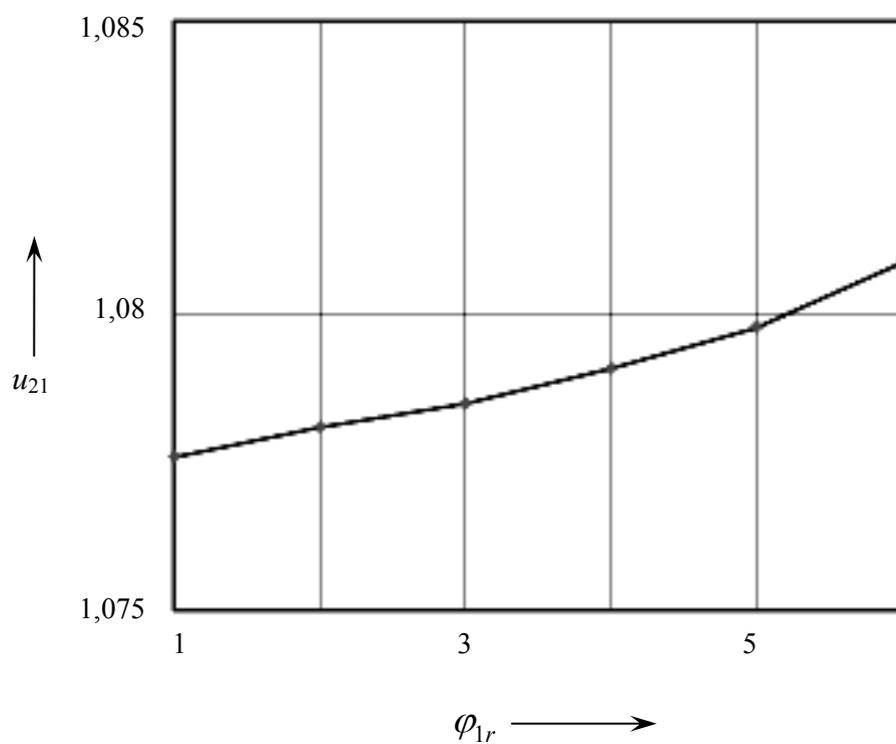


Рисунок 2.48 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta\Sigma = 0,4$  и  $\rho_r = 4,0$

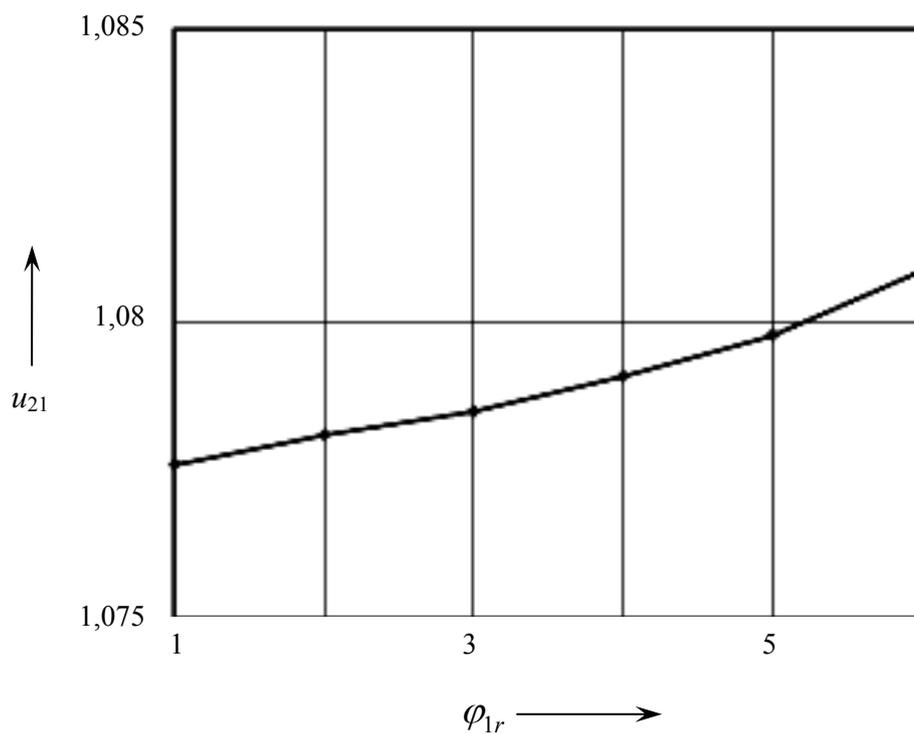


Рисунок 2.49 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta\Sigma = 0,2$  и  $\rho_r = 4,0$

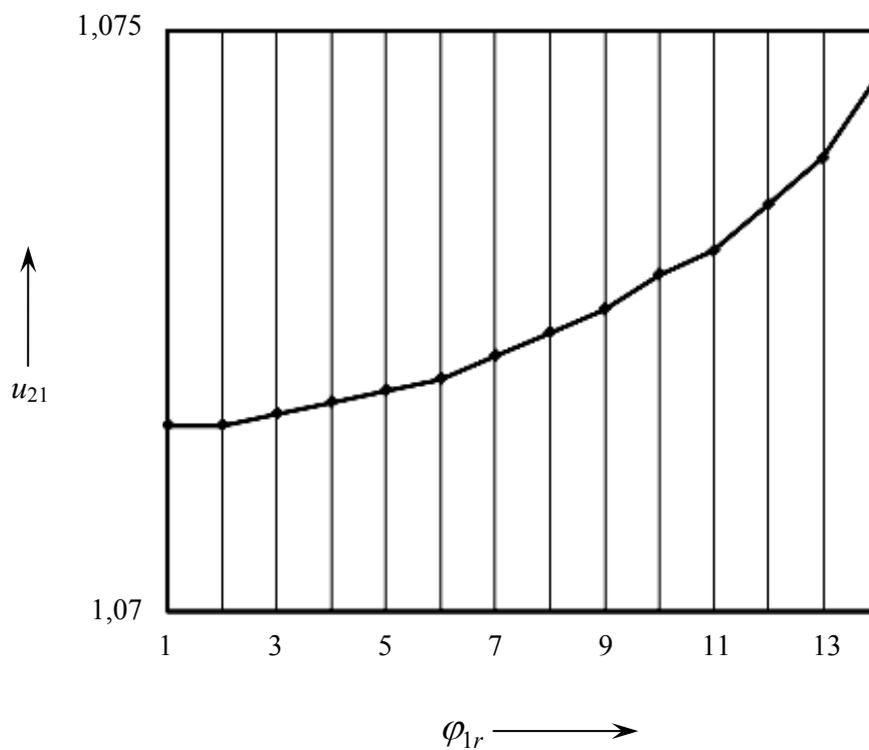


Рисунок 2.50 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta\Sigma = 0,2$  и  $\rho_r = 4,4$

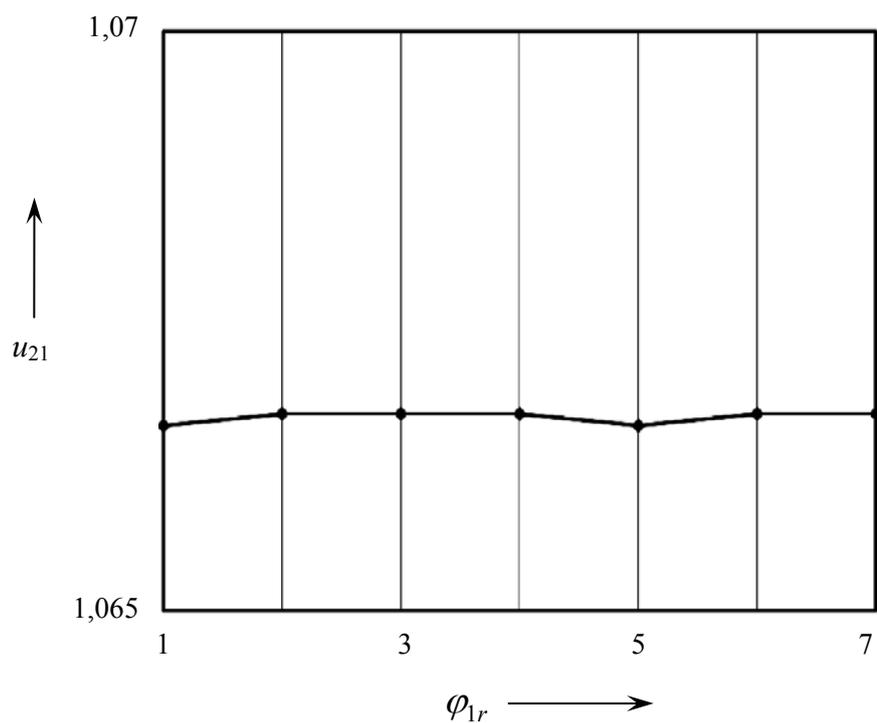


Рисунок 2.51 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta r_C = -1$  и  $\rho_r = 4,0$

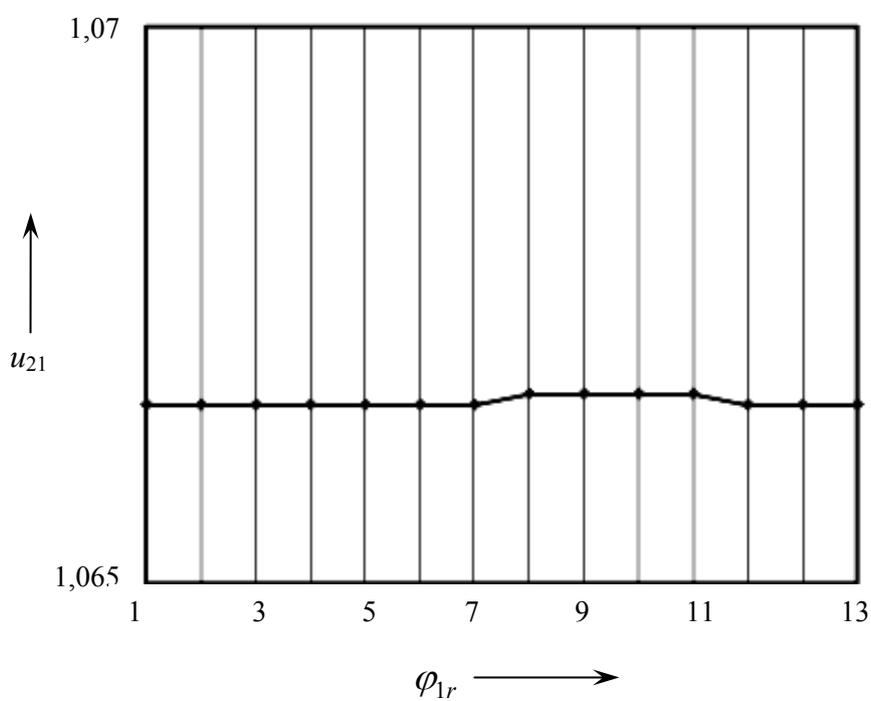


Рисунок 2.52 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta r_C = -1$  и  $\rho_r = 3,6$

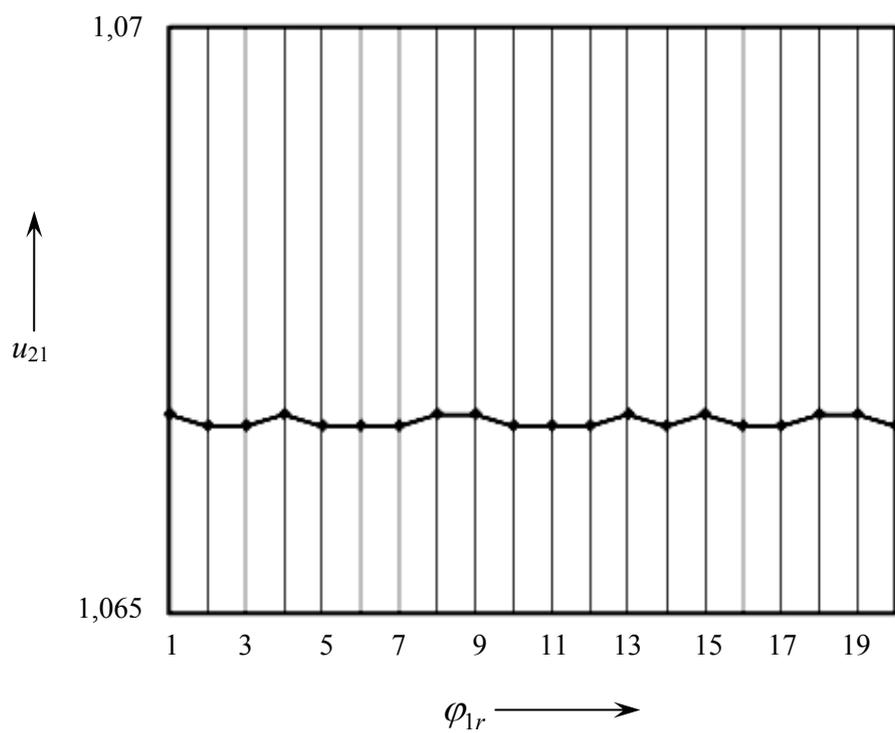


Рисунок 2.53 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta r_C = -0,5$  и  $\rho_r = 4,0$

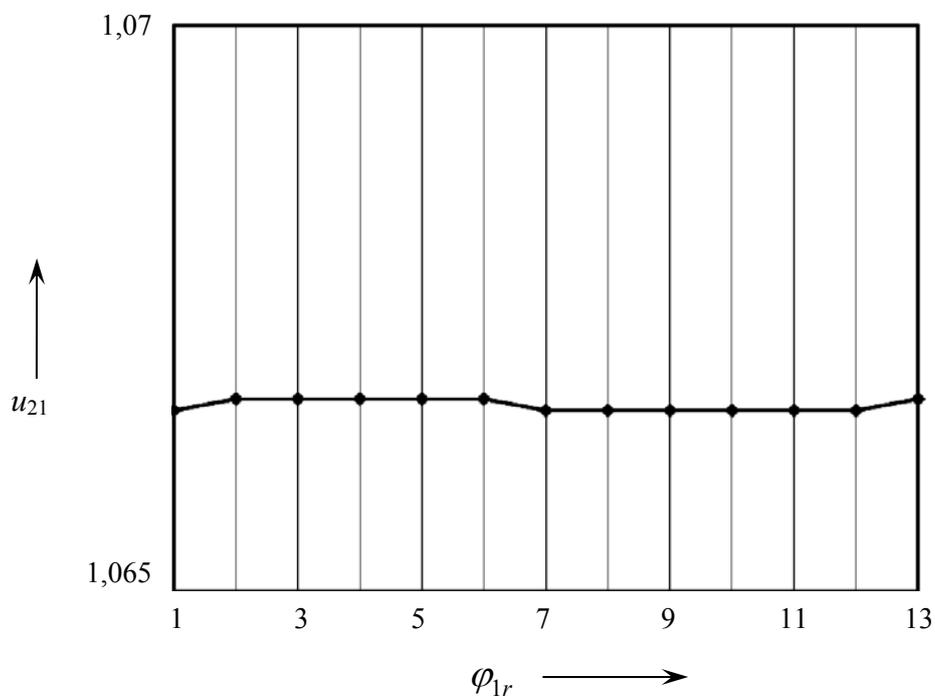


Рисунок 2.54 – График зависимости  $u_{21}(\varphi_{1r})$  при  $\Delta r_C = -0,5$  и  $\rho_r = 4,4$

### 2.5.2 Обеспечение нечувствительности прецессионной передачи с роликовыми телами к погрешностям монтажа.

Зубчатые передачи, нечувствительные к погрешностям монтажа, широко применяются в самых различных сферах техники. Эти передачи обеспечивают постоянство, по крайней мере, передаточного отношения при возникновении погрешностей относительного положения осей вращений колес как при сборочных операциях (погрешности монтажа), так и в процессе эксплуатации. Одной из таких передач является эвольвентная передача. Очевидно, что зубчатые передачи, нечувствительные к погрешностям монтажа, – привлекательное решение для инженера. Однако они не всегда могут быть использованы, т. к. не всегда обладают требуемыми характеристиками. Например, если необходимо обеспечить большое передаточное отношение, то инженеру часто приходится применять эксцентриковую передачу с разницей в один зуб между числами зубьев центрального колеса и сателлита. Спроектировать такую зубчатую передачу на основе эвольвентного зацепления проблематично, поэтому приходится применять цевочное зацепление, хотя известно, что оно чувствительно к погрешностям монтажа, т. е. при отклонении межосевого расстояния от теоретически точного значения передаточное отношение становится зависимым от относительного положения зубчатых колес. В настоящее время, чтобы минимизировать чувствительность цевочной передачи к погрешностям монтажа, приходится прибегать к дорогостоящим методам обработки зубьев, а также повышать точность сборки. Все эти меры приводят, в итоге, к удорожанию проектного решения.

В [58] показано, что нечувствительность зубчатой передачи к погрешностям монтажа может быть обеспечена, если для каждой контактирующей поверхности выполняется условие

$$\left[ \vec{r}, \vec{n}_0, \vec{k} \right] = M, \quad (2.14)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки поверхности, проведенный из фиксированного центра, лежащего на оси вращения;

$\vec{n}_0$  – единичная нормаль к поверхности;

$\vec{k}$  – единичный вектор оси вращения поверхности;

$M$  – не равная нулю конечная константа.

Условие (2.14) позволило получить уравнения контактирующей поверхности [58]:

$$\frac{dY_0}{dt} = P_0 \cdot \frac{dX_0}{dt} + Q_0 \cdot \frac{dZ_0}{dt};$$

$$X_0 + Y_0 \cdot P_0 + M \cdot \sqrt{1 + P_0^2 + Q_0^2} = 0;$$

$$C_1 = \operatorname{arctg} P_0;$$

$$C_2 = Q_0 \cdot \cos C_1;$$

$$C_3 = \frac{M \cdot C_1 \cdot C_2}{\sqrt{1 + C_2^2}} - Z_0;$$

$$C_4 = \frac{Y_0}{\cos C_1} + \frac{M}{\sqrt{1 + C_2^2}} \cdot ((1 + C_2^2) \cdot \operatorname{tg} C_1 - C_1);$$

$$p = \operatorname{tg}(s + C_1);$$

$$q = \frac{C_2}{\cos(s + C_1)};$$

$$z = -\frac{M \cdot C_2}{\sqrt{1 + C_2^2}} \cdot (s + C_1) + C_3;$$

$$y = -\frac{M}{\sqrt{1 + C_2^2}} \cdot ((1 + C_2^2) \cdot \sin(s + C_1) - (s + C_1) \cdot \cos(s + C_1)) + C_4 \cdot \cos(s + C_1);$$

$$x = -\frac{M}{\sqrt{1 + C_2^2}} \cdot ((1 + C_2^2) \cdot \cos(s + C_1) + (s + C_1) \cdot \sin(s + C_1)) - C_4 \cdot \sin(s + C_1), \quad (2.15)$$

где  $X_0 = X_0(t)$ ,  $Y_0 = Y_0(t)$ ,  $Z_0 = Z_0(t)$  – уравнения кривой, через которую проходит поверхность;

$s$  и  $t$  – независимые параметры.

Одной из контактирующих поверхностей в цевочной передаче является поверхность цевки. Следовательно, для обеспечения нечувств-

вительности цевочной передачи к погрешностям монтажа она должна описываться уравнениями (2.15). Если положить  $Z_0 = 0$ , то уравнения  $X_0 = X_0(t)$ ,  $Y_0 = Y_0(t)$  должны описывать плоскую кривую, через которую проходит контактирующая поверхность цевки – окружность. При этом сама поверхность цевки получается достаточно сложной, чтобы ее можно было изготовить и реально использовать в цевочной передаче. Поэтому приведенный в [58] способ обеспечения нечувствительности цевочной передачи к погрешностям монтажа на практике вряд ли применим.

Однако поставленная цель может быть достигнута, если принять следующую гипотезу [59]: передаточное отношение цевочной передачи, состоящей из цилиндрических цевок и шестерни, оси вращения которых пересекаются, при возникновении погрешностей монтажа изменяется меньше, чем передаточное отношение цевочной передачи с параллельными осями вращения.

Для проверки гипотезы были разработаны математические и твердотельные модели цилиндрической (оси вращения цевок и шестерни параллельны) и конической (оси вращения цевок и шестерни пересекаются) цевочных передач.

Для дальнейших рассуждений введем следующие системы координат (рисунки 2.55 и 2.56):  $Oxyz$  – неподвижная система, ось  $Oz$  которой совпадает с осью  $O_1z^{(1)}$  вращения цевок;  $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  – подвижная система, жестко связанная с цевками;  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$  – неподвижная система, ось  $O_Hz^{(H)}$  которой совпадает с осью  $O_2z^{(2)}$  вращения шестерни;  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  – подвижная система, жестко связанная с шестерней.

Уравнения цевки в системе отсчета, которая жестко связана с самой цевкой:

$$x_1^{(1)} = r_c - \rho \cdot \cos \theta;$$

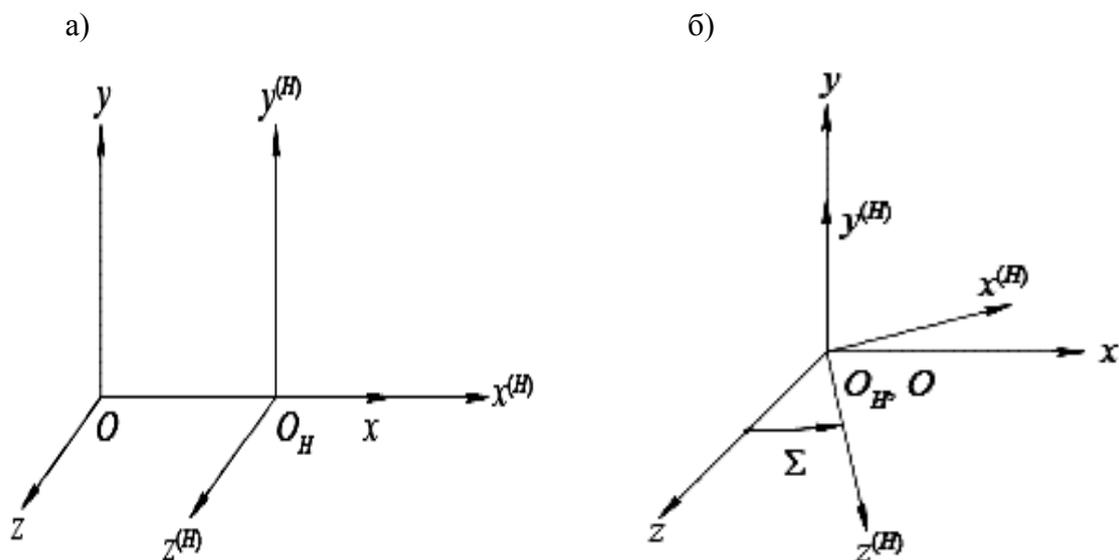
$$y_1^{(1)} = \rho \cdot \sin \theta;$$

$$z_1^{(1)} = 0,$$

где  $\theta$  – полярный угол;

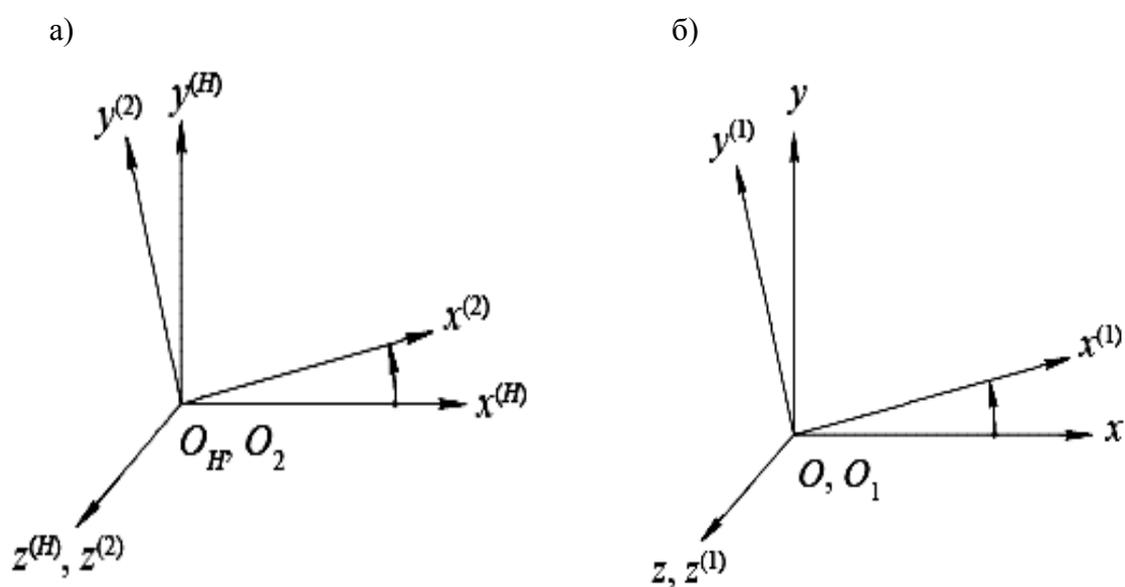
$\rho$  – полярный радиус (радиус цевки);

$r_c$  – радиус окружности, на которой расположены цевки.



а – системы отсчета цевочной передачи с параллельными осями; б – системы отсчета цевочной передачи с пересекающимися осями

Рисунок 2.55 – Неподвижные системы отсчета



а – система отсчета, жестко связанная с шестерней; б – система отсчета, жестко связанная с цевками

Рисунок 2.56 – Подвижные системы отсчета

Проекции нормали в системе  $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ :

$$n_{1x}^{(1)} = -\cos \theta;$$

$$n_{1y}^{(1)} = \sin \theta;$$

$$n_{1z}^{(1)} = 0.$$

Параметры  $\theta$  и  $\rho = \text{const}$  определяют точку контакта при некотором угле  $\varphi_1$  поворота цевки в передаче, собранной без погрешностей.

Аналогично опишем реальную поверхность цевки, т. е. цевки реальной передачи, собранной с погрешностями:

$$x_{1r}^{(1)} = r_c - \rho_r \cdot \cos \theta_r;$$

$$y_{1r}^{(1)} = \rho_r \cdot \sin \theta_r;$$

$$z_{1r}^{(1)} = 0;$$

$$n_{1xr}^{(1)} = -\cos \theta_r;$$

$$n_{1yr}^{(1)} = \sin \theta_r;$$

$$n_{1zr}^{(1)} = 0.$$

Параметры  $\theta_r$  и  $\rho_r = \text{const}$  определяют точку контакта при некотором угле  $\varphi_{1r}$  поворота цевки в передаче, собранной с погрешностями. Считаем, что в общем случае  $\rho \neq \rho_r$ .

Для дальнейших рассуждений векторы  $\vec{r}_1(x_1^{(1)}, y_1^{(1)}, z_1^{(1)})$ ,  $\vec{n}_1(n_{1x}^{(1)}, n_{1y}^{(1)}, n_{1z}^{(1)})$ ,  $\vec{r}_{1r}(x_{1r}^{(1)}, y_{1r}^{(1)}, z_{1r}^{(1)})$ ,  $\vec{n}_{1r}(n_{1xr}^{(1)}, n_{1yr}^{(1)}, n_{1zr}^{(1)})$  представим в виде соответствующих матриц:

$$R_1^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ z_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad N_1^{(1)} = \begin{bmatrix} n_{1x}^{(1)} \\ n_{1y}^{(1)} \\ n_{1z}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$R_{1r}^{(1)} = \begin{bmatrix} x_{1r}^{(1)} \\ y_{1r}^{(1)} \\ z_{1r}^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad N_{1r}^{(1)} = \begin{bmatrix} n_{1xr}^{(1)} \\ n_{1yr}^{(1)} \\ n_{1zr}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Координаты контактной точки, лежащей на поверхности зуба идеальной шестерни, в системе координат  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ , жестко связанной с самой шестерней, представим следующим образом:

$$R_2^{(2)} = M_{2H} \times M_{H0} \times M_{01} \times R_1^{(1)},$$

где  $M_{2H}$  – матрица перехода от неподвижной системы координат  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$  к системе  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ ;

$M_{H0}$  – матрица перехода от неподвижной системы координат  $Oxyz$  к системе координат  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$ ;

$M_{01}$  – матрица перехода от системы  $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ , жестко связанной с цевками, к системе  $Oxyz$ .

Аналогично определим в системе  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  компоненты нормали  $\vec{n}_2$  к поверхности зуба идеальной шестерни в рассматриваемой контактной точке, приняв во внимание очевидное равенство  $N_2^{(2)} = N_1^{(2)}$ :

$$N_2^{(2)} = M_{2H} \times M_{H0} \times M_{01} \times N_1^{(1)}.$$

Переходя к рассмотрению реальной передачи, получим в системе  $Oxyz$  координаты точки рабочей поверхности реальной цевки:

$$R_{1r} = M_{01r} \times R_{1r}^{(1)},$$

где  $M_{01r}$  – матрица перехода от системы  $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  к системе  $Oxyz$  с учетом реального угла поворота  $\varphi_{1r}$ .

Аналогично определяем в системе  $Oxyz$  компоненты нормали к рабочей поверхности реальной цевки в рассматриваемой точке:

$$N_{1r} = M_{01r} \times N_{1r}^{(1)}.$$

Определяем также в системе  $Oxyz$  координаты точки рабочей поверхности зуба реальной шестерни и компоненты соответствующей нормали:

$$R_{2r} = M_{0Hr} \times M_{H2r} \times R_2^{(2)};$$

$$N_{2r} = M_{0Hr} \times M_{H2r} \times N_2^{(2)},$$

где  $M_{0Hr}$  – матрица перехода от системы координат  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$  к системе  $Oxyz$  с учетом рассматриваемых в работе погрешностей монтажа;

$M_{H2r}$  – матрица перехода от системы  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  к системе  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$  с учетом реального угла поворота  $\varphi_{2r}$  шестерни в передаче, собранной с погрешностями.

Для обеих передач (как с параллельными, так и с пересекающимися осями) матрицы  $M_{01}$ ,  $M_{2H}$ ,  $M_{01r}$  и  $M_{H2r}$  имеют следующий вид:

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{2H} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{01r} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{1r} & -\sin \varphi_{1r} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{1r} & \cos \varphi_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{H2r} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{2r} & -\sin \varphi_{2r} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{2r} & \cos \varphi_{2r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\varphi_2$  – угол поворота идеальной шестерни, который определим по формуле

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u_{12}},$$

где  $u_{12}$  – идеальное передаточное отношение.

Если передача собрана с погрешностями, и при данном значении  $\varphi_1$  существует точка контакта, то должны быть справедливы следующие равенства:

$$\vec{r}_{1r} = \vec{r}_{2r};$$

$$\vec{n}_{1r} \times \vec{n}_{2r} = 0,$$

где  $\vec{r}_{1r}$  – радиус-вектор точки контакта, лежащей на рабочей поверхности реальной цевки в системе  $Oxyz$ ;

$\vec{r}_{2r}$  – радиус-вектор точки контакта, лежащей на рабочей поверхности зуба реальной шестерни в системе  $Oxyz$ ;

$\vec{n}_{1r}$  и  $\vec{n}_{2r}$  – соответствующие нормали, которые должны лежать на одной прямой.

Векторы  $\vec{r}_{1r}(x_{1r}, y_{1r}, z_{1r})$ ,  $\vec{r}_{2r}(x_{2r}, y_{2r}, z_{2r})$ ,  $\vec{n}_{1r}(n_{1xr}, n_{1yr}, n_{1zr})$  и  $\vec{n}_{2r}(n_{2xr}, n_{2yr}, n_{2zr})$  соответствуют следующим матрицам:

$$R_{1r} = \begin{bmatrix} x_{1r} \\ y_{1r} \\ z_{1r} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad N_{1r} = \begin{bmatrix} n_{1xr} \\ n_{1yr} \\ n_{1zr} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$R_{2r} = \begin{bmatrix} x_{2r} \\ y_{2r} \\ z_{2r} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad N_{2r} = \begin{bmatrix} n_{2xr} \\ n_{2yr} \\ n_{2zr} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

С учетом компонентов матриц имеем

$$\begin{cases} x_{1r} - x_{2r} = 0; \\ y_{1r} - y_{2r} = 0; \\ z_{1r} - z_{2r} = 0; \\ n_{1xr} \cdot n_{2yr} - n_{1yr} \cdot n_{2xr} = 0; \\ n_{2zr} = 0. \end{cases}$$

В процессе решения этой системы уравнений определяем пять неизвестных:  $\varphi_1$ ,  $\varphi_{1r}$ ,  $\varphi_{2r}$ ,  $\theta$ ,  $\theta_r$ , а значение угла  $\varphi_2$  задаем.

При этом, согласно [58], реальное передаточное отношение определяем по формуле

$$u_{12r} = \frac{(\vec{r}_{2r} \times \vec{n}_{2r}) \cdot \vec{k}_{2r}}{(\vec{r}_{1r} \times \vec{n}_{1r}) \cdot \vec{k}_1},$$

где  $\vec{k}_{2r}$  – единичный вектор оси вращения шестерни при наличии погрешностей сборки;

$\vec{k}_1$  – единичный вектор оси вращения цевок.

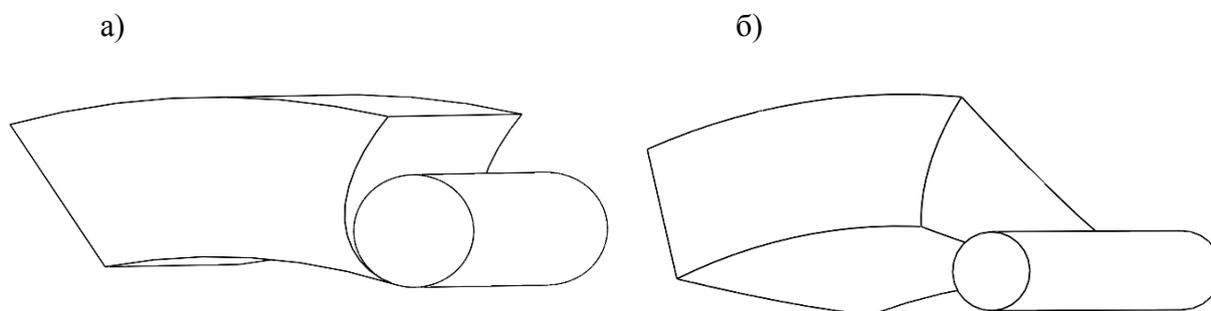
Для получения твердотельных моделей можно использовать одну из САД-систем, поддерживающих моделирование кинематики и механического взаимодействия моделей.

Исходные данные для моделирования цевочных передач с парал-

лельными (передача 1) и с пересекающимися (передача 2) осями: радиус цевки  $\rho = 5$  мм; радиус окружности, на которой находятся цевки,  $r_c = 100$  мм. Для передачи 1 межосевое расстояние  $A = 53$  мм.

Для передачи 2 угол пересечения осей  $\Sigma = 10^\circ$ , расстояние от начала координат системы  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  до ближайшего нормального сечения шестерни 302,3 мм, что примерно соответствует межосевому расстоянию 53 мм передачи 1. И в одном, и в другом случаях идеальное передаточное отношение  $u_{12} = 0,5$ .

Схемы полученных твердотельных моделей представлены на рисунке 2.57.



а – передача 1; б – передача 2

Рисунок 2.57 – Схемы твердотельных моделей

Исследовались следующие погрешности: погрешность межосевого расстояния  $\Delta A = 0,5$  мм передачи 1; погрешность межосевого угла  $\Delta \Sigma = 0,1^\circ$  передачи 2. Данные погрешности можно считать приблизительно сопоставимыми.

Матрицы перехода между системами координат  $O_Hx^{(H)}y^{(H)}z^{(H)}$  и  $Oxyz$  передачи 1

$$M_{H0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{0Hr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & A + \Delta A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицы перехода между системами координат  $O_H x^{(H)} y^{(H)} z^{(H)}$  и  $Oxyz$  передачи 2

$$M_{H0} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & 0 & -\sin \Sigma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma & 0 & \cos \Sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{0Hr} = \begin{bmatrix} \cos(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 & \sin(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 & \cos(\Sigma + \Delta\Sigma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Для передачи 1

$$\vec{k}_{2r} = \vec{k}_2 = \vec{k}_1 = \vec{k},$$

где  $\vec{k}_2, \vec{k}$  – единичные векторы осей  $O_2 z^{(2)}$  и  $Oz$  соответственно.

Для передачи 2

$$\vec{k}_{2r} = \sin(\Sigma + \Delta\Sigma) \cdot \vec{i} + \vec{j} + \cos(\Sigma + \Delta\Sigma) \cdot \vec{k};$$

$$\vec{k}_1 = \vec{k},$$

где  $\vec{i}, \vec{j}$  – единичные векторы осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно.

При значениях  $\rho_r$  равных 4,5 и 3,5 мм для передачи 1 и передачи 2 соответственно удалось решить систему уравнений численным методом. Результаты решения представлены на рисунках 2.58 и 2.59.

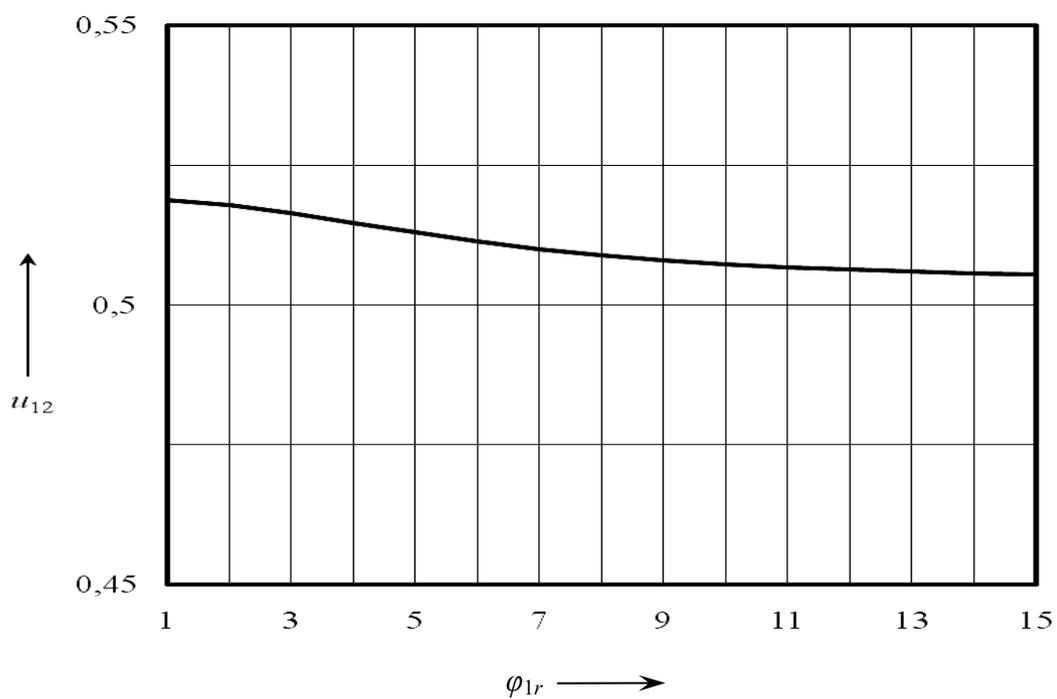


Рисунок 2.58 – График функции  $u_{12}(\varphi_{1r})$  передачи 1, полученный численным методом

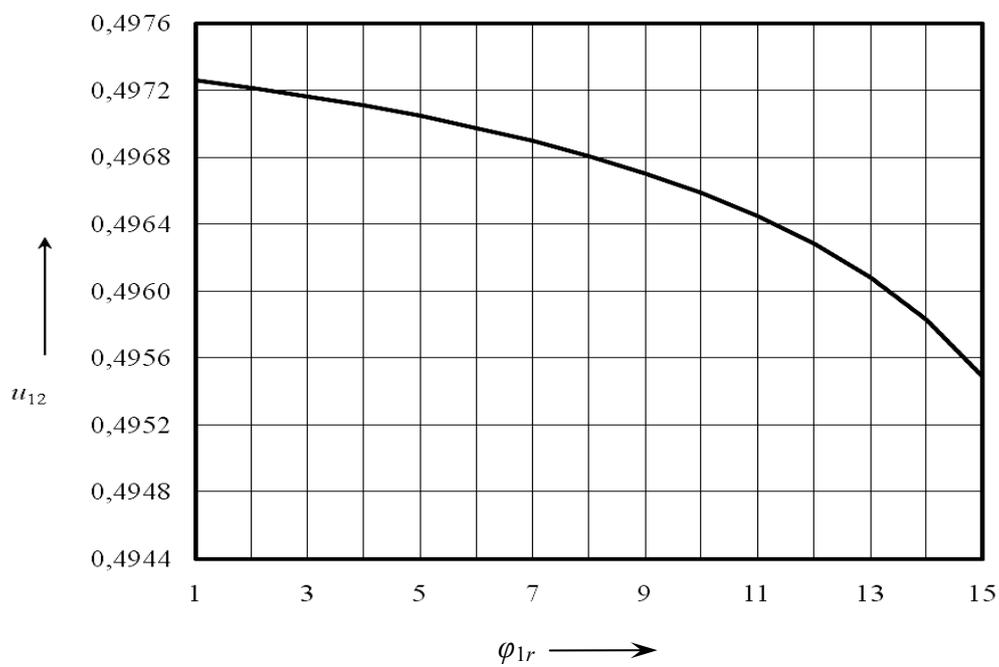


Рисунок 2.59 – График функции  $u_{12}(\varphi_{1r})$  передачи 2, полученный численным методом

Анализ вышеприведенных графиков показывает, что максимальное изменение передаточного отношения передачи 1 равно 0,01336833 и на порядок больше, чем максимальное изменение передаточного отношения передачи 2, которое равно 0,00177265.

Исследования твердотельных моделей, выполненные при помощи средств САД-системы, представлены на рисунках 2.60 и 2.61.

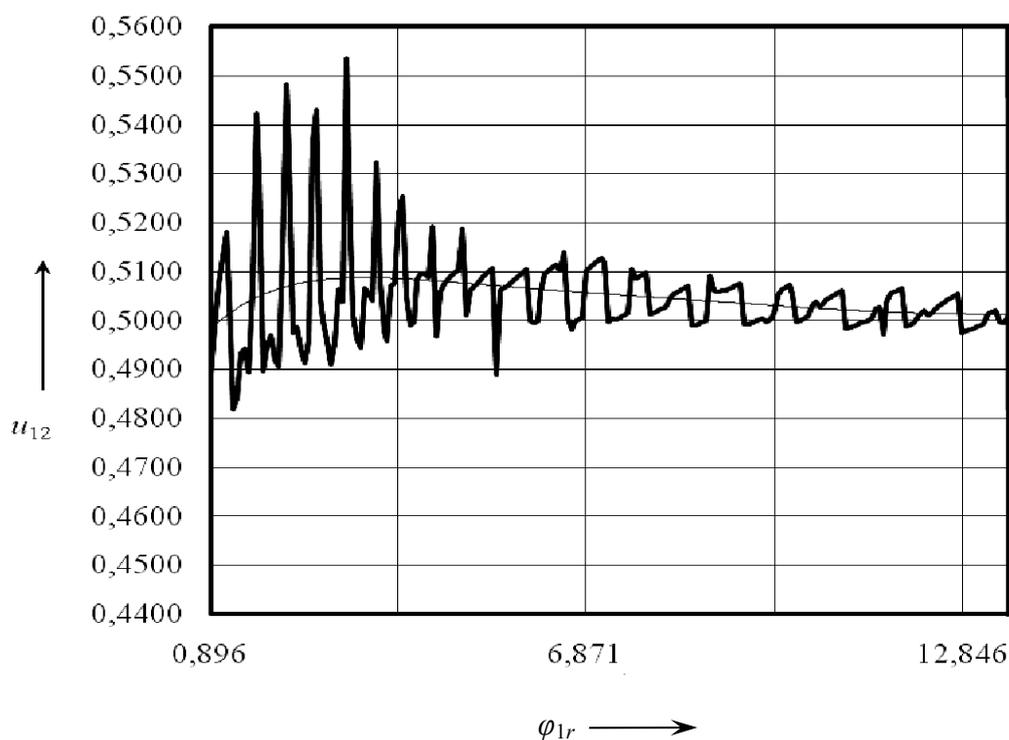


Рисунок 2.60 – График функции  $u_{12}(\varphi_{1r})$  передачи 1, полученный при помощи средств САД-системы

На этих графиках виден разброс значений передаточного отношения, что объясняется погрешностью геометрического моделирования цевочного зацепления. Данная погрешность появляется из-за того, что поверхность зуба шестерни представляется в виде дискретной совокупности нормальных сечений, а каждое нормальное сечение – в виде дискретной совокупности точек, координаты которых рассчитываются по соответствующим формулам. Объединение точек в непрерывную линию осуществляется автоматически САД-системой при помощи сплайнов. Объединение нормальных сечений в одну твердотельную модель также осуществляется САД-системой в соответствии с ее внутренними алгоритмами.

Линии тренда, построенные для каждого из графиков, полученных при помощи средств САД-системы, соответствуют графикам, полученным при помощи численного метода.

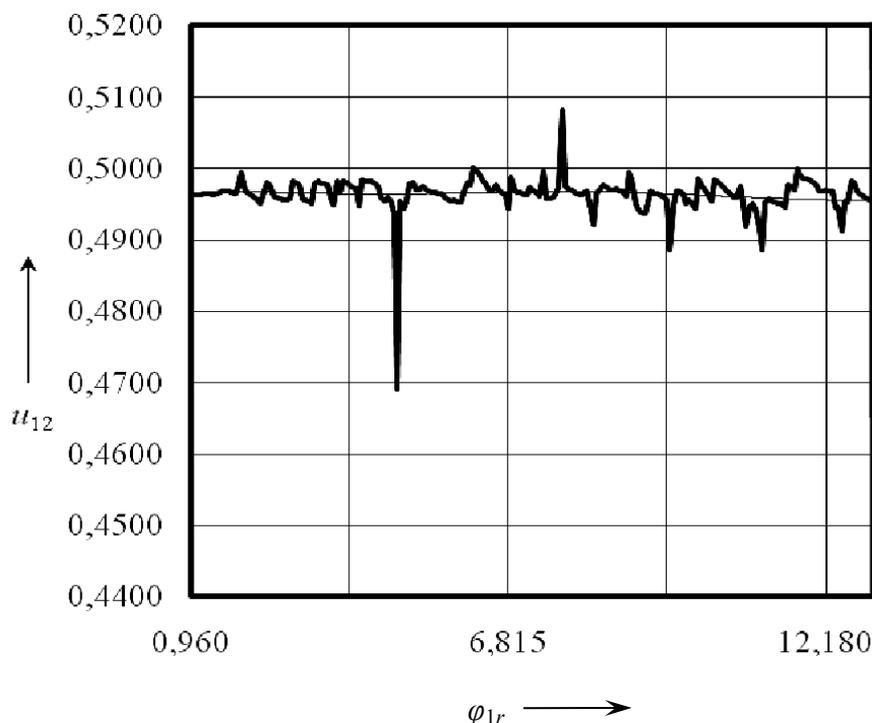


Рисунок 2.61 – График функции  $u_{12}(\varphi_{1r})$  передачи 2, полученный при помощи средств САД-системы

Результаты исследования передаточного отношения цевочной передачи численным методом и методом твердотельного моделирования подтверждают выдвинутую гипотезу о том, что вариант передачи с пересекающимися осями может быть менее чувствителен к погрешностям монтажа, чем вариант передачи с параллельными осями.

Погрешность межосевого расстояния цевочной передачи с параллельными осями в определенных пределах не исключает контакт рабочих поверхностей в том случае, если межосевое расстояние увеличивается, а радиус используемой цевки меньше теоретически точного.

Погрешность межосевого угла цевочной передачи с пересекающимися осями в определенных пределах не исключает контакт рабочих поверхностей в том случае, если межосевой угол увеличивается, а радиус используемой цевки меньше теоретически точного.

### **3 Технологические процессы формообразования зубьев сателлита**

#### ***3.1 Разработка технологических процессов обработки зубьев сателлита с использованием способов двойного рабочего хода и конического зубофрезерования***

Сущность способа двойного рабочего хода подробно описана во втором разделе. В данном подразделе рассматривается технологический процесс формообразования этим способом зубчатого венца сателлита ППП.

Процесс наладки станка при обработке зубчатого венца сателлита планетарной прецессионной передачи способом двойного рабочего хода аналогичен наладке станка при обработке цилиндрических косозубых колес. Дополнительно в технологический процесс вводится только операция настройки гитары дифференциала.

Очень важно, чтобы перенастройка цепи дифференциала осуществлялась при расположении оси фрезы в плоскости, где толщина зуба сателлита должна иметь наибольшее значение. Наибольшую толщину зуба сателлит планетарной прецессионной передачи должен иметь на одном из торцевых сечений (см. рисунок 1.12, б). Поэтому настройка цепи дифференциала осуществляется при относительном положении фрезы, показанном на схеме рисунка 3.1.

Для нарезания необходимого количества зубьев сателлита требуется согласовать вращение червячной фрезы с поворотом заготовки путем подбора шестерен в цепи деления станка.

Учитывая незначительные величины угла наклона зуба сателлита, находящего в пределах от одного до трех градусов, величина подачи при первом проходе выбирается так же, как и для цилиндрических прямозубых колес в соответствии с требованиями чистоты поверхности и точности обработки нарезаемых колес. Обработка при первом рабочем ходе производится за один или два прохода в зависимости от модуля зубьев.

После первого рабочего хода, благодаря которому произведена обработка зубьев с левым (с правым) углом наклона, червячная фреза выводится в положение перенастройки цепи дифференциала, определяемом размером  $L = L_0 + L_1$ . В указанном положении фрезы в цепь дифференциала устанавливается (либо извлекается из этой цепи) паразитная шестерня. При этом также переустанавливается фреза на

нарезания зубьев с углом наклона, равным по значению, но противоположным по направлению углу наклона, используемому при первом проходе.

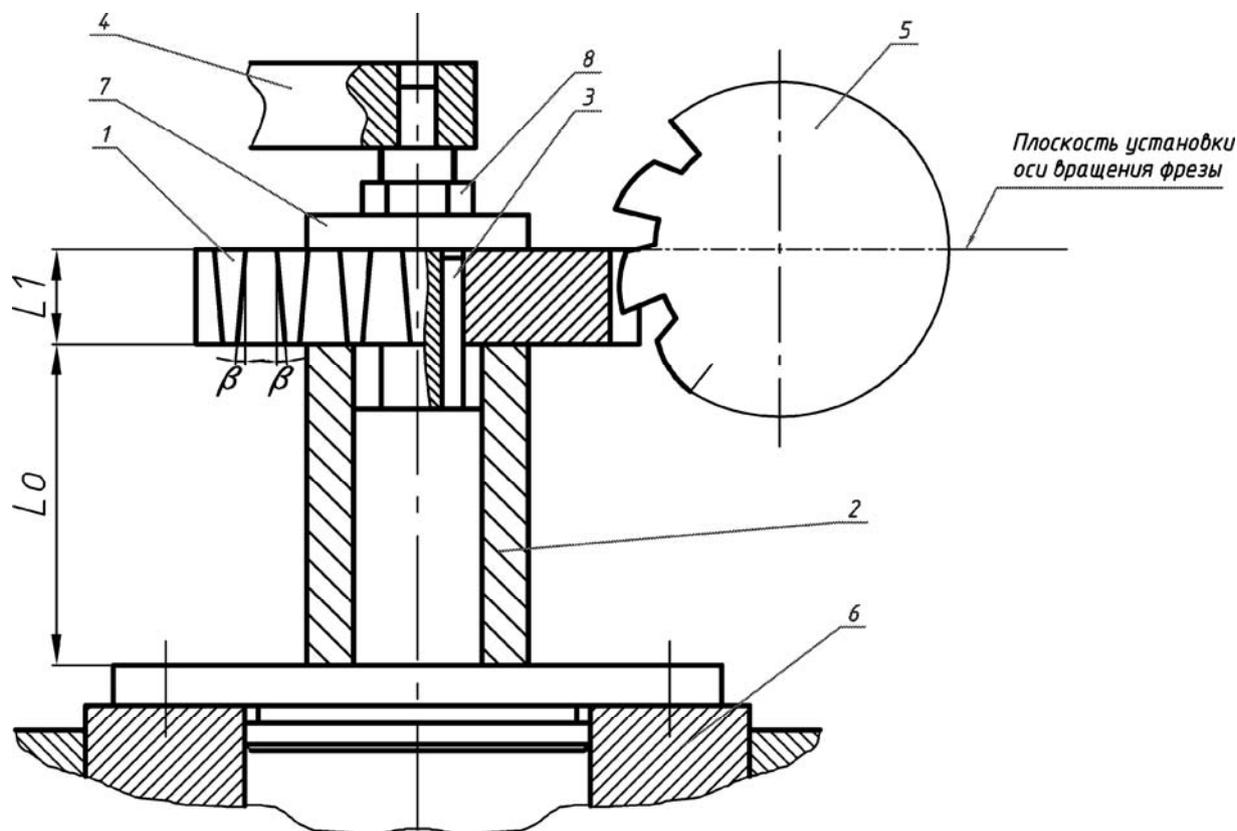


Рисунок 3.1 – К вопросу настройки цепи дифференциала при обработке зубьев сателлита способом двойного рабочего хода

При снятии или установлении паразитной шестерни может произойти произвольный проворот в цепи дифференциала. В этом случае заготовка сателлита также повернется на некоторый угол, что вызовет погрешность изготовления, отражающуюся на толщине зуба сателлита. Проведем оценку погрешности, вызванную указанным проворотом. Допустим, что при перенастройке цепи дифференциала произошел поворот шестерни, расположенной на выходном валу гитары дифференциала, на один зуб. Оценим, на какой угол в этом случае повернулась заготовка сателлита.

Для расчета настроечных цепей станка были приняты следующие исходные данные:

- количество зубьев сателлита  $z_c = 24$ ;

– угол наклона зубьев  $\beta = 2^{\circ}47'$ .

Угол, на который повернулась указанная шестерня с делительным диаметром  $d_{II}$ , определится по формуле

$$\varphi_k = \frac{1 \cdot 2\pi}{z_{d_{II}}}, \quad (3.1)$$

где  $z_{d_{II}}$  – количество зубьев шестерни.

Используя кинематическую схему станка, получим формулу для расчета угла поворота заготовки сателлита  $\varphi_{заг}$ :

$$\varphi_{заг} = \varphi_k \cdot \frac{2}{40} \cdot 2 \cdot \frac{42}{42} \cdot i_{дел} \cdot \frac{1}{72}, \quad (3.2)$$

где  $i_{дел}$  – передаточное отношение гитары деления,  $i_{дел} = 1$ .

Для конкретного случая, подставив в формулы (3.1) и (3.2) численные значения, получим, что угол, на который повернется заготовка при повороте шестерни дифференциала на один зуб, равен  $9 \cdot 10^{-5}$  рад. При делительном радиусе заготовки сателлита, равном 53 мм, погрешность толщины зуба составит 0,0047 мм. Полученная погрешность сравнивается с допуском на погрешность профиля зуба для цилиндрической эвольвентной передачи по норме плавности [53]. Согласно [60, таблица 1, приложение 2], допуск на погрешность профиля зуба рассчитывается по следующей формуле:

$$f_f = A \cdot m + B \cdot d + C, \quad (3.3)$$

где  $d$  – диаметр делительной окружности зубьев, мм;

$m$  – модуль,  $m = 3,5$  мм;

$A = 1,68$ ;  $B = 0,0125$  А;  $C = 10$ .

Так как при изготовлении зубьев сателлита используется большое смещение, то в качестве делительного диаметра был взят средний диаметр зубьев, который равен 100,5 мм.

Подставив данные в (3.3), получили, что допуск на погрешность профиля  $f_f = 17,61$  мкм.

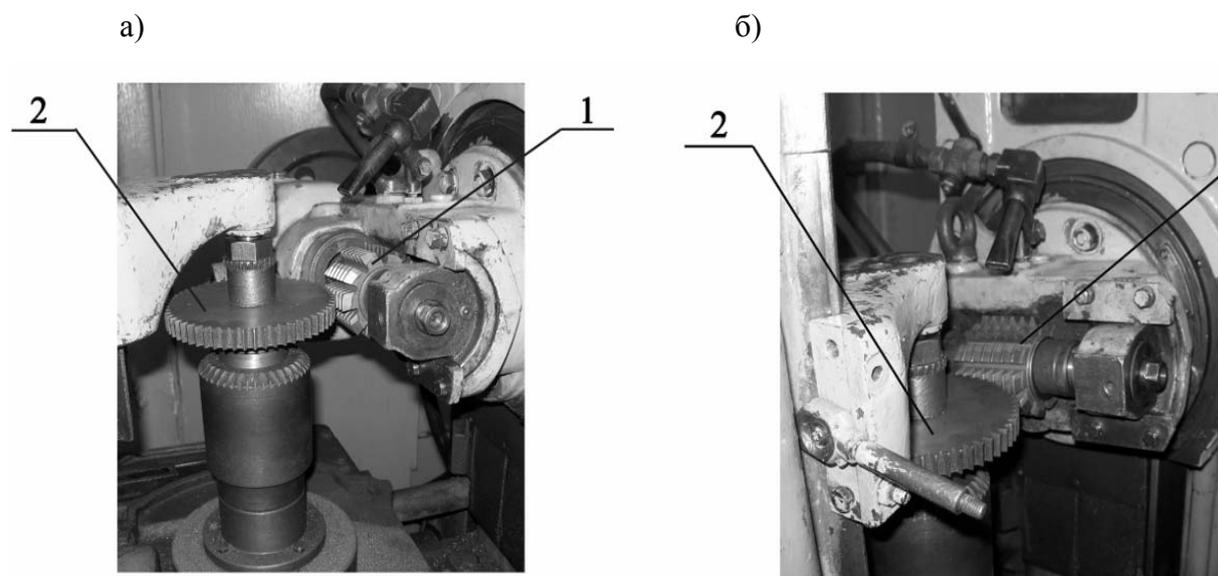
Во втором разделе (см. рисунок 2.37) был приведен график, показывающий зависимость максимально допустимой погрешности профиля зуба от модуля. Согласно этому графику, погрешность профиля

при способе двойного хода равна 8,25 мкм. Сложив эту погрешность с погрешностью, возникшей при перенастройке цепи дифференциала, получим, что общая погрешность профиля зуба будет составлять 12,95 мкм, т. е. она находится в пределах допуска на погрешность профиля для 8-й степени точности.

Следовательно, произвольный проворот шестерни на один зуб в цепи дифференциала при его настройке не приведет к возникновению существенной погрешности профиля зуба сателлита, полученного способом двойного рабочего хода.

Ввиду того, что при втором проходе припуск на обработку намного меньше, чем при первом, то режимы резания могут быть скорректированы в сторону увеличения осевой подачи и скорости резания.

На рисунке 3.2 представлены фотографии, показывающие способы установки червячной эвольвентной фрезы относительно заготовки сателлита на оправке зубофрезерного станка.



а – нарезание с правым наклоном зубьев фрезы; б – нарезание с левым наклоном зубьев фрезы; 1 – червячная фреза; 2 – заготовка сателлита

Рисунок 3.2 – Установка фрезы относительно заготовки при нарезании зубьев

На рисунке 3.3 показана фотография зубьев сателлита, полученных на зубофрезерном станке способом двойного рабочего хода инструмента.

Способ двойного рабочего хода был реализован при обработке зубьев сателлита в лаборатории кафедры «Технологии металлов»

Белорусско-Российского университета на зубофрезерном станке модели 5310, а также на РУП «Могилевский завод «Электродвигатель» на станке 5Е32 при изготовлении деталей опытной партии прецессионных редукторов. Технология, реализующая указанный способ, применяется в учебном процессе кафедры «Технология машиностроения» Белорусско-Российского университета.

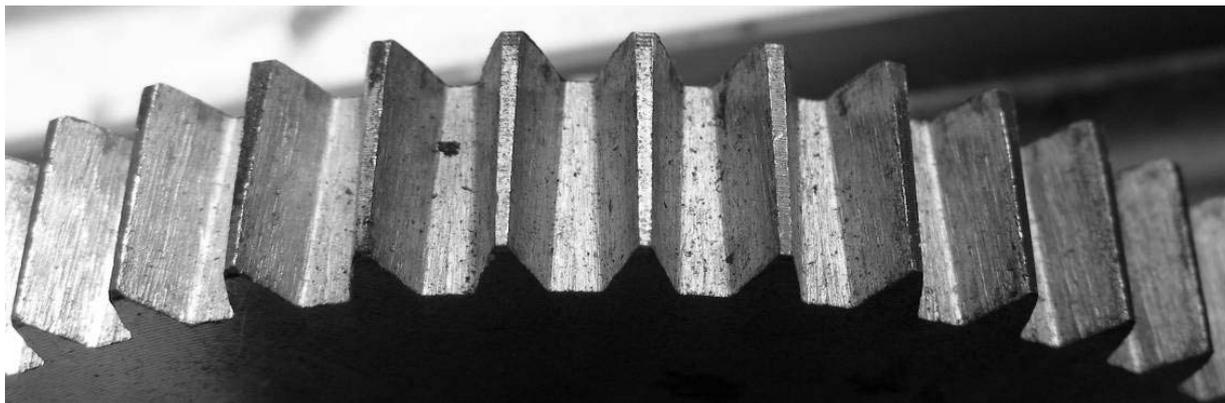
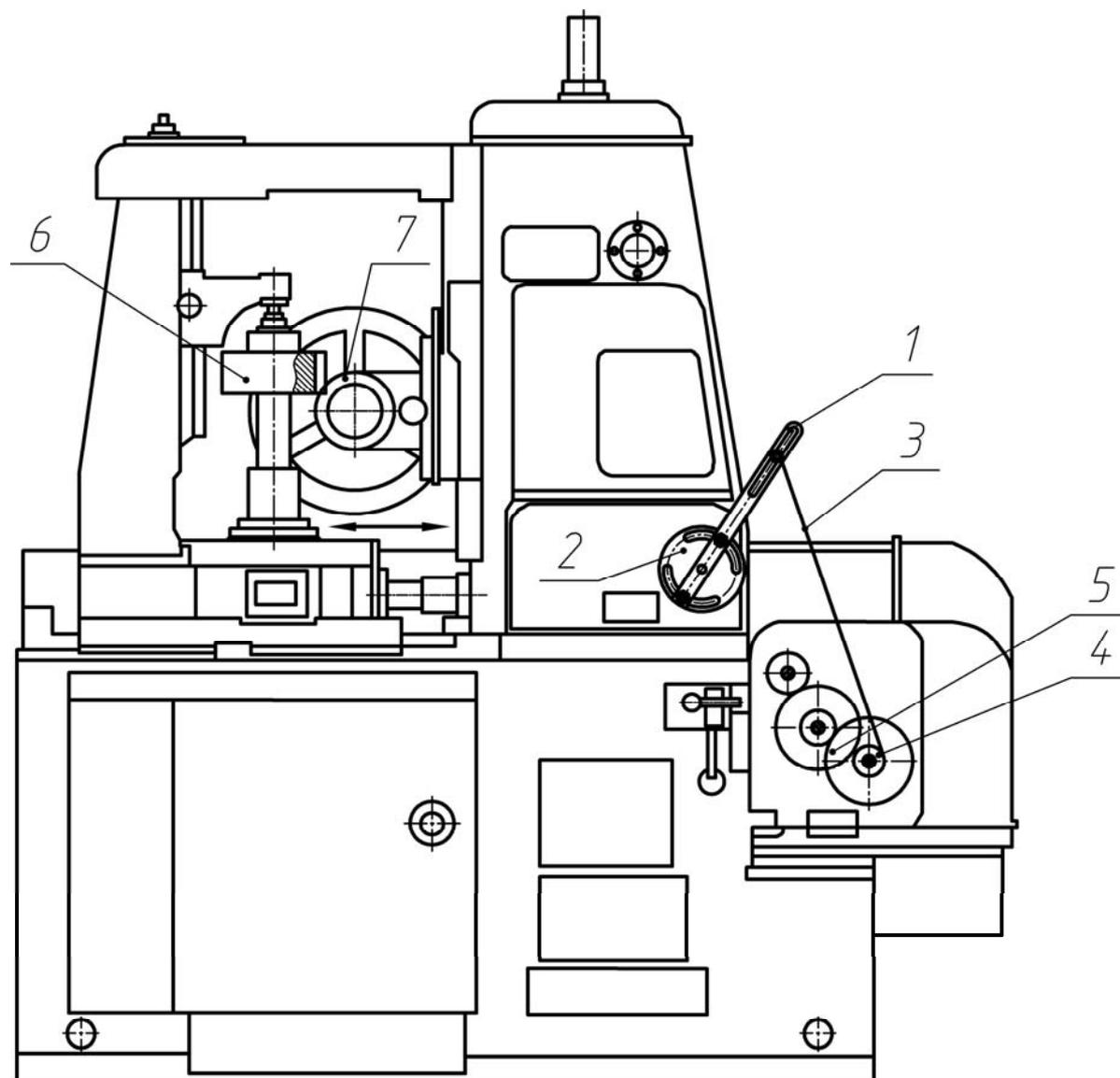


Рисунок 3.3 – Зубья сателлита, полученные способом двойного рабочего хода инструмента

Сущность процесса конического зубофрезерования подробно изложена во втором разделе монографии. Нарезание зубьев сателлита способом конического зубофрезерования может быть проведено без применения специальной оснастки и использования дополнительных кинематических цепей, если обработка зубьев происходит на зуборезных станках, в которых реализована в процессе нарезания зубьев возможность осуществления радиальной подачи. К таким зуборезным станкам можно отнести зубофрезерный станок модели 5К310.

Однако такие станки довольно редки и применяются, в основном, на специализированных предприятиях. В связи с этим для апробации предложенного способа конического зубофрезерования при нарезании зубьев сателлита был применен широко распространенный зубофрезерный станок модели 5310. Для осуществления на указанном станке процесса нарезания зубьев сателлита способом конического зубофрезерования в кинематику станка была введена дополнительная кинематическая цепь, благодаря чему стало возможно в процессе обработки зубьев сателлита радиальное движение стола зубофрезерного станка относительно оси заготовки сателлита.

Сущность технического решения, позволяющего реализовать дополнительную кинематическую цепь на зуборезном станке модели 5310, раскрывает схема, показанная на рисунке 3.4.



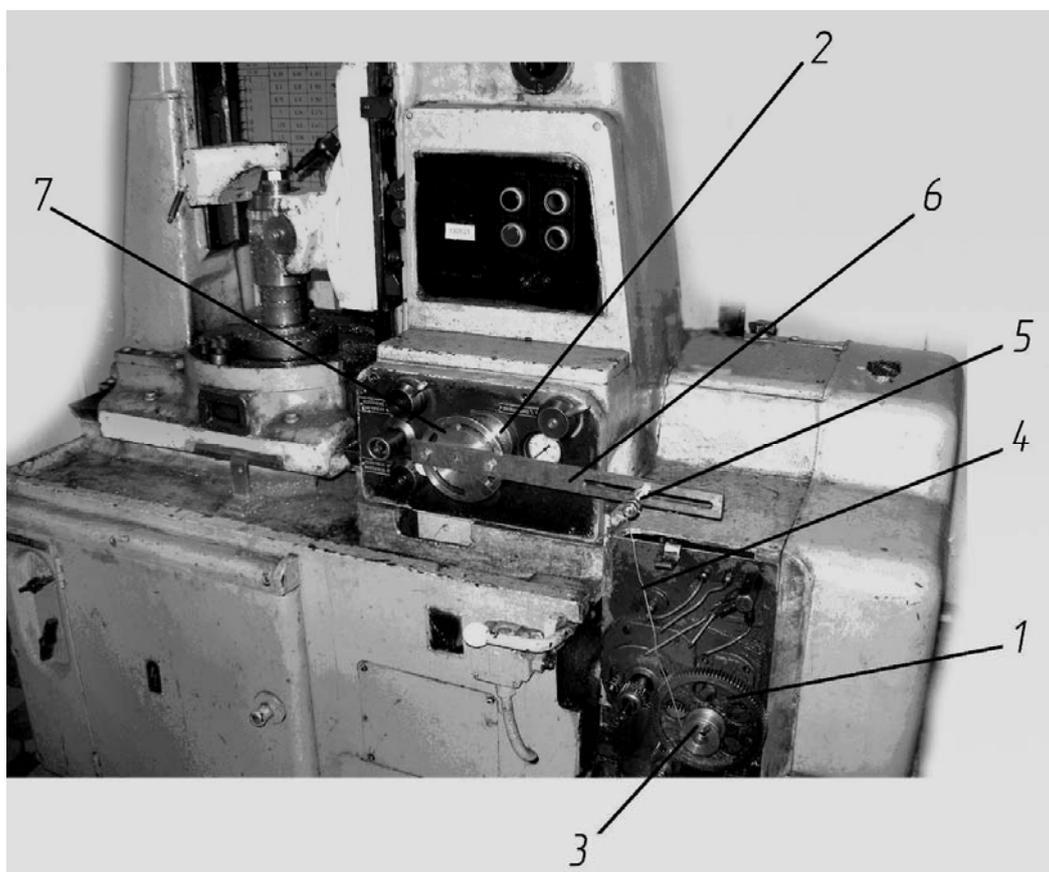
1 – планка; 2 – вал рукоятки подачи стола; 3 – трос; 4 – барабан; 5 – гитара настройки цепи дифференциала; 6 – заготовка; 7 – червячная фреза

Рисунок 3.4 – Общий вид зубофрезерного станка модели 5310 с дополнительной кинематической цепью, позволяющей реализовать обработку зубьев сателлита способом конического зубофрезерования

Реализация возможности радиальной подачи осуществлена путем отбора вращения с цепи дифференциала станка от шестерни 5. На жестко

соединенный с шестерней 5 барабан 4 намотан трос 3, закрепленный другим концом к планке 1, которая приводит во вращение вал рукоятки подач 2. Таким образом, во время обработки заготовки сателлита 6 червячная фреза 7 совершает движения обкатки и осевой подачи, одновременно при этом производится радиальная подача стола.

На рисунке 3.5 показана фотография зубофрезерного станка модели 5310, в кинематику которого дополнительно введена кинематическая цепь, соединяющая шестерни гитары дифференциала 1 и вал рукоятки 2 подачи стола зубофрезерного станка.



1 – гитара настройки цепи дифференциала; 2 – вал рукоятки подачи стола; 3 – барабан; 4 – трос; 5 – болт для фиксации троса; 6 – планка; 7 – втулка

Рисунок 3.5 – Зубофрезерный станок модели 5310 с дополнительной кинематической цепью

Дополнительная кинематическая цепь включала в себя барабанную втулку 3, жестко закрепленную на вале шестерен дифференциальной цепи станка. На наружную поверхность барабанной втулки 3 намотан трос 4,

другой конец которого закреплен болтом 5 на планке 6. Планка 6 крепится с помощью окружных пазов на втулке 7, посаженной на вал рукоятки 2 радиальной подачи стола зубофрезерного станка.

Благодаря использованию вышеуказанных элементов для создания описанной кинематической цепи радиальной подачи была произведена обработка зубьев сателлита и тем самым доказана возможность реализации способа конического зубофрезерования. Этим способом были изготовлены зубья сателлита для партии прецессионных редукторов, установленных в конструкцию заглаживающей машины СО-170. Однако необходимо отметить, что разработанное приспособление к зубофрезерному станку с реализацией дополнительной кинематической цепи следует рассматривать как экспериментальное, позволяющее доказать возможность осуществления обработки зубьев сателлита данным способом.

Фотография с изображением процесса обработки зубьев сателлита на зубофрезерном станке модели 5310, получаемых способом конического зубофрезерования, представлена на рисунке 3.6.



Рисунок 3.6 – Процесс обработки зубьев сателлита на зубофрезерном станке модели 5310, получаемых способом конического зубофрезерования

### ***3.2 Формообразование круговых зубьев сателлита для сопряжения с роликами центрального колеса***

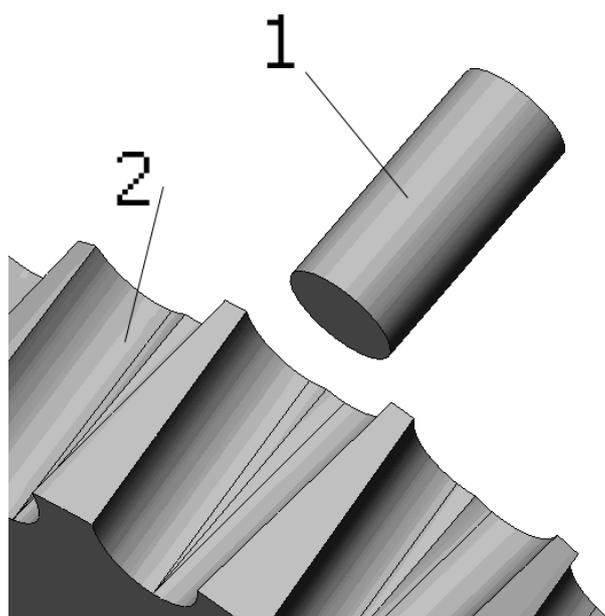
Согласно приведенной в начале второго раздела классификации способов обработки зубьев сателлита, при использовании в зацеплении планетарной прецессионной передачи в качестве зубьев центрального колеса конических роликов, зубья сателлита представляют собой зубья звездочки цепной передачи [57]. Процесс получения указанных зубьев сателлита на зубофрезерном станке червячной фрезой с круговыми зубьями аналогичен процессу обработки зубьев звездочки цепной передачи и не вызывает особых технологических трудностей. Единственным отличием в указанных выше процессах нарезания является уменьшенная глубина фрезерования при получении зубьев сателлита по сравнению с глубиной фрезерования в процессе обработки зубьев звездочки цепной передачи.

Следует отметить, что в зацеплении планетарной прецессионной передачи с круговыми зубьями центрального колеса можно применять различные варианты сочетаний цилиндрического и конического роликов центрального колеса и круговых зубьев сателлита, изготовленных различными способами [61].

Поясним это ниже на конкретных примерах.

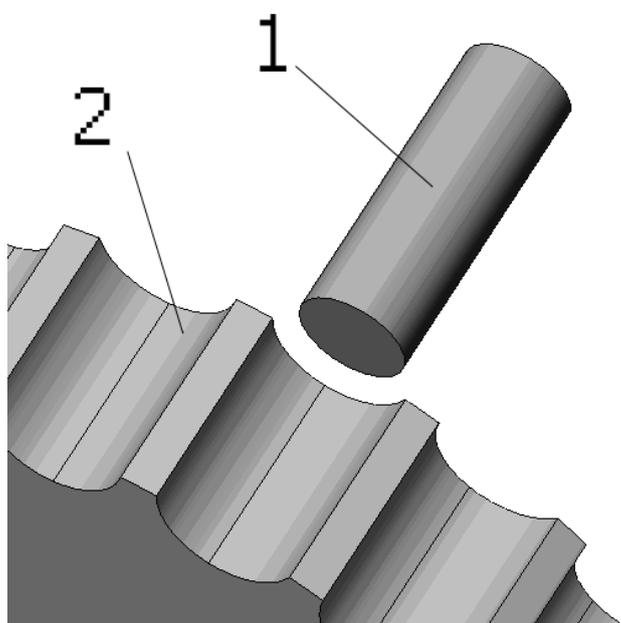
На рисунках 3.7–3.9 показаны различные варианты исполнения контактного зацепления в планетарной прецессионной передаче. На рисунке 3.7 – вариант сочетания цилиндрического ролика 1 и зубьев сателлита 2, образованных способом двойного рабочего хода. На рисунке 3.8 – вариант исполнения контактного зацепления предлагаемой передачи, в котором использованы цилиндрические ролики 1, а профиль зубьев сателлита 2 представляет собой профиль зубьев звездочки цепной передачи. На рисунке 3.9 – вариант зацепления прецессионной передачи, где использован конический ролик 1, а профиль зубьев сателлита 2, как и в предыдущем варианте, представляет собой профиль зубьев звездочки цепной передачи.

Первый вариант зацепления планетарной прецессионной передачи с роликовыми телами (см. рисунок 3.7) идентичен случаю применения в прецессионном зацеплении внутренних эвольвентных зубьев центрального колеса и зубьев сателлита, выполненных способом двойного рабочего хода. Следует отметить, что также при данном варианте зацепления получение круговых зубьев сателлита возможно и способом конического зубофрезерования.



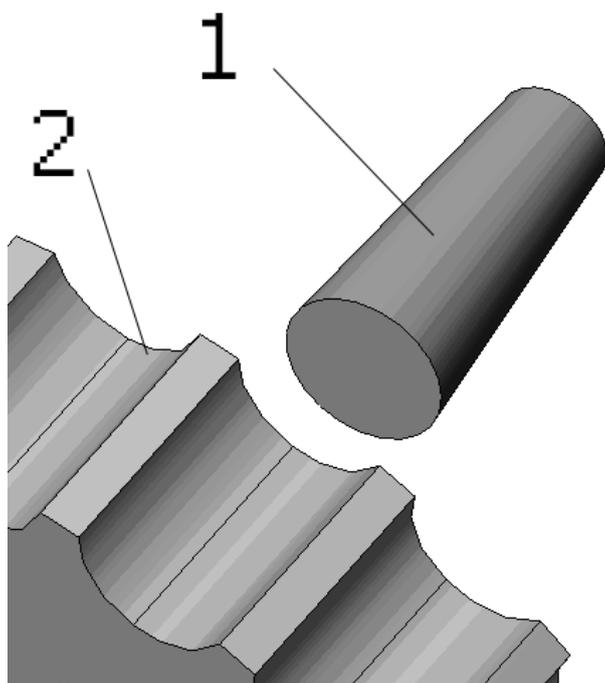
1 – цилиндрический ролик; 2 – сателлит

Рисунок 3.7 – Схема сочетания цилиндрического ролика и зубьев сателлита, образованных способом двойного рабочего хода



1 – цилиндрический ролик; 2 – сателлит

Рисунок 3.8 – Схема сочетания цилиндрического ролика и зубьев сателлита, образованных традиционными способами зубообработки



1 – конический ролик; 2 – сателлит

Рисунок 3.9 – Схема сочетания конического ролика и зубьев сателлита, образованных традиционными способами зубообработки

Для того чтобы использовать в зацеплении планетарной прецессионной передачи сочетания цилиндрического ролика и зубьев сателлита, профиль зубьев которых является профилем зубьев звездочки цепной передачи (см. рисунок 3.8), достаточно создать минимально необходимые зазоры, которые могут обеспечить требуемые движения зубьям сателлита. Данный вариант предлагаемой передачи работоспособен и является вариантом, обеспечивающим наибольшую технологичность передачи. Наличие кромочного контакта на начальных стадиях приработки передачи, как показали экспериментальные исследования, не приводит к повышенным динамическим составляющим. В процессе работы передачи происходит приработка зубьев сателлита и, как следствие, создается зацепление, близкое к полносопряженному.

Однако в случаях, когда в зацеплении планетарной прецессионной передачи требуется в самом начале её работы обеспечить полносопряженный контакт роликов с зубьями сателлита, предлагается применить вариант сочетания конического ролика и зубьев сателлита, профиль которых выполнен по профилю зубьев звездочки цепной передачи (см. рисунок 3.9). Это позволяет улучшить служебные свойства

прецессионных редукторов по сравнению с прецессионными редукторами, использующими в зацеплении цилиндрические ролики.

Таким образом, во всех предложенных вариантах прецессионного зацепления с роликовыми телами процесс изготовления зубьев сателлита или аналогичен процессу нарезания зубьев звездочки цепной передачи, или дублирует способы двойного рабочего хода и конического зубофрезерования. Отличием в процессе обработки указанными способами является используемый тип фрезы (с эвольвентными или с круговыми зубьями).

На рисунке 3.10 изображена фотография сателлита с круговыми зубьями, представляющими собой зубья звездочки цепной передачи.



Рисунок 3.10 – Сателлит с круговой формой профиля зубьев

На основе предложенных технологий были изготовлены зубья сателлита для различных конструкций прецессионных редукторов.

Таким образом, проведенные исследования позволили подтвердить, что изготовление зубьев сателлита ППП предложенными способами не вызывает никаких технологических трудностей и может быть реализовано на традиционном зуборезном оборудовании при помощи стандартного режущего инструмента.

## **4 Технологии формообразования рабочих поверхностей деталей передач с промежуточными телами качения (ППТК)**

### ***4.1 Структура, принцип работы ППТК цилиндрического типа и модель зацепления***

Замена трения скольжения на трение качения позволяет снизить на порядок энергетические затраты на движение объекта. Применение тел качения для передачи нагрузки в механизмах силовых приводов началось более века назад в Англии, Германии и США, когда были запатентованы первые механизмы и передачи с телами качения нефрикционного принципа действия. На территории бывшего СССР системные исследования этих механизмов продолжаются уже более 40 лет. Широкое использование в промышленности передач данного типа длительное время сдерживалось технологическими сложностями их производства. В настоящее время наличие новейшего металлообрабатывающего оборудования с ЧПУ позволило значительно упростить процесс изготовления пространственных беговых дорожек и сложных рабочих поверхностей кулачков, что дало импульс к дальнейшему развитию и применению передач с промежуточными телами качения (ППТК) различных типов. Сегодня ППТК еще не могут конкурировать по энергоэффективности с традиционными зубчатыми зацеплениями, однако компактность, низкая материалоемкость и многопоточность при передаче нагрузки позволяют с успехом использовать их для решения определенных инженерных задач: при необходимости встраивания силовой передачи в небольшие габаритные размеры, для механизмов с большим передаточным числом в одной ступени и др.

В 70-х гг. прошлого столетия Р. М. Игнатищевым был предложен один из вариантов механизмов данного типа – синусошариковый редуктор (СШР). В отличие от многочисленных аналогов, созданных в СССР и за рубежом, СШР разрабатывался для выполнения конкретных задач и имел определенное функциональное назначение – редуктор для вставок к турбобурам и электробурам, что определило успех дальнейших исследований и внедрения. Испытания синусошариковых редукторных вставок на различных буровых СССР подтвердили перспективность разработок. О масштабности практической реализации СШР свидетельствует внесение информации об этих редукторах в ГОСТ 15880-83.

На рисунке 4.1 показаны детали одной секции СШР [67] и секция в сборе. Она состоит из внутренней втулки 1 с замкнутой синусоидальной

беговой дорожкой, сепаратора 2, наружной втулки 3 с замкнутой синусоидальной беговой дорожкой на внутренней поверхности и шариков 4, перемещающихся в процессе работы по беговым дорожкам втулок. Шарики при этом совершают колебательные движения вдоль пазов сепаратора и поворачивают его с редуцированной скоростью. Передаточное число зависит от числа периодов беговых дорожек и не зависит, непосредственно, от диаметральных габаритов передачи, в отличие от зубчатых передач. В одной ступени можно реализовать диапазон передаточных чисел 1–10 при максимальном диаметре корпуса около 100 мм.

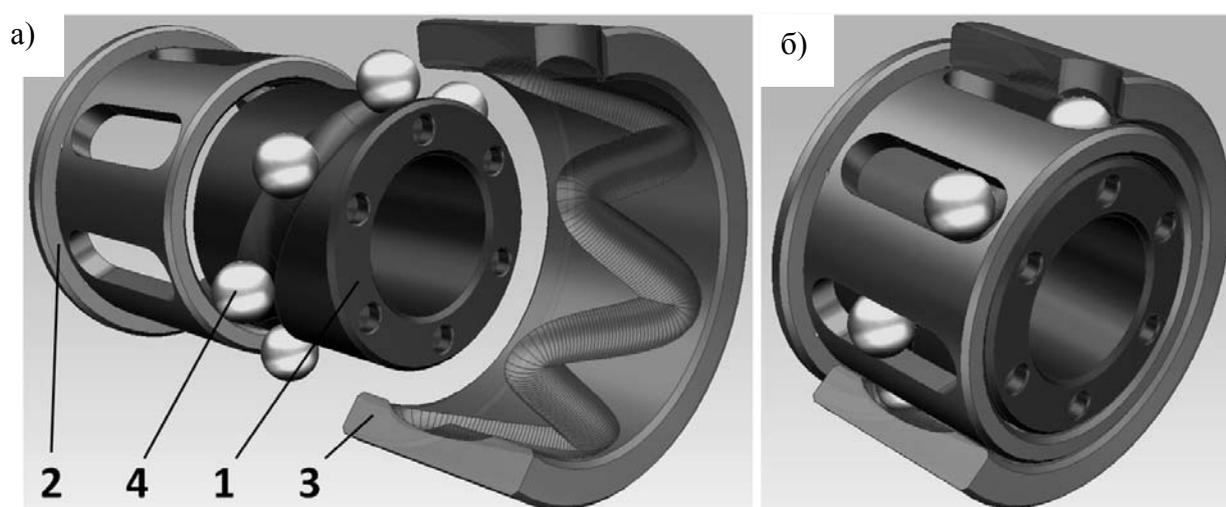


Рисунок 4.1 – Основные детали одной секции синусошарикового редуктора (а) и секция в сборе (б)

Модель зацепления представляет собой наложение (в пространстве или на плоскости) нескольких замкнутых периодических кривых (например, однопериодной и многопериодной) с одинаковыми амплитудами  $A$  – *центральных кривых (зацепления)*. По этим кривым происходит формирование беговых дорожек для тел качения на втулках или кулачках (внутреннем и наружном). По центральным кривым движется центр сферической фрезы (если в качестве тел качения используются шарики) при изготовлении дорожек на кулачках и втулках.

Беговые дорожки (центральные кривые в модели зацепления) имеют относительное движение (втулки или кулачки – относительное вращение), в процессе которого формируются траектории движения точек пересечения кривых (центров тел качения). В рассматриваемом случае

(см. рисунок 4.1) эти траектории – отрезки прямых, равномерно расположенных на третьем (выходном) звене передачи – сепараторе.

Эти траектории, а также рассматриваемые периодические кривые могут располагаться на различных поверхностях. На практике нашли применение передачи с расположением беговых дорожек на цилиндрической поверхности и плоскости [68]. В монографии исследуются передачи цилиндрического типа, как наиболее подходящие для создания механизмов буровой техники.

*Цилиндрическая кривая* – это пространственная, замкнутая, периодическая кривая, расположенная на цилиндрической поверхности [67]. В качестве кривых зацепления могут использоваться синусоиды, циклоиды, кусочно-винтовые линии и др. Периодическое изменение координаты  $z$  происходит относительно *средней линии (окружности, кривой)*. Средняя окружность (для цилиндрической кривой) расположена в плоскости  $xOy$  с центром в точке  $O$  и с радиусом  $R$ , равным радиусу образующей цилиндрической поверхности расположения кривых зацепления. На средней окружности размещается целое число периодов кривой  $Z_i$  ( $i$  – индекс, обозначающий принадлежность параметра соответствующему звену,  $i = 1$  – для внутренней втулки (кулачка),  $i = 3$  – для наружной втулки (кулачка)). *Разверткой кривой* (плоской разверткой) является кривая, расположенная на плоскости, ордината которой определяется уравнением  $z = f(s)$ , где  $s$  – изменяемый от 0 до  $2\pi R$  параметр, выполняющий функцию дуговой координаты.

#### **4.2 Анализ существующих методов изготовления сложных рабочих поверхностей кулачков**

Большинство деталей ППТК технологичны, представляют соосные тела вращения, себестоимость их изготовления невысокая, что является одним из преимуществ передач данного типа. Определенные сложности могут возникнуть при изготовлении одно- и многопериодных беговых дорожек на цилиндрических поверхностях деталей, т. к. эти операции носят специфический характер и не распространены широко в практике общего машиностроения [69].

Беговые дорожки на деталях ППТК можно классифицировать следующим образом.

По числу периодов: однопериодные, многопериодные.

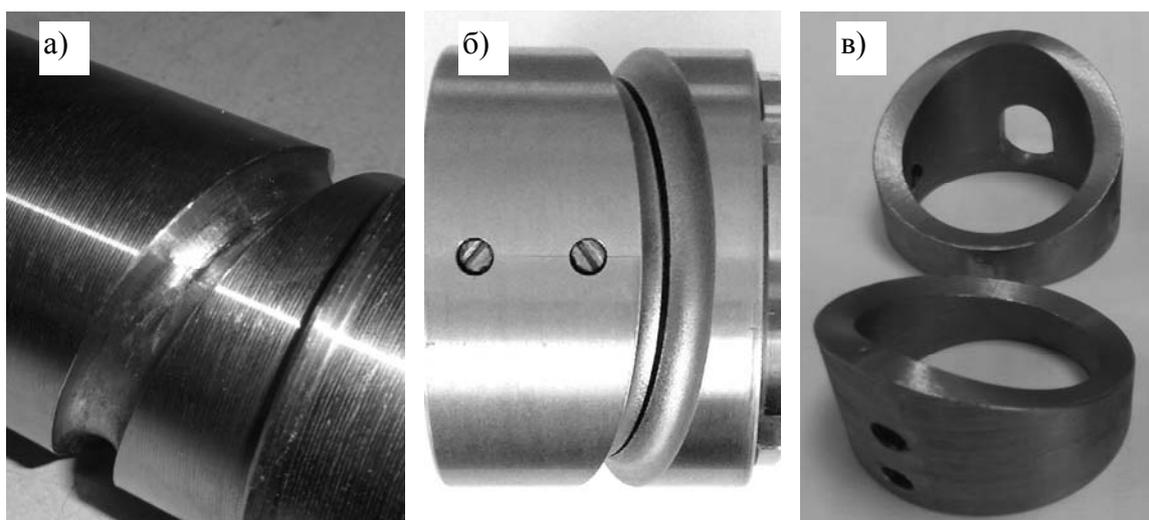
По виду центральной кривой: синусоидальные, циклоидальные, кусочно-винтовые и др.

По виду профиля дорожки в сечении, перпендикулярном кривой зацепления: круглые (изготавливаются сферической фрезой), прямоугольные, трапециевидные и др. Наиболее распространены дорожки с круглым и прямоугольным профилями, т. к. предназначены для контакта с телами качения в виде шариков и роликов.

Дорожки могут изготавливаться на одной детали (кулачке, обойме), в этом случае кулачок является цельным, могут быть сформированы несколькими деталями, в этом случае кулачок составной.

Дорожки на цельных кулачках, в зависимости от вида цилиндрической поверхности, на которой они располагаются, могут быть наружными (втулка 1 на рисунке 4.1) и внутренними (втулка 3 на рисунке 4.1).

На рисунке 4.2 показаны некоторые разновидности внутренних кулачков, а на рисунке 4.3 – наружных.

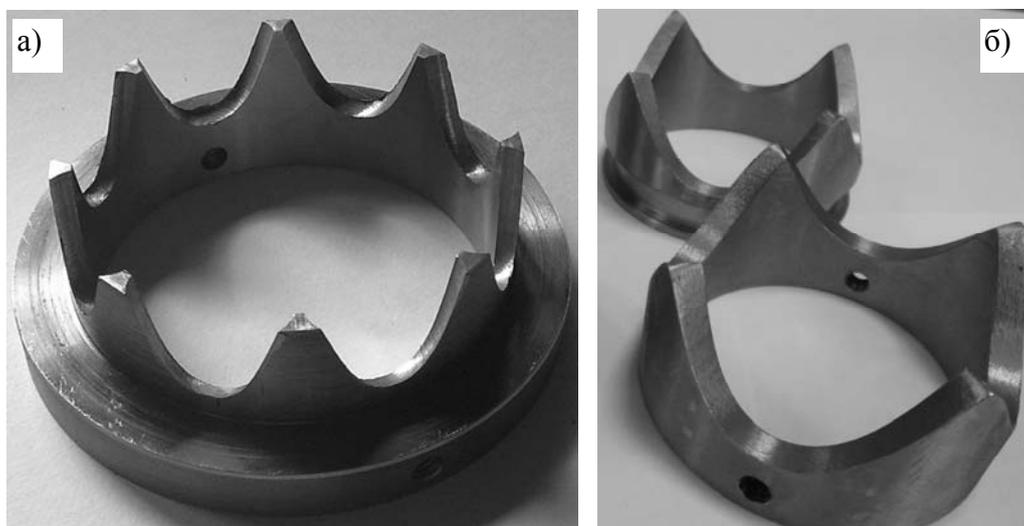


а – цельный с круглым профилем; б – составной с круглым профилем; в – составной с прямоугольным профилем

Рисунок 4.2 – Кулачки с однопериодной беговой дорожкой

Известны следующие методы, применяемые для изготовления кулачковых профилей (рисунок 4.4): обкатка, кинематический метод (согласование движений), копирование, копирный и координатный с помощью станков и обрабатывающих центров с ЧПУ. Отдельно нужно рассматривать такие способы изготовления деталей со сложными рабочими поверхностями, как литье и штамповка. Они оправданы в

случаях массового и крупносерийного производства, кроме того, требуют обязательной финишной обработки, что также может быть сопряжено с технологическими трудностями.



а – составной с круглым профилем (применялась сферическая фреза); б – составной с прямоугольным профилем (применялась цилиндрическая фреза)

Рисунок 4.3 – Кулачки с периодическим профилем на торце

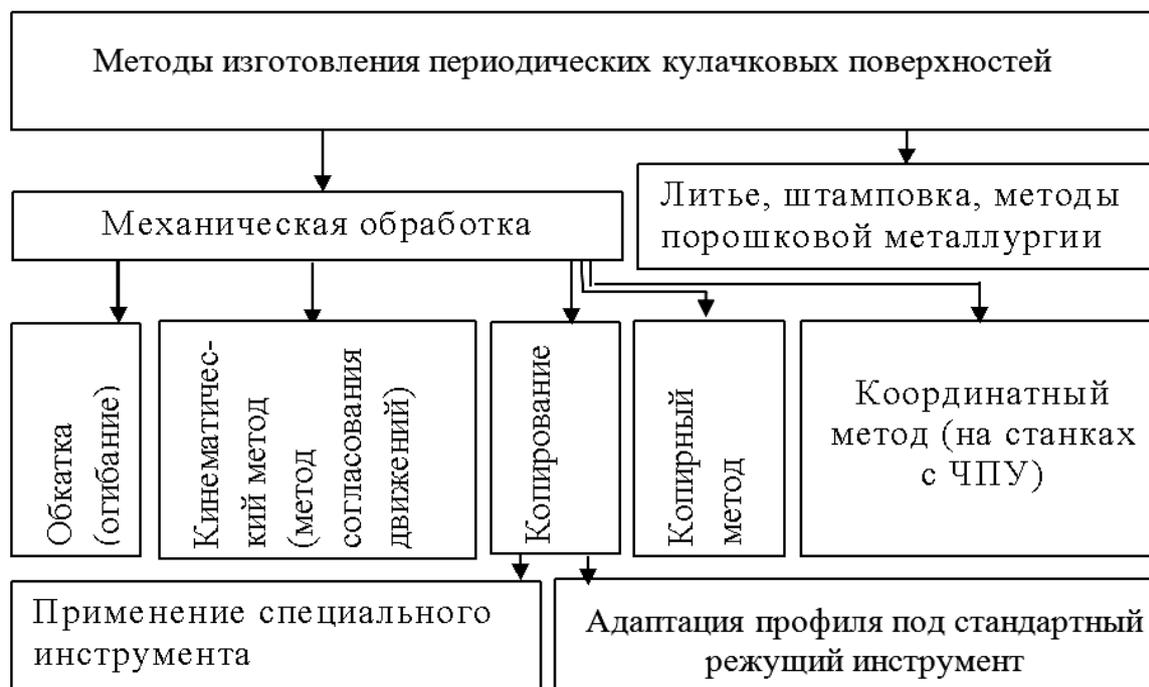


Рисунок 4.4 – Способы изготовления многопериодных профильных поверхностей

Метод обкатки (огибания) является наиболее производительным и точным, осуществляется специально спрофилированными червячной фрезой, долбяком или зубчатой рейкой и применим для многопериодных составных кулачков. Технологический процесс изготовления на торце цилиндрической втулки равномерно расположенных выступов и впадин с заданным профилем аналогичен обработке конических зубьев с углом  $\delta = 90^\circ$  (коронные колеса) на специальных станках для обработки зубчатых колес.

В [70] предложено обрабатывать радиальные пазы установленной на шпинделе 3 двузубой дисковой фрезой 2, вращение которой кинематически связано с вращением заготовки 1, а центр фрезы смещен относительно оси заготовки вдоль осей на определенные расстояния  $R_0$  (средний радиус расположения пазов) и  $B$  (рисунок 4.5).

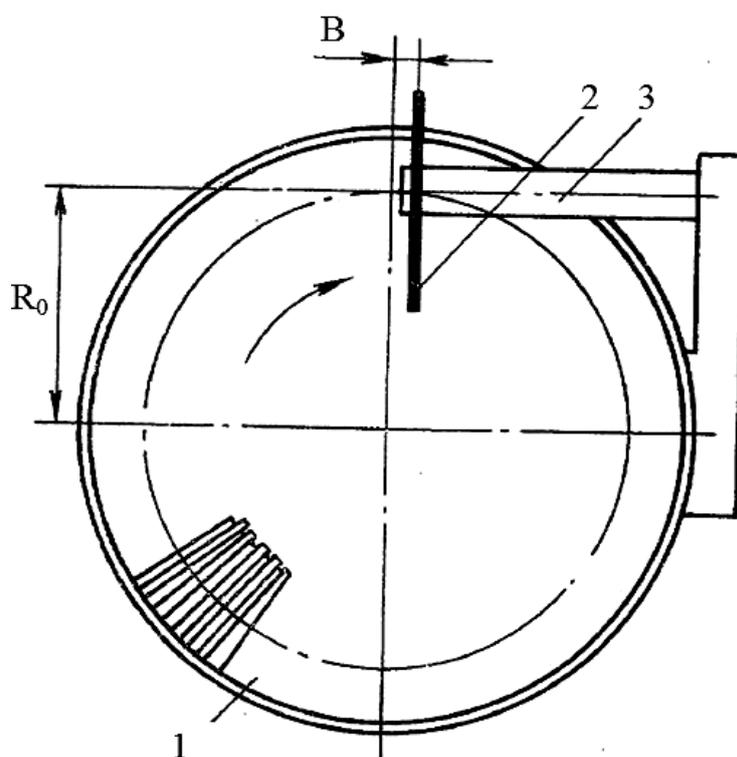


Рисунок 4.5 – Способ обработки пазов на торцах

В [71] предлагается инструмент для обработки пазов на торцах деталей в виде фрезы с расположением зубьев только на определенном секторе с прогрессирующим возрастанием их высоты. При этом необходима установка фрезы под определенным углом. В [72] предложен

способ с использованием торцовой фрезы с числом режущих элементов, равным числу пазов. Оси фрезы и заготовки смещены на определенное расстояние, инструменту сообщается вертикальная подача. В [73] этими же авторами предложен способ с использованием однозаходной червячной фрезы, аналогичный способ рассмотрен в [74]. Для повышения производительности предлагается применять фрезу-улитку (червячную одновитковую фрезу с прогрессирующим возрастанием профиля зуба).

Во всех рассмотренных случаях пазы имеют прямоугольный профиль, для получения необходимого профиля впадин кулачков необходимо профилирование инструмента. В данном случае наладка оборудования имеет более сложный характер.

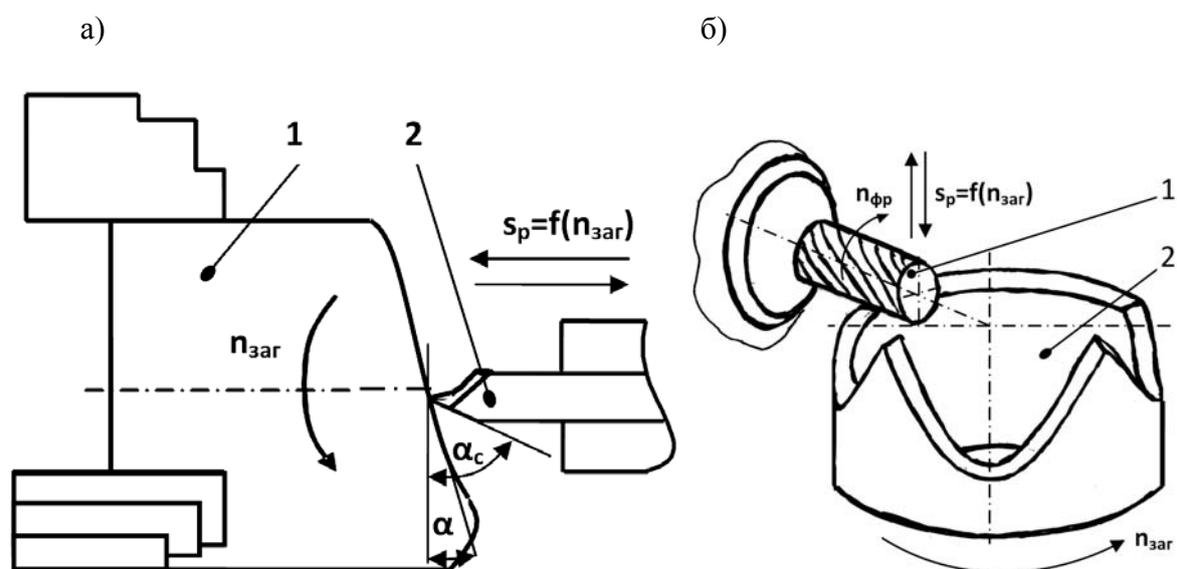
Кинематический метод основан на согласовании вращательного движения заготовки  $n_{заг}$  и возвратно-поступательного движения инструмента  $s_p$ . Кулачки изготавливали на универсальных токарных и фрезерных станках с использованием специальных приспособлений, сообщающих заготовке возвратно-поступательные движения, согласованные с приводом шпинделя с помощью единой кинематической цепи. Кинематический метод применительно к изготовлению беговых дорожек синусошариковой передачи детально исследован в [75]. Из-за сложности разработки приспособлений и настройки станков в условиях современного производства целесообразно использовать станки токарной и фрезерной групп с ЧПУ. При этом движения заготовки и инструмента определяются простейшей программой, задающей зависимость угла поворота от одной координаты.

На рисунке 4.6 показана схема обработки на токарном станке с ЧПУ и горизонтально-фрезерном обрабатывающем центре, эта же операция осуществима и на вертикально-фрезерном станке с ЧПУ с использованием сферической фрезы для изготовления беговых дорожек с круглым профилем. На токарном станке теоретически возможно изготовление только однопериодных дорожек, причем задний угол резца  $\alpha_c$  должен быть больше угла подъема беговой дорожки  $\alpha$ .

На рисунке 4.7 изображен фрагмент процесса обработки паза на наружной цилиндрической поверхности на вертикально-фрезерном обрабатывающем центре высокой точности NVX 5100-II 50 с вращающимся столом с прямым приводом DDRT-260.

Метод копирования, применяемый для изготовления кулачков, аналогичен такому же способу изготовления зубчатых передач. Фрезерование производится дисковой или пальцевой фрезой с дискретными поворотами с определенным угловым шагом после исполнения очередной

впадины с использованием делительной головки. Этот способ менее производителен и точен, однако не требует применения специального оборудования. Обработка может осуществляться долбежным резцом. Сложность заключается в применении специально спрофилированного режущего инструмента.



а – на токарном станке с ЧПУ; б – на горизонтально-фрезерном обрабатывающем центре; 1 – заготовка; 2 – инструмент

Рисунок 4.6 – Схема кинематического метода обработки

При копирном методе обработки необходимые относительные движения инструмента и цилиндрической заготовки моделируются копиром, эталоном (образцовой деталью). Обработка производится на копировально-фрезерных станках с применением специальных приспособлений [76]. Схема этой операции изображена на рисунке 4.8. На оправке устанавливаются изготавливаемый кулачок 1 и копир 2, соответственно им на суппорте укреплены фреза 3, вращающаяся с частотой  $n_{фр}$  и имеющая вертикальную подачу  $s_v$ , и копирный палец 4. Вращение кулачку и копиру сообщается механически, с постоянной угловой скоростью (с частотой вращения  $n_{заг}$ ). Односторонний контакт копирного пальца с копиром осуществляется силовым замыканием с помощью грузов (сила  $T$ ).



Рисунок 4.7 – Реализация кинематического метода на вертикально-фрезерном обрабатывающем центре серии NVX 5100

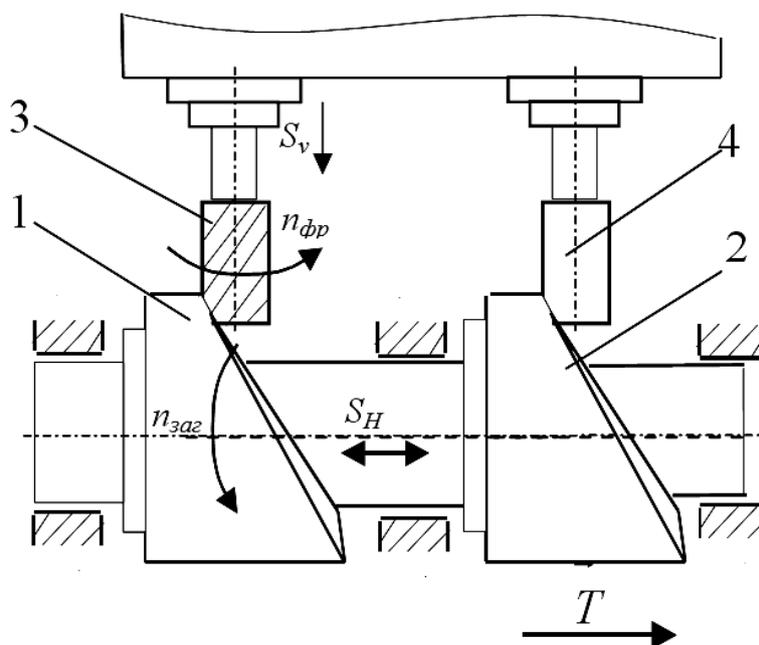


Рисунок 4.8 – Схема копирного метода обработки

С совершенствованием станочного парка и появлением высокоточных многофункциональных станков с числовым программным управлением также актуальным становится координатный способ обработки кулачковых профилей. При этом заготовка остается неподвижной, а профиль или беговую дорожку обрабатывает шпиндельная головка станка с ЧПУ, воспроизводящая движение фрезы по координатам, заданным в программе (рисунок 4.9).

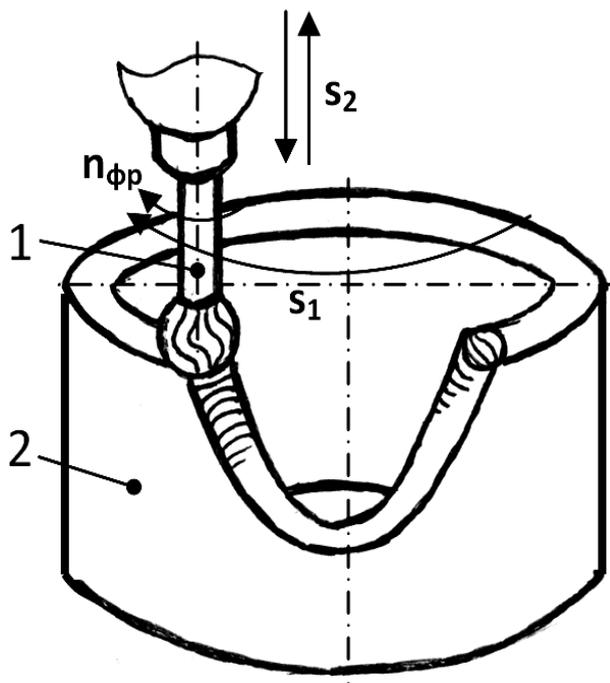


Рисунок 4.9 – Схема координатного метода обработки

Одна из наиболее сложных деталей синусошарикового редуктора изготавливалась до недавнего времени с помощью кинематического метода на универсальном оборудовании с применением громоздких приспособлений. Сейчас синусоидальную беговую дорожку на внутренней поверхности (при определенных геометрических параметрах) также можно изготовить на станке с ЧПУ. Данная задача была решена на заводе РУП «Электродвигатель» на 4-координатном вертикально-фрезерном станке с УЧПУ с дополнительной координатной осью ВМ133-20 [77].

Для малогабаритных передач ( $R < 15$  мм) целесообразно также рассмотреть метод гибки на цилиндрической оправке листового металла с профилем кулачковой поверхности с последующей сваркой шва и обработкой внутренних и наружных поверхностей.

Данный способ предложен в [78] и схематично представлен на рисунке 4.10. Металлическая полоса 1 (например, из закаливаемых сталей 45, 40X и др.) подается через устройство для дискретной (пошаговой) подачи 2 в матрицу 3, в которой осуществляется гибка полосы с радиусом  $R$  и выдавливание беговой дорожки посредством удара пуансона 4. Элементы полосы 6–9 имеют однопериодные беговые дорожки. Когда нужное число элементов (периодов кривой) будет изготовлено, ножницы 10 отрезают обработанный участок полосы, далее происходит сварка его концов.

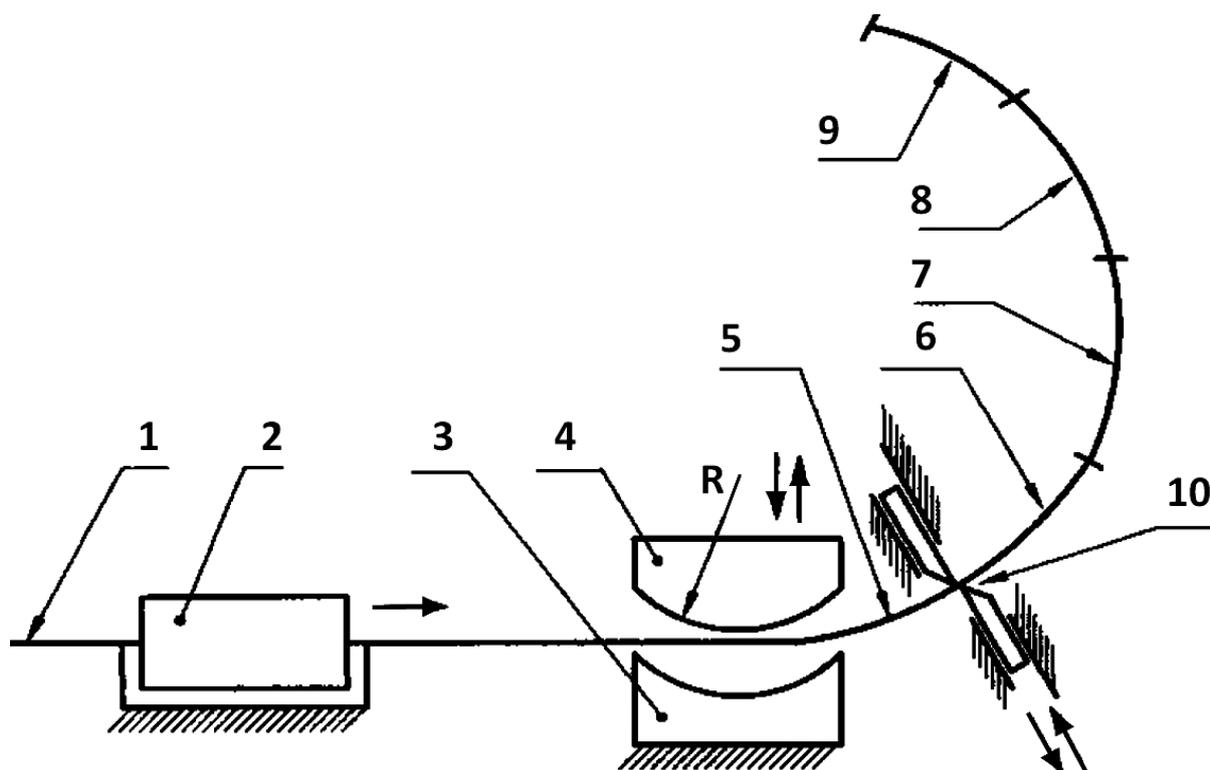


Рисунок 4.10 – Схема изготовления беговых дорожек по патенту на полезную модель 2727 РБ

Нами предлагается фрезеровать беговую дорожку на стальной ленте. Гибка двух составляющих и сварка концов заготовки осуществляется позже. Недостатком метода является возможность использования листов малой толщины, т. к. возможны искажение профиля кулачка и значительные остаточные напряжения в деталях.

В условиях современного машиностроения наиболее перспективными способами формообразования поверхностей кулачков ППТК являются координатный и кинематический методы с использованием станков с ЧПУ.

### ***4.3 Адаптация (упрощение) формы беговых дорожек ППТК к условиям единичного и мелкосерийного производства***

В некоторых случаях целесообразной видится задача упрощения формы беговой дорожки, которая позволила бы изготавливать детали передачи на универсальном оборудовании, тем самым значительно снизив затраты на ее производство. Данные технологии можно рекомендовать только для малоскоростных и малонагруженных передач, т. к. нарушается постоянство контакта тел качения с беговой дорожкой.

Были предложены трапециевидный и круглый профили впадин многопериодных кулачков. Трапециевидный профиль впадин кулачка можно обработать на горизонтально-фрезерном станке. Цилиндрическую (трубчатую) заготовку устанавливают в патроне универсальной делительной головки (УДГ). Прорезная фреза на заточном станке профилируется с заданными углами скоса боковых поверхностей. За один проход фрезеруется один или два паза (при четном числе периодов  $Z$  и симметричном расположении впадин). Далее заготовка поворачивается в УДГ на рассчитанный угол, и операция повторяется. Возможно использование непрофилированной прорезной фрезы (либо цилиндрической фрезы). В этом случае получение профиля одной или двух впадин, расположенных симметрично, формируется в три приема: сначала фрезеруется прямоугольный профиль, далее поочередным наклоном делительной головки на определенный угол и фрезерованием прорезной фрезой образуется трапециевидный профиль впадины. Аналогичные операции осуществимы и на вертикально-фрезерном станке. Финишные операции также без особых трудностей могут быть выполнены на универсальном оборудовании.

На рисунке 4.11, *а* приведен общий вид кулачка с адаптированным трапециевидным профилем впадин, на рисунке 4.11, *б* – модель кулачка с профилем впадины в виде окружности. Круглый профиль впадины кулачка, так же, как и трапециевидный, может изготавливаться на горизонтально-фрезерном станке с помощью стандартной прорезной фрезы и делительной головки.

Описанные выше операции фрезерования не представляют трудностей и могут выполняться на универсальном оборудовании стандартным режущим инструментом. Оправданность упрощения профиля беговых дорожек должна предварительно тщательно оцениваться вследствие вносимых погрешностей в картину зацепления (нарушение постоянства контакта) и ухудшения динамики передачи.

а)



б)



Рисунок 4.11 – Наружные кулачки с упрощенной формой беговых дорожек

#### ***4.4 Разработка квазивинтового профиля кулачков***

Недостатком упрощенного (адаптированного) профиля являются возникающие кинематические погрешности, вызывающие шум и вибрации. Из-за нарушения постоянства контакта тел качения с бековыми дорожками снижается нагрузочная способность. Необходима доработка канавок для обеспечения работоспособности передачи.

Была поставлена обратная задача. Предположим, получен многопериодный профиль кулачка, изготовленный стандартным режущим инструментом на универсальном оборудовании. Задачей является найти центральную кривую для данного профиля и определить сопряженную с ней однопериодную кривую, позволяющую осуществить зацепление с постоянным передаточным отношением.

Инструмент оставляет на цилиндрической трубчатой заготовке трапецевидный или треугольный профиль впадины (коническая фреза либо поочередное фрезерование под углом – рисунок 4.12).

Этот профиль расположен на плоскости, параллельной оси передачи и касательной к наружной цилиндрической поверхности заготовки. След треугольной формы (*МВС*) будем рассматривать как фрагмент много-

периодной кривой, замкнутой на цилиндре с радиусом  $R$  образующей окружности.

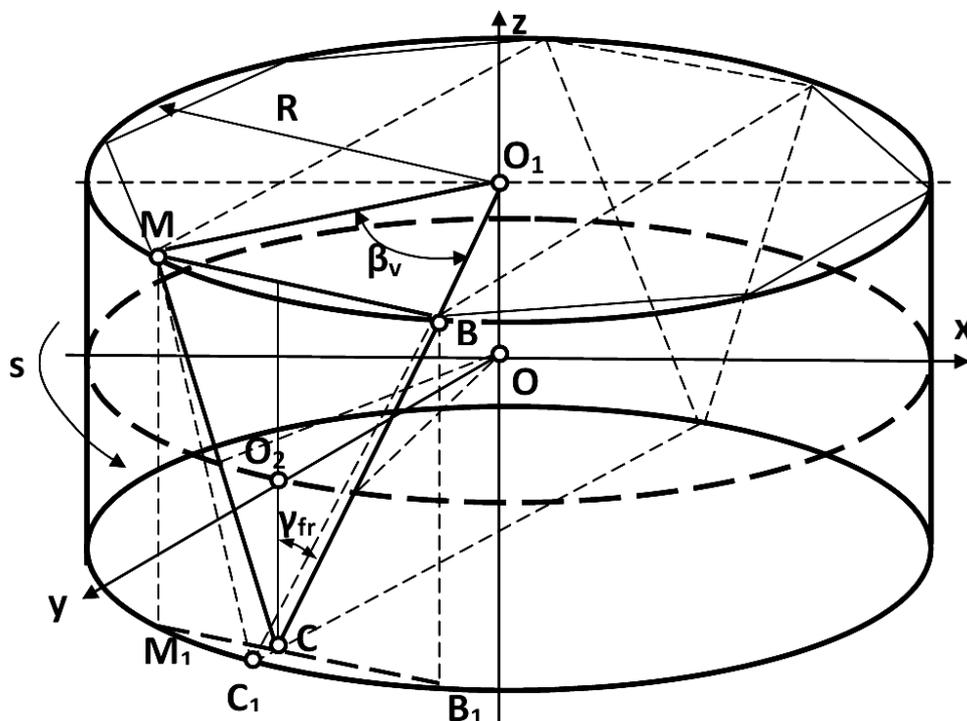


Рисунок 4.12 – Треугольный профиль впадины

Длина дуги  $MB$  и центральный угол  $\beta_v$  при условии размещения целого числа хорд окружности с радиусом  $R$  (равного числу периодов  $Z_3$ ), образующих вписанный многоугольник, определяются как

$$l_v = 2\pi R/Z_3; \quad \beta_v = 2\pi/Z_3. \quad (4.1)$$

Длина отрезка  $MB$  (диаметр конической фрезы в плоскости  $O_1MB$ )

$$MB = 2R \sin(0,5\beta_v). \quad (4.2)$$

Развернем кривую  $MCB$ , повторенную  $Z_3$  раз, на плоскость и определим уравнение, которое будет описывать полученную многопериодную кривую. Ранее было установлено уравнение многопериодной развертки кусочно-винтовой линии, размещенной на цилиндрической поверхности с радиусом  $R$  образующей окружности:

$$z_3(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( \frac{Z_3 s}{R} \right) \right), \quad (4.3)$$

где  $s$  – параметр (дуговая координата), изменяемый от 0 до  $2\pi R$ .

В нашем случае это будет также кусочно-винтовая линия, однако необходимо учесть так называемый коэффициент сжатия  $kzs$ , показывающий, во сколько раз длина расположения  $Z_3$  периодов искомой кривой вдоль оси  $Os$  (сумма длин хорд) меньше длины расположения кривой на развертке цилиндрической поверхности вдоль той же оси:

$$kzs = \frac{2\pi R}{Z_3 \cdot AB} = \frac{\pi}{Z_3 \sin \left( \frac{\pi}{Z_3} \right)}. \quad (4.4)$$

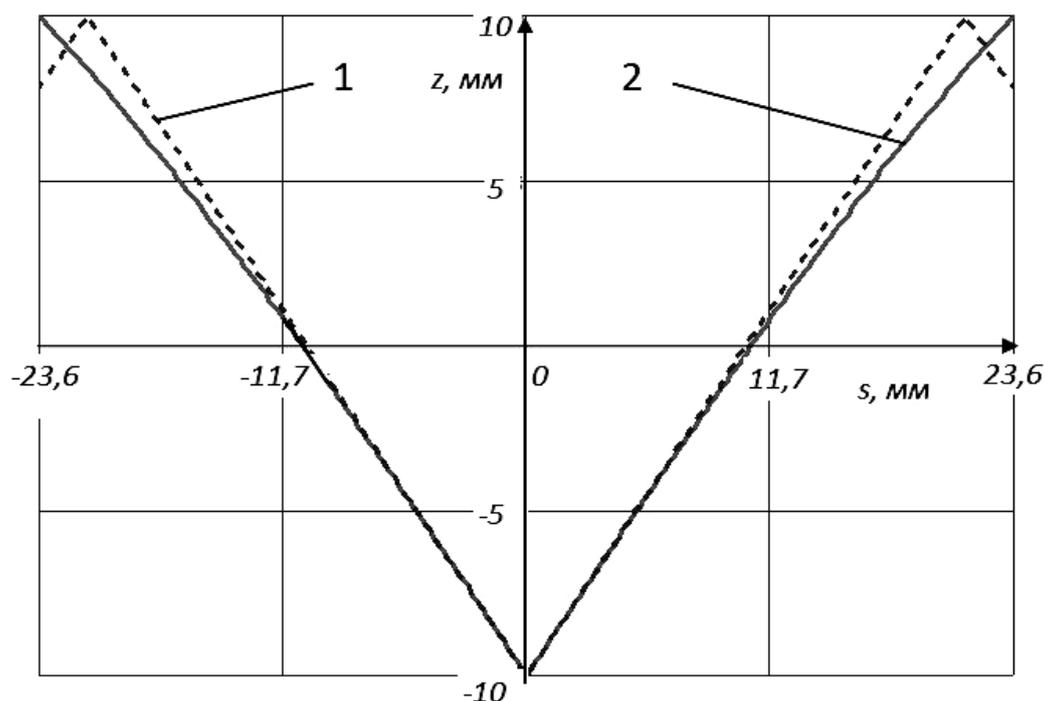
Тогда уравнение искомой кривой на развертке

$$z_3(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( \frac{kzs \cdot Z_3 s}{R} \right) \right). \quad (4.5)$$

Искомая многопериодная кривая располагается в пространстве таким образом, что в плоскости  $O_1MB$  мы будем наблюдать не окружность, а многоугольник с числом сторон, равным  $Z_3$ , с длиной стороны, равной  $MB$ . При прохождении фрезы треугольной формы (профиль  $MBC$ ) через тело цилиндра останется след  $MC_1D$  на цилиндрической поверхности. Для нахождения развертки этого следа на плоскость необходимо решить систему двух уравнений. Одно из них – уравнение (4.5); другое – представлено зависимостью

$$s_1 = R \arcsin \left( \frac{s}{R} \right); \quad s = -\frac{\beta_v}{2} R \dots \frac{\beta_v}{2} R. \quad (4.6)$$

Рассмотрим зацепление со следующими параметрами:  $R = 30$  мм,  $A = 10$  мм,  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 4$ . Развертка следа на плоскость строится в системе  $z_3(s_1)$ , развертка исходной кривой по уравнению (4.5) – в системе  $z_3(s)$  (рисунок 4.13).



1 – след прохождения конической фрезы через цилиндрическую поверхность; 2 – развертка следа на плоскость

Рисунок 4.13 – Адаптация профиля однопериодного кулачка

Выразив из уравнения (4.6) параметр  $s$  и подставив его в уравнение (4.5), получим следующие уравнения для однопериодной и многопериодной кривых, описывающих развертку следа фрезы треугольной формы, проходящей через цилиндрическую поверхность, как функции  $z_i(s)$ :

$$z_1(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( ksz \left( \sin \left( \frac{s}{R} \right) \right) \right) \right); \quad (4.7)$$

$$z_3(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( ksz \left( Z_3 \sin \left( \frac{s}{R} \right) \right) \right) \right). \quad (4.8)$$

Полученные кривые на плоской развертке будут представлять собой так называемые квазивинтовые линии. Они должны образовывать рабочие поверхности впадин кулачков, с которыми контактируют тела качения.

На основе уравнения развертки впадины было получено уравнение центральной многопериодной квазивинтовой кривой на плоской развертке

$$z_3(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( ksz \left( Z_3 \sin \left( \frac{s - \frac{\pi R}{Z_3} \left[ \frac{sZ_3}{\pi R} \right] + \left| \sin \left( \frac{\pi}{2} \left[ \frac{sZ_3}{\pi R} \right] \right) \right) \right) \right) \right) \right), \quad (4.9)$$

где квадратными скобками отмечена операция выделения целой части числа.

По алгоритму синтеза кривых было получено уравнение одно-периодной кривой, обеспечивающей зацепление с постоянным передаточным отношением:

$$z_1(s) = -\frac{2A}{\pi} \arcsin \left( \cos \left( ksz \left( Z_3 \sin \left( \frac{\frac{s}{Z_3} - \left( \frac{\pi R \left[ \frac{s}{\pi R} \right] + \frac{\pi R}{Z_3} \left| \sin \left( \frac{\pi}{2} \left[ \frac{s}{\pi R} \right] \right) \right) + \frac{\pi R}{Z_3} \left[ \frac{s}{\pi R} \right] \right)}{R} \right) \right) \right) \right). \quad (4.10)$$

Взаимодействие двух кривых (однопериодной и многопериодной) на плоскости и в пространстве показано на рисунке 4.14. Назовем данный тип кривых квазивинтовым.

При перемещении центра сферической либо цилиндрической фрезы по данным центральным кривым образуется беговая дорожка. На плоской развертке ее нижняя граница в системе  $zk_i(sk_i)$  будет определяться исходя из решения системы трех уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha_i(s)) &= \frac{dz_i(s)}{ds}; & zk_i(s) &= z_i(s) - r_s \cos(\alpha_i(s)); \\ sk_i(s) &= s + r_s \sin(\alpha_i(s)), \end{aligned} \quad (4.11)$$

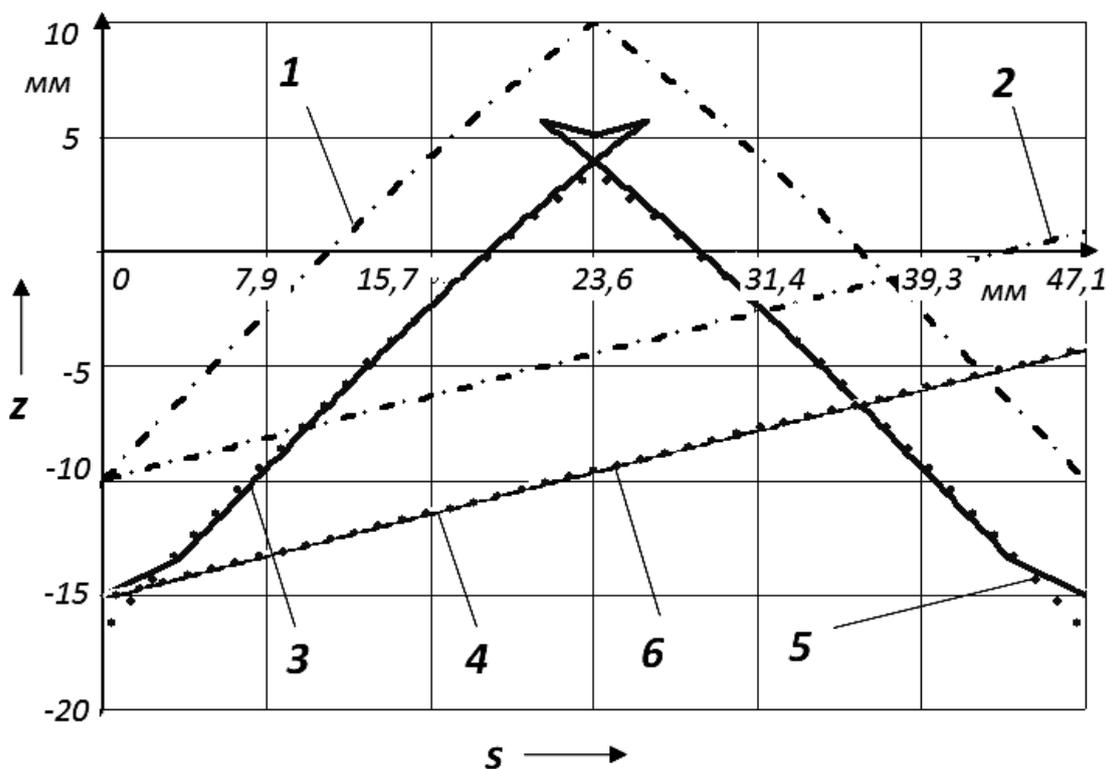
где  $i$  – индекс, обозначающий принадлежность параметра кривой



Было предположено, что для многопериодной и однопериодной центральных кривых линии, очерчивающие границу беговой дорожки (нижнюю и верхнюю), будут также квазивинтовыми кривыми, описываемыми уравнениями (4.9) и (4.10), но смещенными вдоль оси  $Oz$  на некоторое расстояние  $\Delta z k_i$ , причем

$$\Delta z k_i = \frac{r_s}{\cos \alpha_{cp_i}} = \frac{r_s}{\cos \left( \arctg \left( \frac{2AZ_i}{\pi R} \right) \right)}. \quad (4.12)$$

Результаты моделирования в программе MathCAD показали практическое совпадение кривых для передачи с указанными геометрическими параметрами (рисунок 4.15) и при радиусе тела качения  $r_s = 5$  мм при смещении центральной многопериодной кривой на величину  $\Delta z k_i$ .



1, 2 (штрихпунктирные линии) – «центральные» кривые, многопериодная и однопериодная, по которым движутся центры тел качения (центр фрезы); 3, 4 (сплошные линии) – нижняя линия профиля многопериодной и однопериодной кривых, образуемая после прохождения фрезы; 5, 6 (точечные линии) – линии, образованные смещением центральных кривых вниз на расстояние  $\Delta z k_i$

Рисунок 4.15 – К выводу уравнений квазивинтовых кривых

Рассчитаем профиль инструмента (профиль впадины) для изготовления многопериодного кулачка передачи на универсальном оборудовании. Особенность расчета связана с необходимостью учета искажения действительных размеров тел качения на проекции на плоскость, касательную к цилиндрической поверхности, где расположены кривые зацепления.

Угол конуса треугольного профиля (см. рисунок 4.11)

$$\gamma_{fr} = \operatorname{arctg} \left( \frac{0,5MB}{2A} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{R \sin \left( \frac{\pi}{Z_3} \right)}{2A} \right). \quad (4.13)$$

На схеме, представленной на рисунке 4.16, штриховыми линиями показан треугольный профиль  $MCB$ , являющийся проекцией центральной кривой на плоскость, перпендикулярной оси  $Oy$ . Сплошной линией ( $SL$ ) обозначен фрагмент рабочей поверхности кулачка, образованный смещением вниз центральной кривой на величину  $\Delta zk_i$ .

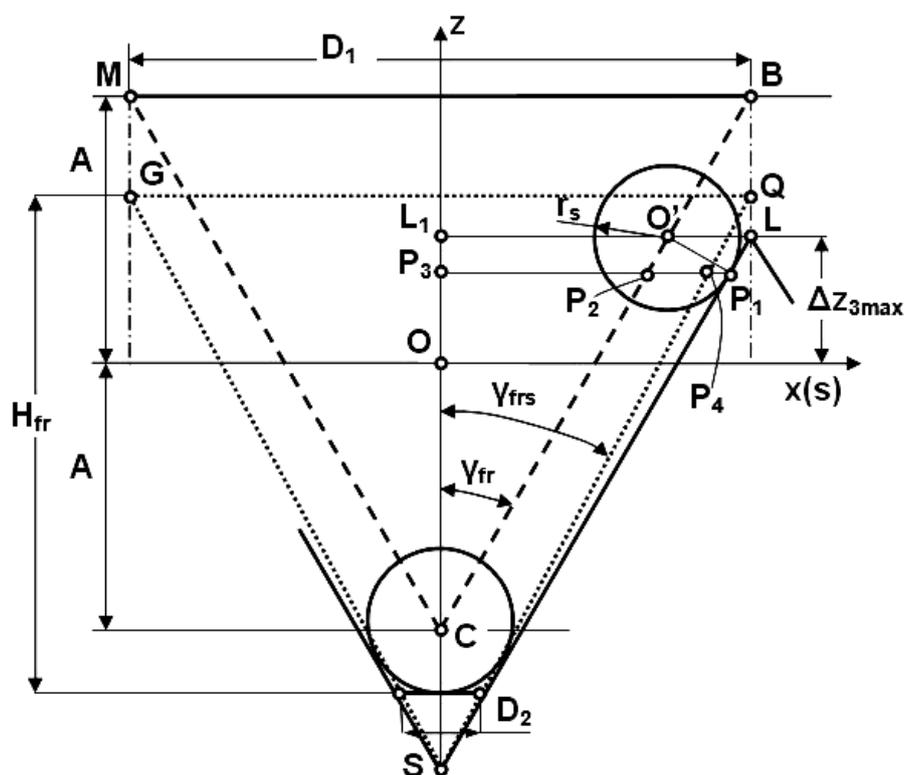


Рисунок 4.16 – Схема для определения величины корректировки трапецеидальной впадины

Высота профиля кулачка над плоскостью расположения средней линии

$$\Delta z_{3\max} = A - \Delta z k_3. \quad (4.14)$$

Если рассматривать производящую окружность с радиусом  $r_s$ , центр которой  $O'$  перемещается по центральной линии, то при попадании центра  $O'$  в точку с высотой, равной  $\Delta z_{3\max}$ , точка контакта  $P$  тела качения и беговой дорожки будет расположена ниже, на линии  $P_1P_3$ , причем

$$CP_3 = A + \Delta z_{3\max} - r_s \cos \alpha_{3sr}; \quad (4.15)$$

$$P_2P_3 = CP_3 \cdot \operatorname{tg} \gamma_{fr}. \quad (4.16)$$

При получении зависимости геометрических параметров (4.15) рассматривалась система координат  $sOz$ , т. е. развертка кривой  $SL$  на плоскость. Поэтому вычисления производились с использованием среднего угла подъема кривой  $\alpha_{3sr}$ , а не угла  $\gamma_{fr}$ .

Найдем центральный угол  $\beta_2$  между отрезками, соединяющими точки  $P_1$  и  $P_3$  с осью кулачка  $Oz$ :

$$\beta_2 = \arcsin \left( \frac{P_2P_3}{R} \right) + \frac{r_s}{R \sin \alpha_{3sr}}. \quad (4.17)$$

Отрезок  $P_2P_3$  в проекции кривых на плоскость  $xOz$  представлен в натуральную величину. Отрезок  $P_1P_2$  в натуральную величину будет представлен на плоской развертке в системе координат  $sOz$ . На плоскости  $xOz$  он будет иметь длину  $P_2P_4$ :

$$P_2P_4 = R \sin \beta_2 - P_2P_3. \quad (4.18)$$

Скорректируем угол конуса фрезы:

$$\gamma_{frs} = \operatorname{arctg} \left( \frac{P_2P_3 + P_2P_4}{CP_3 + \Delta z k_3} \right). \quad (4.19)$$

Таким образом, коническая фреза будет иметь следующие параметры: диаметр фрезы по верхней плоскости детали  $D_{1fr} = MB$ , угол конусности  $\gamma_{frs}$ . Высота профиля фрезы (высота впадины)

$$H_{fr} = A + \Delta z_{3\max} + r_s. \quad (4.20)$$

Тогда диаметр фрезы по нижней плоскости впадины

$$D_1 = 2(\Delta z k_3 - r_s) \operatorname{tg} \gamma_{frs}. \quad (4.21)$$

Решенные задачи по определению уравнений взаимодействующих центральных кривых квазивинтового зацепления и по определению профиля режущего инструмента, однако, не устраняют необходимость изготовления однопериодной беговой дорожки на специализированном оборудовании (станках и обрабатывающих центрах с ЧПУ).

Для проверки работоспособности зацепления в системе Siemens NX (Unigraphics) была создана модель передачи с телами качения в виде шариков (рисунок 4.17).

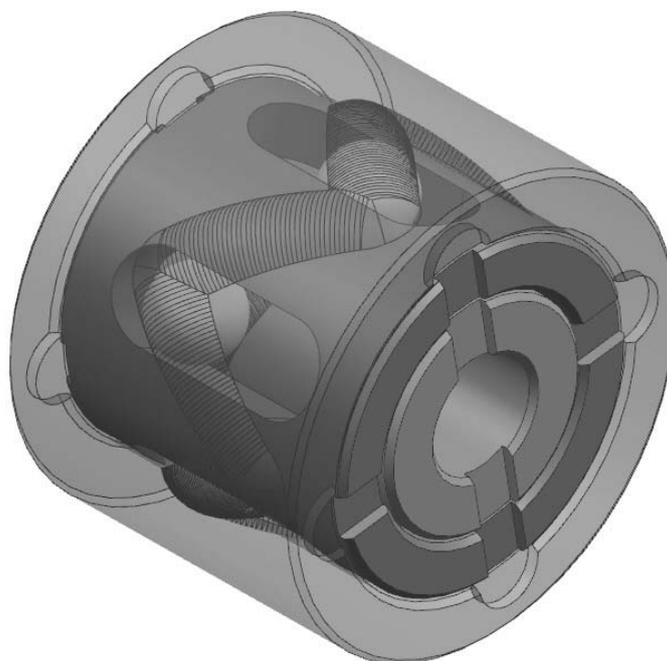
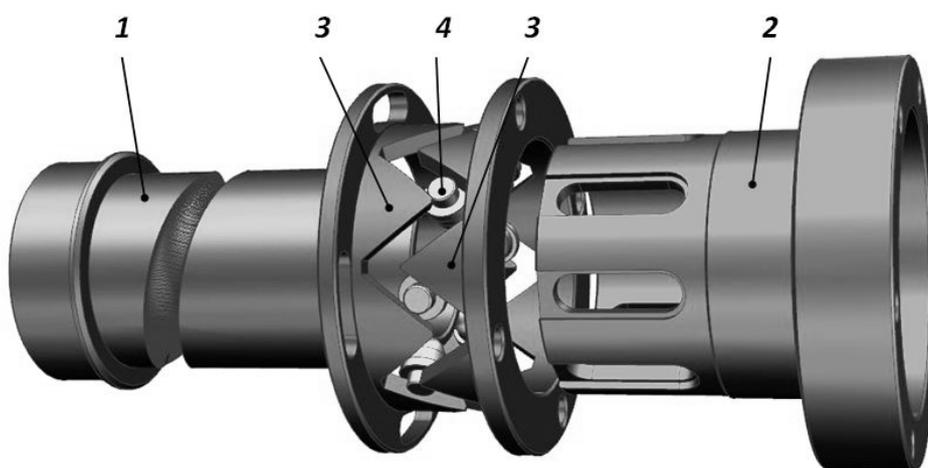


Рисунок 4.17 – Модель шариковой передачи с квазивинтовыми беговыми дорожками

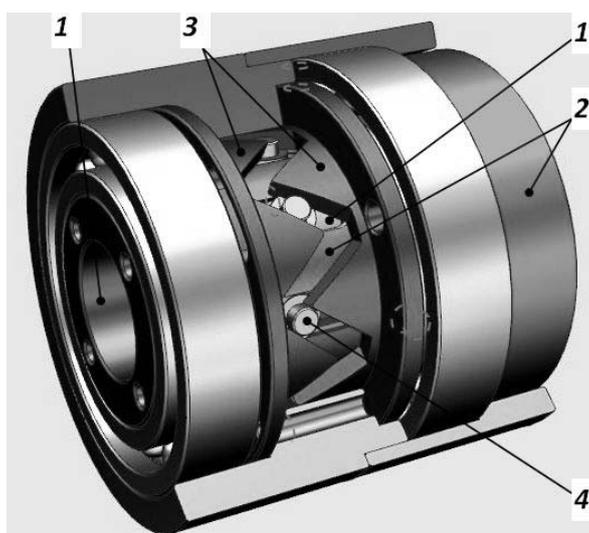
Симуляция движения в блоке программы Motion Simulation при неподвижном корпусе, вращающемся входном валу с постоянной скоростью подтвердила работоспособность передачи и продемонстрировала вращение выходного вала также с постоянной скоростью. Погрешность определялась заданными зазорами в контакте шариков и беговых дорожек.

На основе полученных уравнений были разработаны 3D-модели передачи и конструкторская документация на изготовление редуктора с передаточным отношением, равным 8, и с телами качения в виде составных роликов (рисунок 4.18).

а)



б)



1 – внутренний кулачок; 2 – сепаратор; 3 – составной наружный кулачок; 4 – тела качения (ролики)

Рисунок 4.18 – Основные детали зацепления и редуктор с составными роликовыми сателлитами и квазивинтовым профилем беговых дорожек

Тела качения (ролики) выполнены составными, что позволяет снизить потери на трение скольжения, частично заменив его качением. В соответствии с рабочей документацией был изготовлен и собран макет редукторной вставки для электробура (рисунок 4.19). Данная редукторная секция с наружным диаметром 96 мм была испытана на стенде в лаборатории испытаний механических приводных систем Белорусско-Российского университета.

Результаты испытаний подтвердили работоспособность созданной конструкции и рассчитанные кинематические параметры. КПД редуктора при нетермообработанных поверхностях пазов и кулачков составил около 55 %, при термообработанных деталях и использовании смазки в виде графитомасляной смеси – около 70 %. Испытания проводились при частотах вращения ведущего вала двигателя от 1000 до 1500 об/мин при максимальном крутящем моменте 110 Н·м.

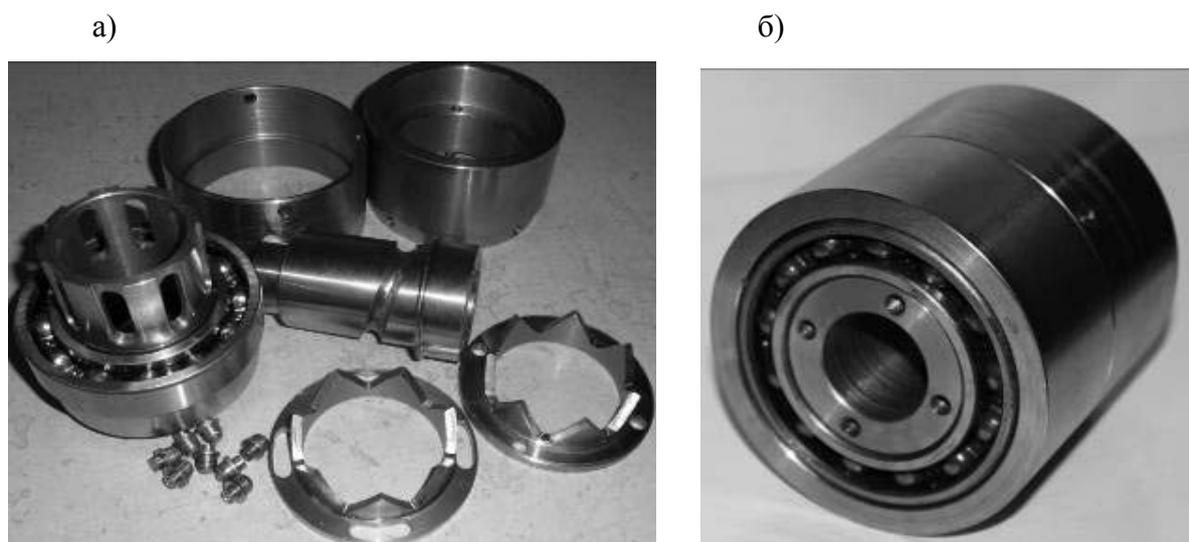


Рисунок 4.19 – Детали редукторной секции (а) и редукторная секция в сборе (б)

## **5 Реализация новых технологических процессов, испытания и рекомендации по промышленному использованию редукторов новых типов**

### ***5.1 Экспериментальные образцы прецессионных редукторов с зубьями сателлита, образованными с использованием новых способов обработки***

Оценка кинематической погрешности сателлита компьютерных моделей позволила сделать вывод о ее уменьшении более чем в 2 раза при использовании новых способов изготовления зубьев. Для подтверждения полученных во втором разделе результатов компьютерных исследований были проведены экспериментальные исследования. Их целью являлось определение влияния на кинематическую погрешность прецессионного редуктора формы зубьев сателлита, изготовленных различными способами обработки. Для этого была разработана конструкция и изготовлен экспериментальный образец прецессионного редуктора, позволяющий реализовать указанную выше цель и имеющий следующие технические характеристики:

- передаточное отношение – 24;
- передаваемая мощность – 1500 Вт;
- число оборотов входного вала – 1500 об/мин.

Общий вид данного прецессионного редуктора показан на рисунке 5.1.

На фланце электродвигателя 10 (см. рисунок 5.1) с помощью винтов закреплены левая крышка 1, фланец 7 с внутренним зубчатым венцом, корпус 2, а также правая крышка 3. На валу электродвигателя посажен эксцентрик с противовесом 8, который заставляет совершать колебательное движение сателлит 6, составляющий с эксцентриком вращательную пару посредством сферического подшипника 9. Наружные зубья сателлита 6 взаимодействуют с внутренними зубьями фланца 7, благодаря чему сателлит 6, наряду с колебательным движением, совершает вращательное движение вокруг собственной оси. Вращательное движение сателлита 6 передается с помощью угловой муфты 4 на ведомый вал 5. Таким образом, ведомый вал 5 вращается с угловой скоростью, зависящей от чисел зубьев наружного зубчатого венца сателлита 6 и внутреннего зубчатого венца 7.

Фотографии экспериментального образца прецессионного редуктора и деталей, составляющих этот редуктор, показаны на рисунках 5.2 и 5.3.

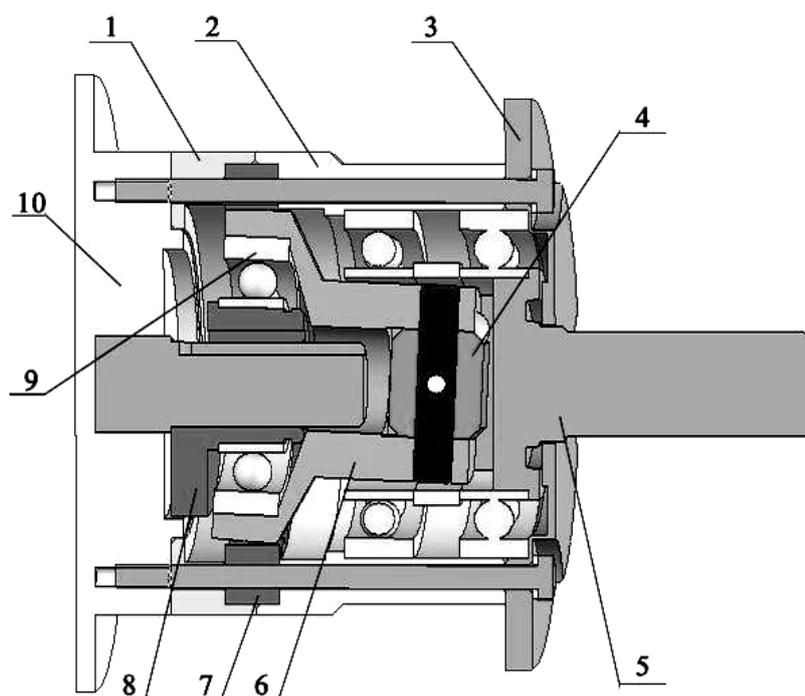


Рисунок 5.1 – Общий вид экспериментального образца прецессионного редуктора

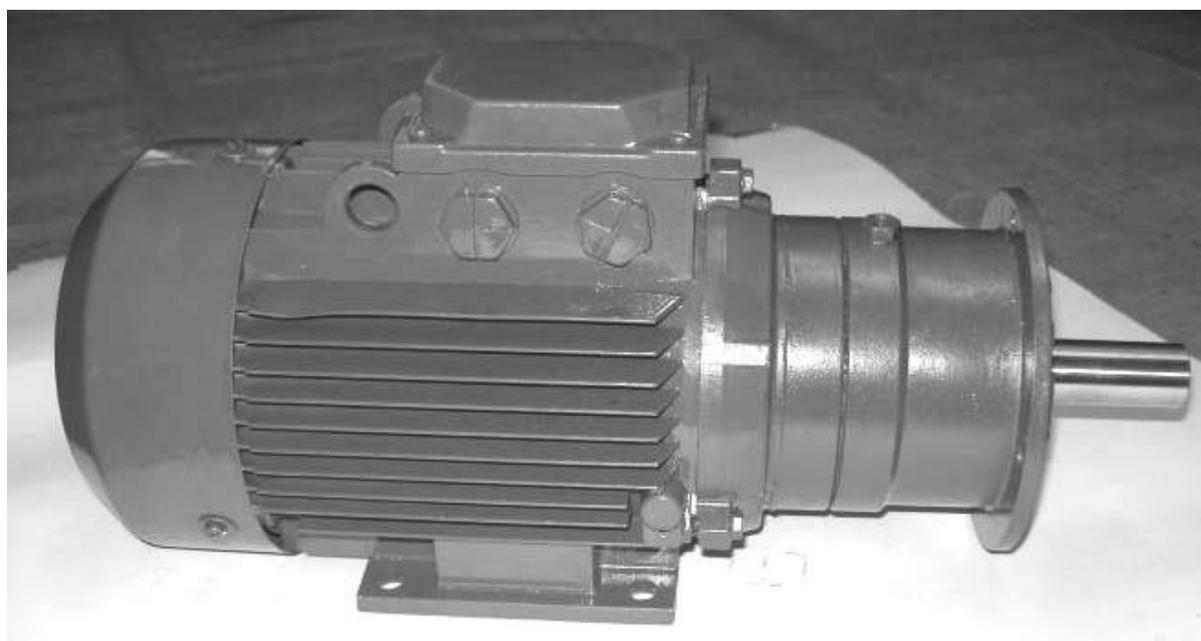


Рисунок 5.2 – Экспериментальный образец прецессионного мотор-редуктора



1 – эксцентрик с противовесом; 2 – корпус; 3 – сателлит; 4 – камень муфты; 5 – выходной вал; 6 – крышка редуктора

Рисунок 5.3 – Детали экспериментального образца прецессионного редуктора

Особенностью конструкции экспериментального образца прецессионного редуктора является реализованная в нем возможность замены центрального колеса 7 с внутренним зубчатым венцом (см. рисунок 5.1), т. е., установив в корпусе редуктора центральное колесо 7 с эвольвентным профилем зубьев и сателлит, имеющий зубья, сопряженные с эвольвентными зубьями центрального колеса 7, можно проводить испытания прецессионного редуктора с эвольвентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки. При необходимости проведения испытаний прецессионного редуктора, в зацеплении которого используются круговые профили зубьев центрального колеса и зубьев сателлита, в конструкции экспериментального образца прецессионного редуктора имеется возможность установки центрального колеса с круговыми коническими зубьями и сателлита с соответствующей формой круговых зубьев. Следует отметить, что конические формы зубьев центрального колеса для экспериментальной конструкции прецессионного

редуктора были получены на электроэрозионном станке. Изготовление зубьев центрального колеса дорогостоящим способом обработки на электроэрозионном станке для экспериментального образца прецессионного редуктора объясняется невозможностью использования в его конструкции конических роликов. При этом обработка круговых зубьев сателлита производилась на зубофрезерном станке с применением червячной фрезы для нарезания зубьев звездочки цепной передачи.

Как уже было сказано ранее, в конструкции экспериментального образца прецессионного редуктора можно реализовывать поочередно различные виды прецессионного зацепления, соответствующие различным способам формообразования зубьев сателлита.

Для проведения сравнительных экспериментов по определению оптимальной формы зубьев зацепления прецессионной передачи были изготовлены пять пар центрального колеса и сателлита со следующими формами контактирующих зубьев:

- центральное колесо с эвольвентными зубьями и сателлит с эвольвентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки, методика определения параметров которых изложена в [79];
- центральное колесо с внутренними эвольвентными зубьями и сателлит с зубьями, изготовленными способом двойного рабочего хода;
- центральное колесо с эвольвентными зубьями и сателлит, зубья которого выполнены способом конического зубофрезерования;
- центральное колесо с коническими зубьями, изготовленными на электроэрозионном станке, и сателлит с зубьями, профиль которых представляет собой профиль зубьев звездочки цепной передачи.

Описание стенда, на котором были проведены испытания экспериментального образца прецессионного редуктора с различными сочетаниями пар центрального колеса и сателлита, а также результаты испытаний приведены ниже.

## ***5.2 Стендовые и заводские испытания экспериментальных образцов прецессионных редукторов***

### ***5.2.1 Конструкция стенда для определения основных эксплуатационных показателей прецессионных редукторов.***

Испытания, позволяющие определить кинематическую погрешность экспериментального образца прецессионного редуктора, были проведены на стенде лаборатории кафедры «Теоретическая механика» Белорусско-Российского университета.

Стенд выполнен по схеме с открытым потоком мощности. Сущность этого метода заключается в том, что вся энергия, развиваемая двигателем стенда, проходя через испытываемый редуктор, направляется в нагружающее устройство, где полностью переводится в тепловую энергию. Наряду с недостатками, к которым относится необходимость охлаждения нагружающего устройства, разомкнутый метод испытаний имеет одно важное достоинство – позволяет сделать стенд универсальным, приспособленным к испытаниям редукторов самых разнообразных конструкций и типоразмеров, что весьма важно при проведении исследовательских испытаний.

Общий компьютерный вид стенда представлен на рисунке 5.4.

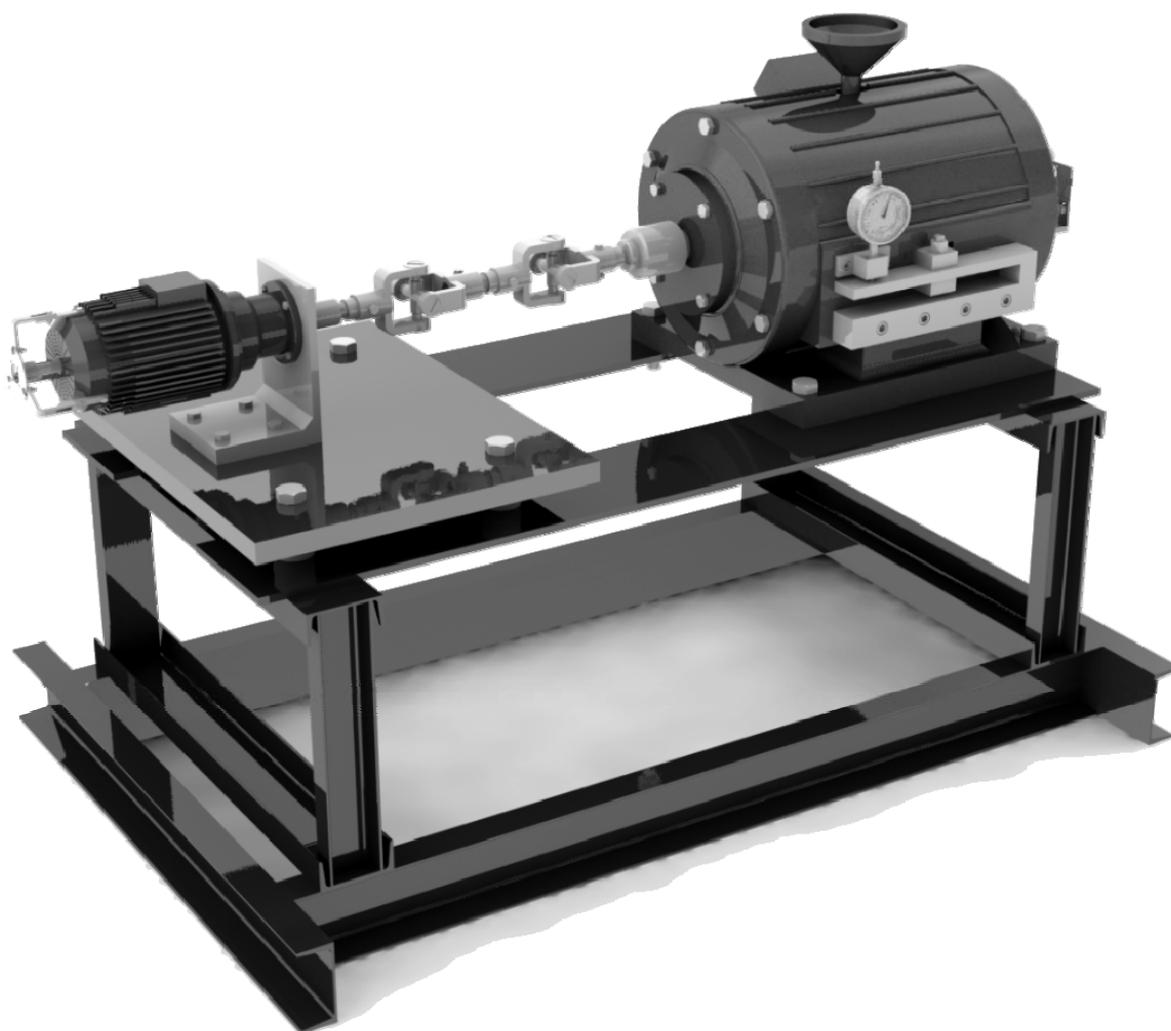
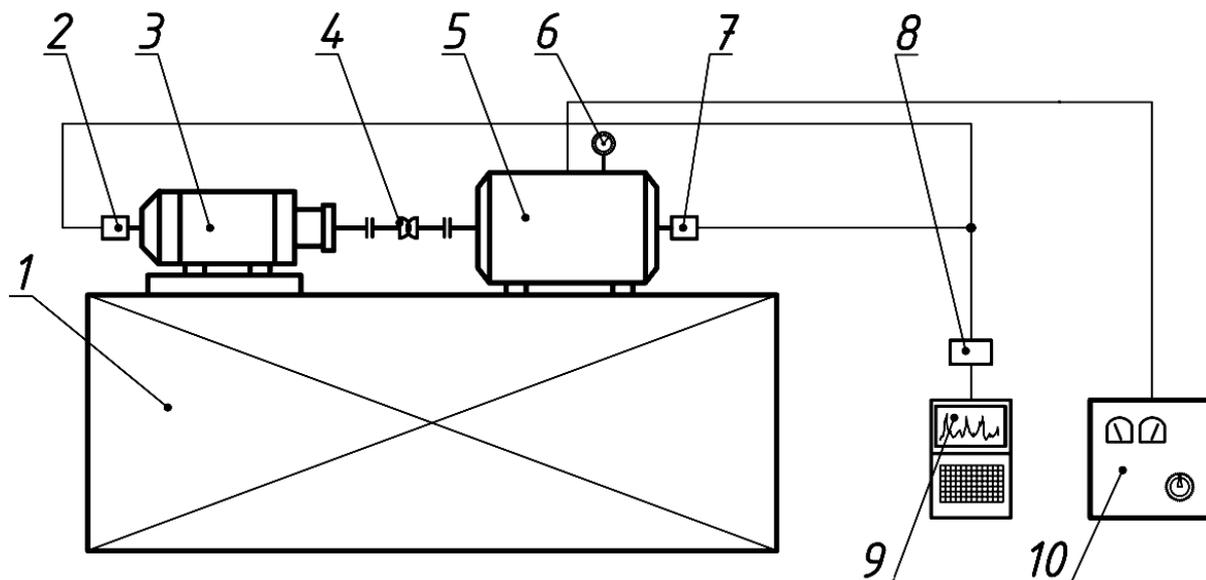


Рисунок 5.4 – Компьютерная модель стенда

Схема стенда для испытаний механических передач изображена на рисунке 5.5.



1 – рама; 2, 7 – датчик угла поворота; 3 – электродвигатель; 4 – кардан; 5 – порошковый электротормоз; 6 – индикатор часового типа; 8 – плата сбора данных; 9 – ЭВМ; 10 – источник питания

Рисунок 5.5 – Схема стенда для испытаний редукторов по методу разомкнутого силового контура

Конструкция стенда размещена на жесткой раме 1 (см. рисунок 5.5). В качестве нагружающего устройства использован электромагнитный порошковый тормоз ПТ-250МІ (см. рисунок 5.5, позиция 5). Данный тормоз имеет возможность создавать постоянные или изменяемые по заданному закону нагрузки на выходном валу испытываемого мотор-редуктора 3. Величина задаваемого тормозного момента находится в достаточно широком диапазоне (0–2500 Н·м), а величина номинальной рассеиваемой мощности составляет до 50 кВт.

На корпусе тормоза размещены: устройство для косвенной оценки тормозного момента, клеммная коробка с электроразъемом для вывода электропроводов и устройство для подачи в тормоз охлаждающей жидкости. Тормозной момент косвенно оценивается с точностью  $\pm 10\%$  упругим элементом (скобой) и часовым индикатором 6 с ценой деления 0,01 мм. В конструкции тормоза 5 применен принцип действия электромагнитных порошковых муфт, т. е. эффект возникновения сопротивления сдвигу в свободном ферромагнитном порошке при наложении на

него магнитного поля. Для питания тормоза используется выпрямитель электрического тока ВУ-42/70А (см. рисунок 5.5, позиция 10), потребляемая мощность 4,5 кВт, напряжение 220/380 В, выпрямленное напряжение 42 В, сила тока 70 А.

Испытываемый мотор-редуктор 3 и порошковый тормоз 5 соединены между собой карданным валом 4 для устранения несоосности валов редуктора и тормоза.

Питание электрооборудования, входящего в состав стенда, производится из сети переменного тока напряжением 220/380 В. Все корпуса электрооборудования тщательно заземлены.

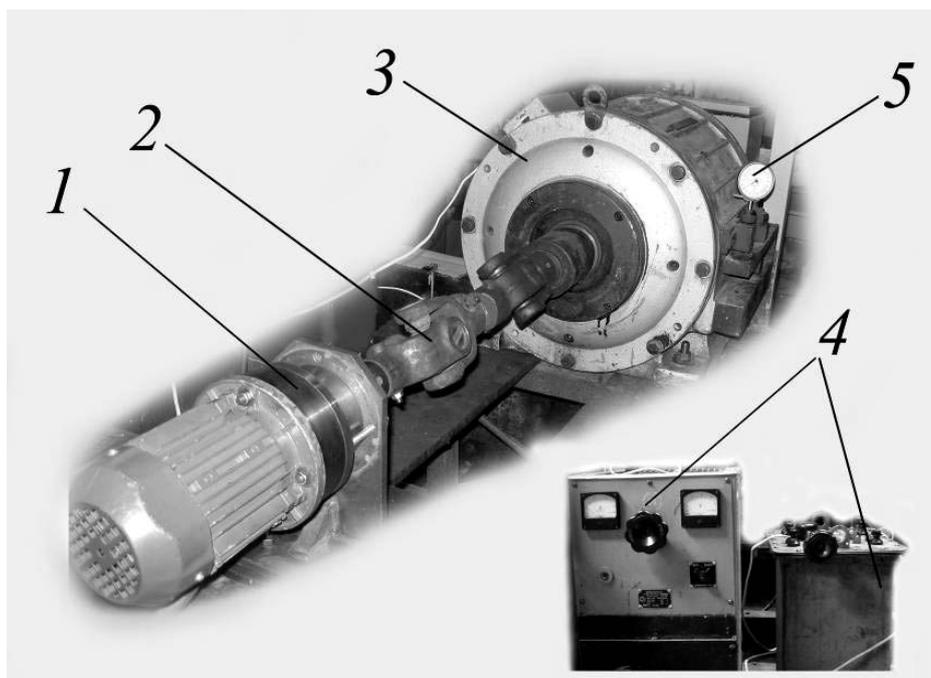
Обработка получаемых результатов осуществляется с помощью ЭВМ с применением специализированной платы NI USB-6009 сбора данных компании «Нэшионал Инструментс 8» (National Instruments 8), которая имеет частоту оцифровки поступающих сигналов до 48 кГц. В конструкции стенда используются датчики углового положения BE178AB.5B-TTL с числом сигналов за оборот 100 – на валу электродвигателя и 2500 – на валу электромагнитного тормоза (см. рисунок 5.5, позиции 2 и 7).

Для обработки полученных данных использовался программный пакет, поставляемый в комплекте с платой, National Instruments LabVIEW 7.1.

Работа стенда (рисунок 5.6) осуществлялась следующим образом: вращение от испытываемого прецессионного мотор-редуктора 1 посредством карданного вала 2 передавалось на порошковый электротормоз 3.

На электротормоз 3 путем вращения рукоятки трансформатора 4 подавалось напряжение от 0 до 10 В, что позволяло создать на валу электротормоза крутящий момент от 5 до 400 Н·м, величина которого оценивалась с помощью индикатора часового типа 5.

Кинематическая погрешность выходного вала мотор-редуктора определялась с помощью датчика углового положения BE178AB.5B-TTL, данные от которого в виде массива передавались в Microsoft Excel и с помощью языка программирования Visual Basic for Application обрабатывались специальной программой. Программа автоматически отслеживала 2500 импульсов и в соответствии с частотой вращения электродвигателя и передаточным отношением редуктора позволяла определять значения кинематической погрешности выходного вала испытываемых мотор-редукторов.



1 – мотор-редуктор; 2 – карданный вал; 3 – порошковый электротормоз; 4 – трансформаторы; 5 – индикатор часового типа

Рисунок 5.6 – Общий вид стенда для испытания редукторов

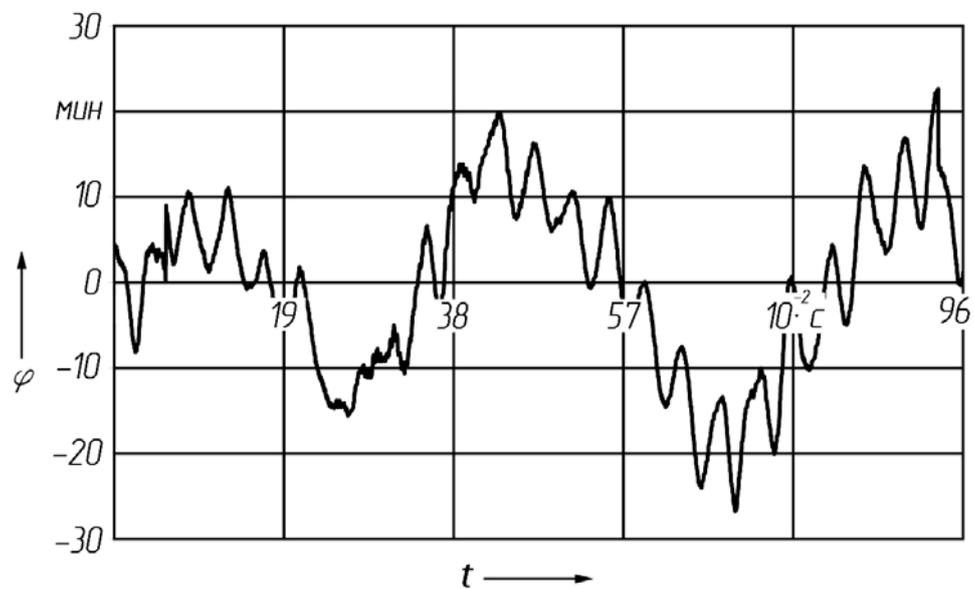
### *5.2.2 Результаты стендовых испытаний экспериментальных образцов прецессионных мотор-редукторов.*

Перед испытаниями экспериментальный образец прецессионного мотор-редуктора предварительно обкатывался под нагрузкой с постоянным моментом, равным 100 Н·м, в течение 5 ч. Далее последовательно снимались характеристики экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора при нагрузке на выходном валу 100 и 200 Н·м.

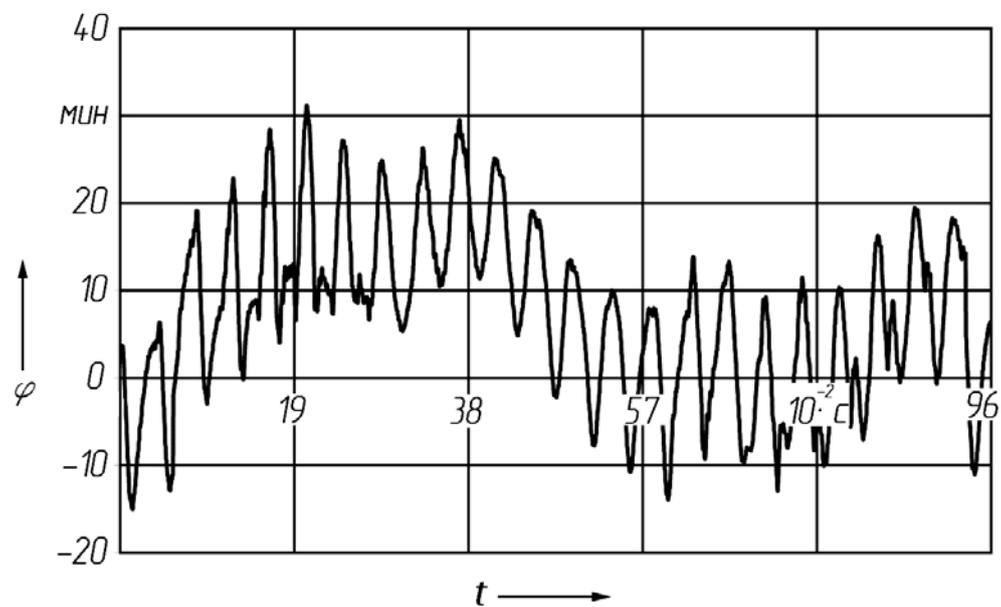
Причем в конструкции прецессионного мотор-редуктора после каждого испытания вносились изменения, включающие замену центрального колеса и сателлита. Таким образом, имелась возможность на одной конструкции экспериментального образца прецессионного редуктора провести испытания различных видов прецессионного зацепления с зубьями сателлита, полученными различными способами формообразования.

Ниже приведены результаты стендовых испытаний экспериментального образца прецессионного редуктора с различными сочетаниями пар центрального колеса и сателлита в виде графиков, отражающих зависимость кинематической погрешности передачи от времени (рисунки 5.7–5.10).

а)



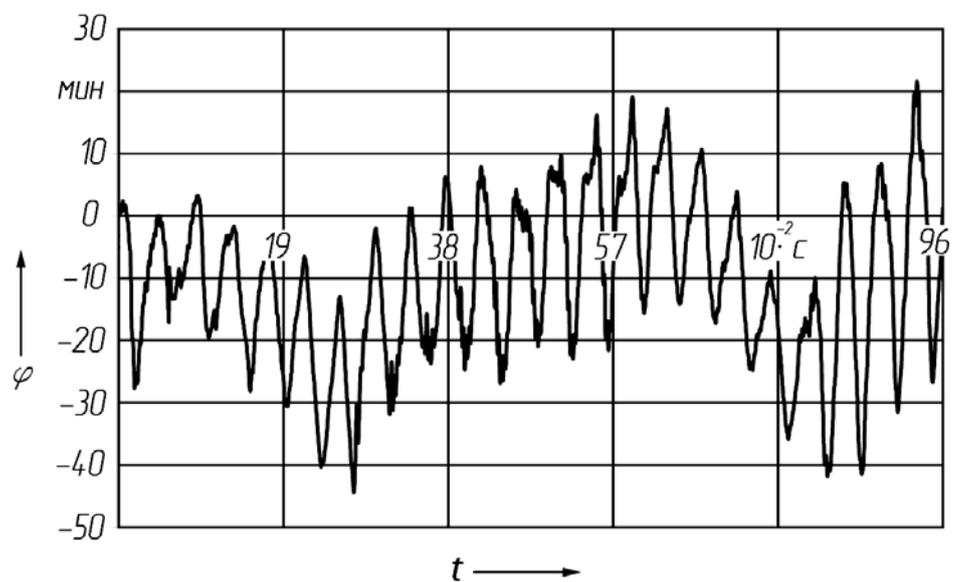
б)



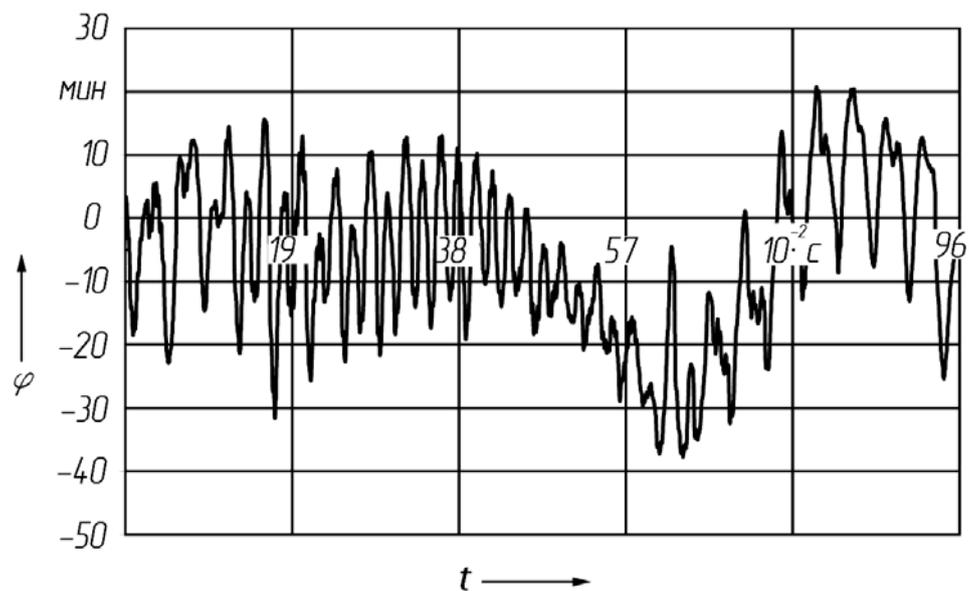
а – при нагрузке на выходном валу, равной 100 Н·м; б – при нагрузке на выходном валу, равной 200 Н·м

Рисунок 5.7 – Графики кинематической погрешности экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора с круговыми профилями зубьев сателлита

а)



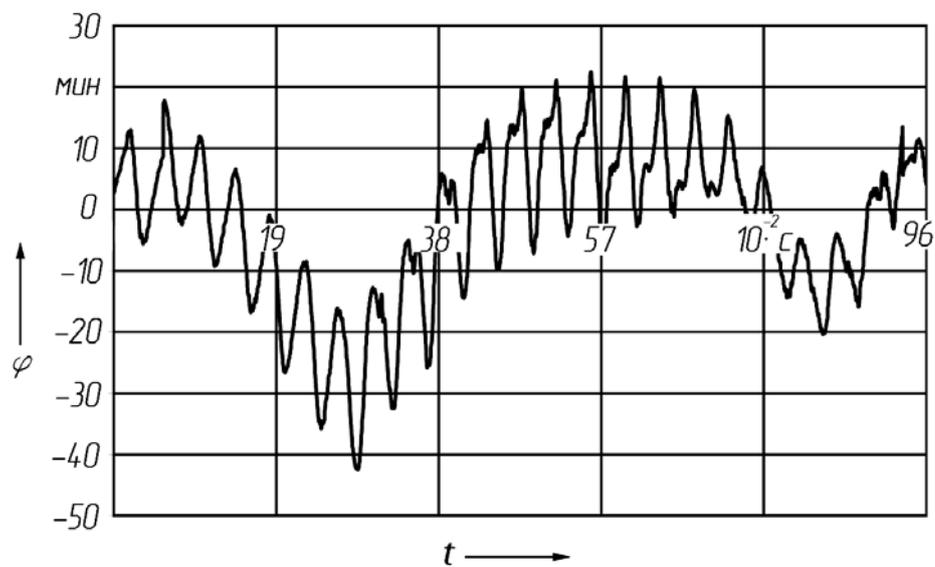
б)



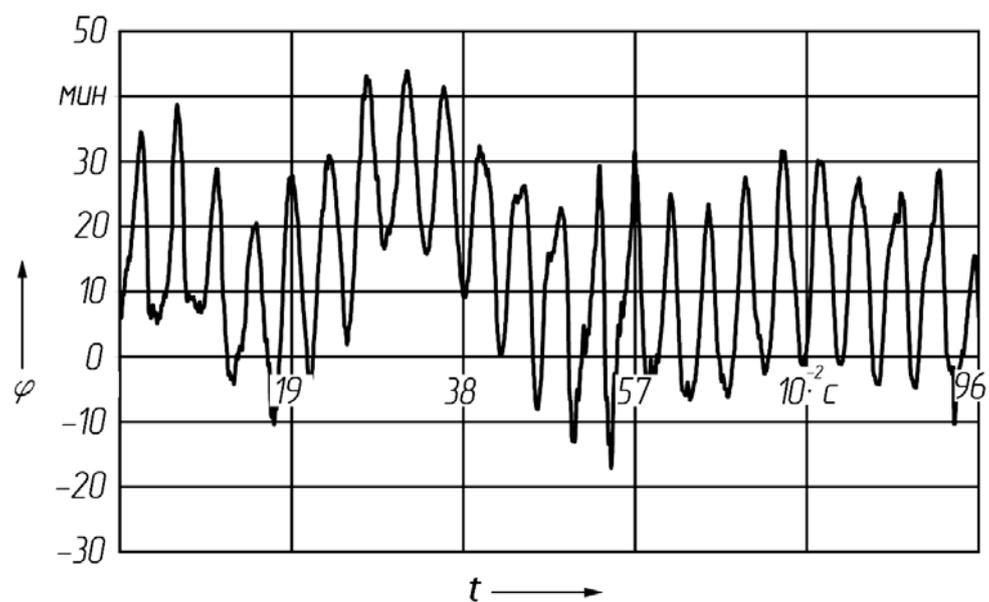
а – при нагрузке на выходном валу, равной 100 Н·м; б – при нагрузке на выходном валу, равной 200 Н·м

Рисунок 5.8 – Графики кинематической погрешности экспериментального образца прецессионного редуктора с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода

а)



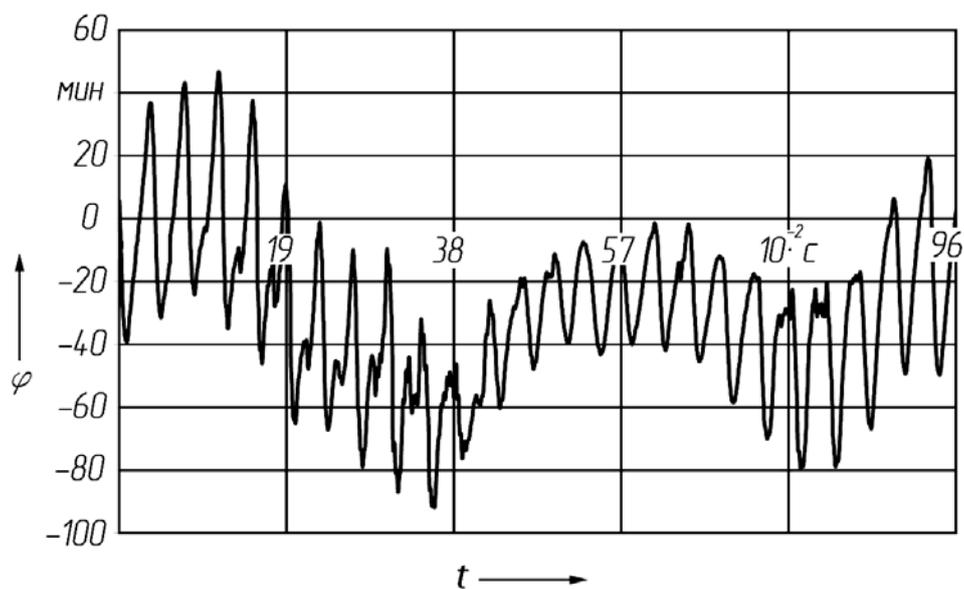
б)



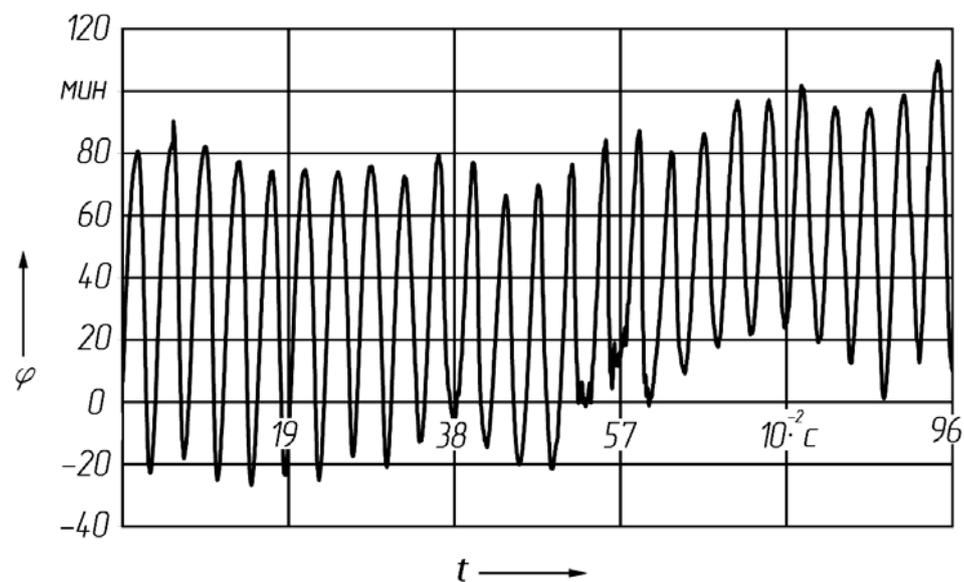
а – при нагрузке на выходном валу, равной 100 Н·м; б – при нагрузке на выходном валу, равной 200 Н·м

Рисунок 5.9 – Графики кинематической погрешности экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора с зубьями сателлита, изготовленными способом конического зубофрезерования

а)



б)



а – при нагрузке на выходном валу, равной 100 Н·м; б – при нагрузке на выходном валу, равной 200 Н·м

Рисунок 5.10 – Графики кинематической погрешности экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора с эвольвентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки

Анализ графиков (см. рисунки 5.7–5.10) позволил сделать следующие выводы: наименьшее значение кинематической погрешности при испытании экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора было получено при использовании в его конструкции круговых профилей зубьев центрального колеса и сателлита (см. рисунок 5.7). Максимальное значение кинематической погрешности составляет 45 угл. мин. Более высокие значения кинематической погрешности имел экспериментальный образец с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода и конического фрезерования (см. рисунки 5.8–5.9). Максимальное значение кинематической погрешности составляло 65 угл. мин.

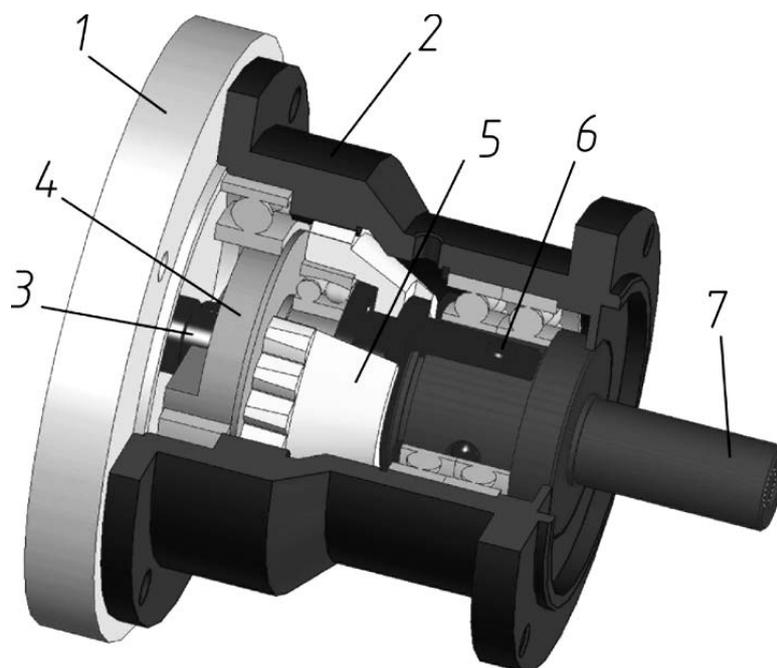
Рост максимального значения кинематической погрешности более чем в 2 раза наблюдался при испытаниях экспериментального образца прецессионного редуктора с эвольвентными зубьями центрального колеса и с сателлитом, эвольвентные зубья которого получены традиционными методами зубообработки (см. рисунок 5.10).

### *5.2.3 Результаты заводских испытаний экспериментальных образцов прецессионных мотор-редукторов.*

С целью определения влияния способов изготовления зубьев сателлита на виброакустические показатели экспериментальных образцов прецессионного редуктора были проведены их испытания в испытательном центре РУП «Могилёвский завод «Электродвигатель». Испытаниям были подвергнуты три прецессионных мотор-редуктора. В их конструкциях внутренние зубья центрального колеса были изготовлены на зубодолбежном станке и имели эвольвентную форму. Зубья сателлита каждого из трех испытываемых прецессионных мотор-редукторов имели форму, полученную следующими способами:

- 1) с зубьями сателлита, выполненными способом двойного рабочего хода;
- 2) с эвольвентными зубьями сателлита, полученными традиционными способами зубообработки;
- 3) с зубьями сателлита, обработка которых велась способом конического зубофрезерования.

Общий вид экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора показан на рисунке 5.11. Фотографии экспериментальных образцов прецессионных мотор-редукторов, испытания которых были проведены на РУП «Могилевский завод «Электродвигатель», приведены на рисунке 5.12.



1 – электродвигатель; 2 – корпус; 3 – входной вал; 4 – эксцентрик с противовесом; 5 – сателлит; 6 – угловая муфта; 7 – выходной вал

Рисунок 5.11 – Общий вид экспериментального образца прецессионного мотор-редуктора



Рисунок 5.12 – Экспериментальные образцы прецессионных мотор-редукторов

Измерение виброскорости на экспериментальных образцах прецессионного мотор-редуктора производилось виброметром «Янтарь-М» с датчиком АС102-1А на упругой подвеске в соответствии с ГОСТ 20815-93 [65] (рисунок 5.13).

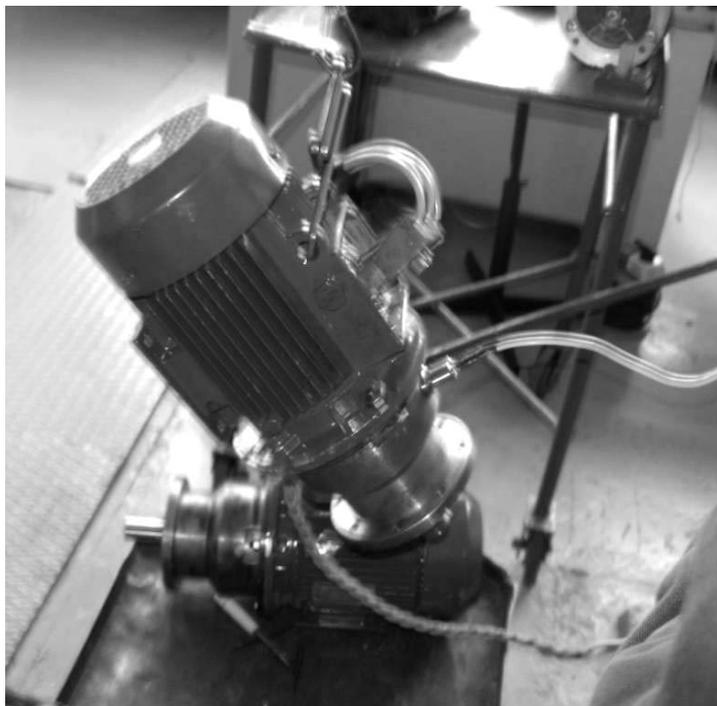


Рисунок 5.13 – Процесс измерения виброскорости на экспериментальном образце прецессионного мотор-редуктора

Результаты измерений виброскорости приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Значения виброскорости на корпусе прецессионных мотор-редукторов

Номер прецессионного мотор-редуктора	Общий уровень вибрации										Единица измерения
	Точки измерения вибрации $N_o = 3000$ об/мин					Точки измерения вибрации $N_o = 1500$ об/мин					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	9,66	15,10	11,60	15,10	4,47	5,60	7,90	5,90	7,90	1,40	мм/с
2	12,00	18,50	11,90	18,30	4,14	5,20	8,90	6,00	8,90	1,48	
3	6,70	11,50	7,10	11,80	3,90	2,95	5,40	3,84	6,21	1,68	

Анализ результатов таблицы позволяет сделать выводы о том, что наименьшие значения виброскоростей получены на экспериментальном образце прецессионного редуктора с зубьями сателлита, выполненными способом конического зубофрезерования и способом двойного рабочего хода; более высокие значения – на экспериментальном образце прецессионного мотор-редуктора с эвольвентными зубьями сателлита, полученными традиционными способами зубообработки.

В испытательном центре РУП «Могилевский завод «Электродвигатель» были проведены также испытания трех описанных выше опытных образцов прецессионного редуктора по определению уровня шума в соответствии с ГОСТ 11929-87 [80] методом свободного звукового поля. Измерение уровня шума производилось с помощью шумомера 00017 № 91234, микрофона MV-1 № 7548 в заглушенной камере (рисунок 5.14)

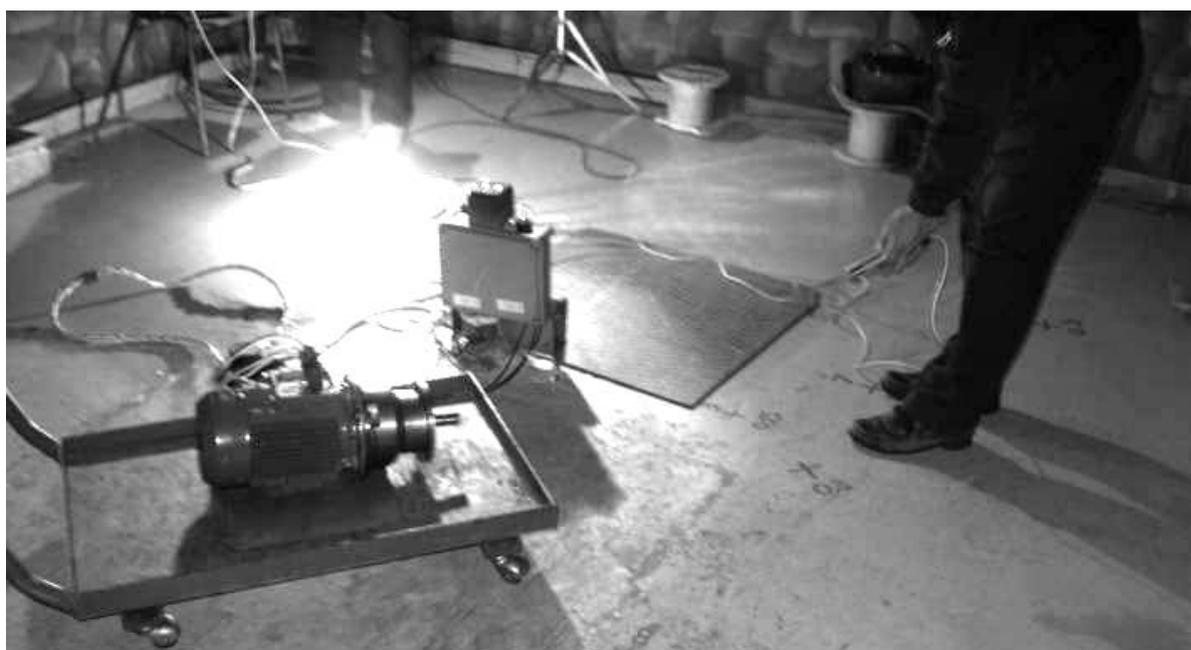


Рисунок 5.14 – Процесс измерения уровня шума экспериментальных образцов прецессионных мотор-редукторов

Полученные результаты измерения шума экспериментальных образцов прецессионного мотор-редуктора приведены в таблице 5.2.

Как видно из таблицы 5.2, повышенные уровни шумов наблюдались у прецессионного мотор-редуктора 2 с использованием сателлита с эволь-

вентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки.

По результатам заводских испытаний можно сделать вывод, что значения уровня шума, а также виброскорости прецессионных мотор-редукторов 1 и 3, т. е. прецессионных мотор-редукторов с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода и способом конического зубофрезерования, соответствуют уровню серийно выпускаемых аналогов.

Таблица 5.2 – Результаты измерения шума экспериментальных образцов прецессионных мотор-редукторов

Номер прецессионного мотор-редуктора	Число полюсов электродвигателя	Точка измерения								Единица измерения
		1	2	3	4	5	6	7	8	
1	4	60	64	66	64	62	67	66	63	дБ
	2	68	74	70	69	74	73	73	70	
2	4	62–68	65–69	70–72	69–72	69–72	70–76	70–74	66–70	
	2	76	79	81	82	80	83	82	79	
3	4	62	64	68	66	64	69	69	65	
	2	73	75	77	78	75	81	81	77	

### ***5.3 Рекомендации по промышленному использованию новых технологических процессов формообразования зубьев сателлита***

*5.3.1 Эффективность применения способа двойного рабочего хода при изготовлении зубьев сателлита прецессионных мотор-редукторов для приводов контактных разъединителей.*

Как уже было сказано выше, прецессионные редукторы, использующие в зацеплении эвольвентные профили зубьев сателлита, полученные традиционными способами зубообработки, нашли применение в приводах контактных разъединителей на Оршанском и Минском участках Белорусской железной дороги.

Исследуемые в настоящей работе способы двойного рабочего хода и конического зубофрезерования позволяют повысить точность обработки зубьев сателлита по сравнению с точностью зубьев, полученных традиционными способами зубообработки, а следовательно, улучшить выходные показатели прецессионных редукторов.

Преимуществом способа конического зубофрезерования, по сравнению со способом двойного рабочего хода, является его более высокая производительность, т. к. обработка зубьев осуществляется за один рабочий проход. Но для процесса конического фрезерования необходимы зубофрезерные станки редких моделей, например 5К310. Способ двойного рабочего хода может быть реализован на широко распространенных зубофрезерных станках. Следовательно, отсутствие зуборезных станков редких моделей может оказаться решающим фактором при выборе способа обработки зубьев сателлита в пользу менее производительного способа двойного рабочего хода.

Для привода контактных разъединителей был разработан прецессионный мотор-редуктор с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода, имеющий следующие технические характеристики:

передаваемая мощность, кВт .....	0,250;
частота вращения входного вала электродвигателя, мин <sup>-1</sup> .....	1500;
передаточное отношение .....	40;
габаритные размеры, мм .....	170×150.

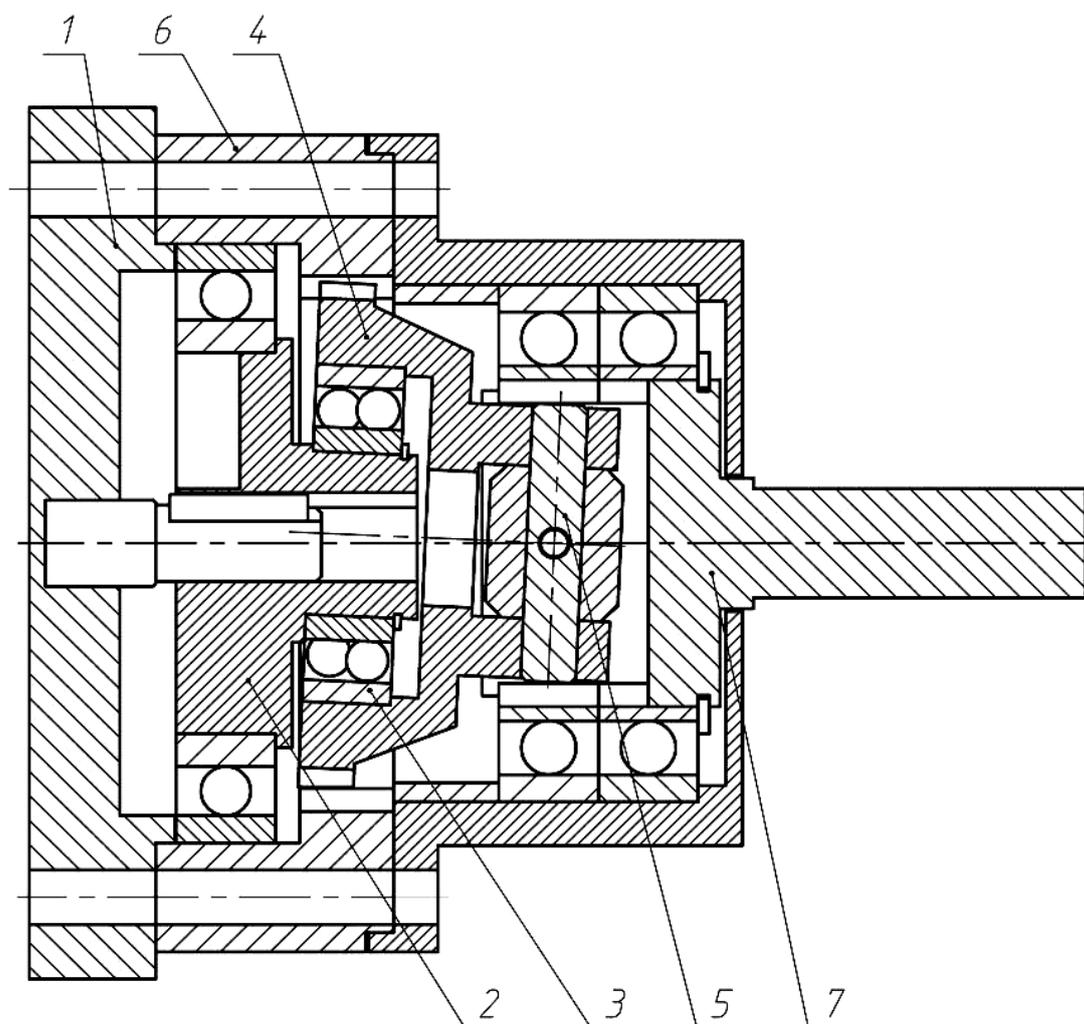
Расчет параметров зубьев прецессионного редуктора, изготовленных способом двойного рабочего хода, осуществлялся на основе расчетов, приведенных во втором разделе.

Общий вид прецессионного мотор-редуктора, разработанного к приводу контактных разъединителей, представлен на рисунке 5.15.

Прецессионный мотор-редуктор работает следующим образом.

От вала электродвигателя 1 вращение передается на входной вал прецессионного редуктора, представляющий собой втулку с эксцентричной наклонной наружной цилиндрической поверхностью с противовесом 2. На указанной поверхности посажен сферический подшипник 3, наружное кольцо которого находится во внутренней поверхности сателлита 4, имеющего зубчатый венец с зубьями, выполненными способом двойного рабочего хода. Вращение входного вала 2, благодаря использованию в конструкции передачи угловой муфты 5, приводит в сферическое движение сателлит 4. Взаимодействие наружных зубьев

сателлита, выполненных способом двойного рабочего хода, и эвольвентных зубьев, выполненных на внутренней поверхности корпуса 6, придает сателлиту 4 вращение вокруг своей наклонной оси. Данное вращение с помощью угловой муфты 5 передается на выходной вал 7 прецессионного редуктора.



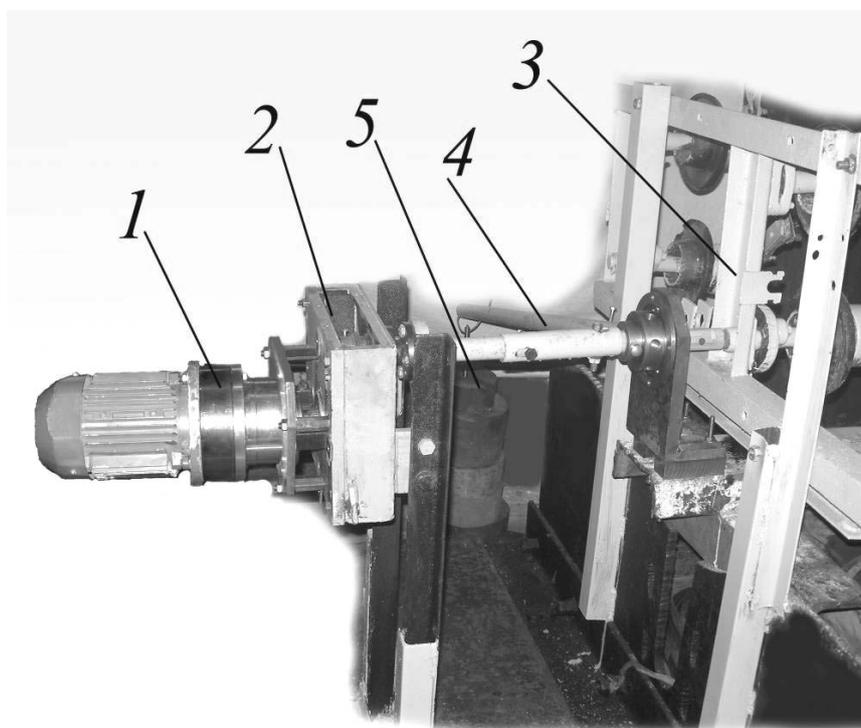
1 – электродвигатель; 2 – входной вал редуктора с противовесом; 3 – подшипник сферический; 4 – сателлит; 5 – муфта угловая; 6 – корпус; 7 – вал выходной

Рисунок 5.15 – Общий вид прецессионного мотор-редуктора к приводу для переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог

В лаборатории по прецессионным передачам Белорусско-Российского университета были проведены испытания указанного мотор-

редуктора с целью определения возможности его использования в приводе контактных разъединителей [81]. Основным показателем, определяющим данную возможность, является максимальное значение крутящего момента, передаваемого на рабочий орган привода для переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог в момент его включения.

Прецессионный редуктор был установлен в конструкцию привода для переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог (рисунок 5.16).



1 – редуктор; 2 – кулисный механизм; 3 – система контактных разъединителей; 4 – рычаг; 5 – груз

Рисунок 5.16 – Привод для переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог с прецессионным редуктором

Привод для переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог состоит из прецессионного мотор-редуктора 1 и кулисного механизма криволинейной формы 2, реализующего переменное передаточное отношение от выходного вала редуктора на вал кулисы в диапазоне 3–12. Указанный привод приводит во вращательное движение рабочий орган, представляющий собой систему

контактных разъединителей 3. Нагружение привода крутящим моментом осуществлялось с помощью рычага 4 с подвешенными на его конце грузами 5.

В результате испытаний установлено, что при использовании в конструкции прецессионного мотор-редуктора и кулисного механизма в моменты его «включения» достигается значение крутящего момента на рабочем органе порядка 470 Н·м при требуемой максимальной величине указанного крутящего момента 250 Н·м. Данные испытания подтвердили возможность применения прецессионного мотор-редуктора с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода, в приводе, двигательном ЭПД.

Следует отметить, что были проведены аналогичные испытания конструкции привода контактных разъединителей с прецессионными редукторами, в зацеплении которых использовались эвольвентные зубья, полученные традиционными способами зубообработки.

Сравнительный анализ результатов испытаний двух указанных конструкций приводов контактных разъединителей позволил установить следующее. Значение максимального крутящего момента на рабочем органе привода с прецессионным редуктором с зубьями сателлита, изготовленными способом двойного рабочего хода, в 1,2 раза выше по сравнению с достигаемыми максимальными значениями крутящего момента привода, использующего прецессионный редуктор с эвольвентными зубьями, полученными традиционными способами зубообработки.

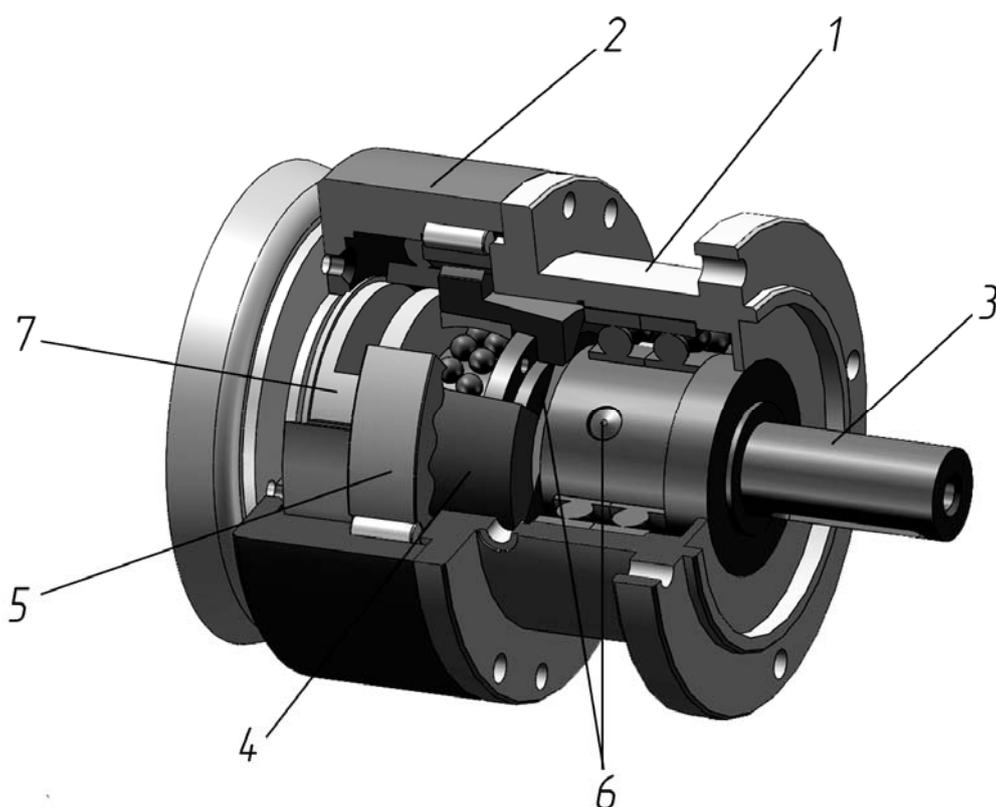
Эффект замены эвольвентных зубьев, полученных традиционными способами зубообработки, на зубья, изготовленные способом двойного рабочего хода, наблюдался также при сравнительных испытаниях ручных лебедок, спроектированных для проведения аварийно-спасательных работ службами МЧС. Ручной лебедкой, использующей в зацеплении зубья сателлита, выполненные способом двойного рабочего хода, был поднят максимальный груз весом 600 кг. В то же время как аналогичной по конструкции ручной лебедкой с эвольвентными зубьями сателлита, изготовленными традиционными способами зубообработки, при одинаковом с первым экспериментом прикладываемом усилии на рукоятке, удалось поднять груз весом 500 кг.

Научно-практическим центром Могилевского областного УМЧС и Белорусско-Российским университетом проведены приемочные испытания ручных лебедок и принято решение о их серийном изготовлении.

*5.3.2 Использование способа конического зубофрезерования при обработке зубьев сателлита прецессионных мотор-редукторов для приводов строительно-отделочных машин.*

Специалистами ОАО «МИСОМ-ОП» (г. Минск) и ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет» (г. Могилев) на основе совместного технического задания была разработана конструкторско-технологическая документация и изготовлены экспериментальные образцы прецессионных мотор-редукторов для привода заглаживающей машины СО-170.

На рисунке 5.17 приведен общий вид прецессионного мотор-редуктора для привода заглаживающей машины СО-170.



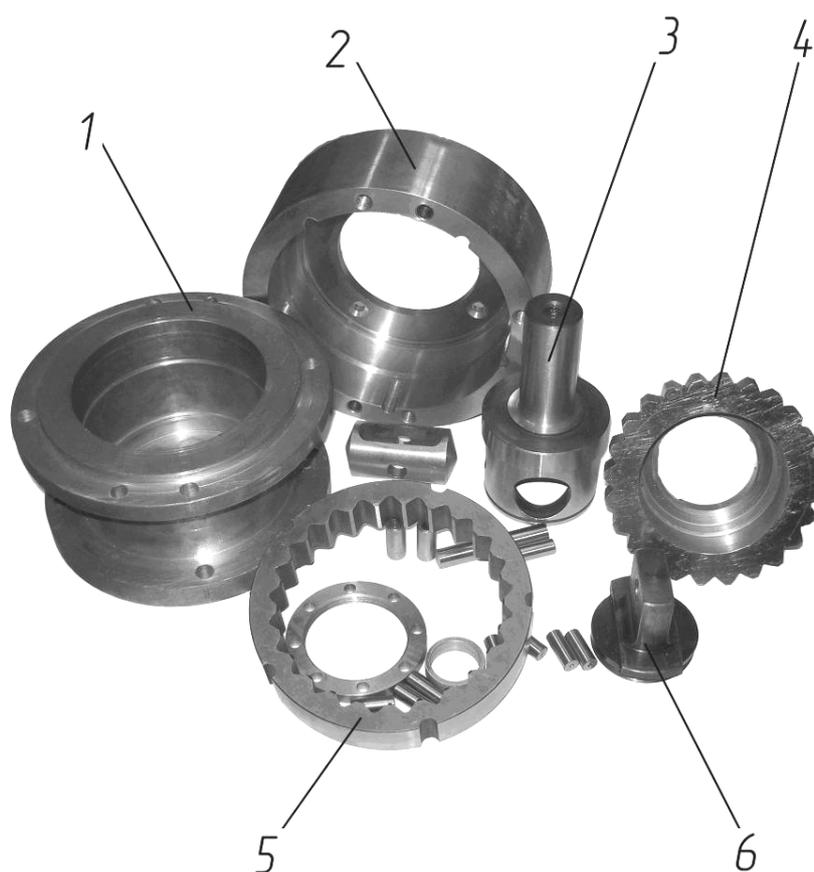
1 – корпус; 2 – крышка корпуса; 3 – вал выходной; 4 – сателлит; 5 – колесо центральное; 6 – детали муфты; 7 – противовес

Рисунок 5.17 – Общий вид прецессионного мотор-редуктора для привода заглаживающей машины СО-170

Принцип работы редуктора состоит в следующем. Вал 2 электродвигателя 1 передает вращение на эксцентрик 5. На эксцентрике 4 установлен сферический подшипник 3, на котором, в свою очередь,

расположен сателлит 5. В результате взаимодействия внутреннего зубчатого венца корпуса 7 и зубьев сателлита 5 последний получает вращательное движение относительно наклонной оси входного вала. На выходной вал 6 вращение с сателлита 5 передается с помощью угловой муфты 8.

Детали прецессионного редуктора для заглаживающей машины СО-170 показаны на рисунке 5.18.



1 – корпус; 2 – крышка корпуса; 3 – вал выходной; 4 – сателлит; 5 – колесо центральное;  
6 – детали муфты

Рисунок 5.18 – Детали прецессионного редуктора для заглаживающей машины СО-170

Разработанный прецессионный мотор-редуктор имел следующие технические характеристики:

нагрузка постоянная или переменная ..... любого направления;  
 работа с периодическими остановками  
 или длительная ..... до 8 ч в сутки;

вращение вала .....	в любую сторону;
звуковая мощность, дБА.....	не более 80;
температура мотор-редуктора	
во время эксплуатации, °С, не более .....	70;
мощность электродвигателя, кВт.....	2,2/1,5;
частота вращения выходного вала	
мотор-редуктора, об/мин .....	120/60;
крутящий момент на выходном валу, Н·м .....	174/240;
радиальная нагрузка на выходном валу, Н .....	2700/2900;
осевая нагрузка на выходном валу, Н .....	1000.

При проектировании данных редукторов стоял вопрос о выборе способа формообразования зубьев сателлита. Несмотря на то, что требования к плавности вращения выходного вала редуктора в разработанном техническом задании не оговаривались, применение эвольвентных зубьев, полученных традиционными способами зубообработки, в зацеплении проектируемого прецессионного редуктора делалось невозможным ввиду значительных скоростей вращения входного вала мотор-редуктора (до 3000 об/мин) и продолжительного режима работы.

В связи с вышесказанным было предложено изготовителям прецессионных мотор-редукторов использовать для получения зубьев сателлита прецессионного мотор-редуктора для заглаживающей машины СО-170 способ конического зубофрезерования. Ввиду отсутствия зубофрезерного станка модели 5К310, обработка зубьев сателлита способом конического зубофрезерования производилась на зубофрезерном станке модели 5310 с реализацией в кинематике станка дополнительной кинематической цепи (см. подраздел 3.1).

Две заглаживающие машины СО-170 со встроенными в их конструкцию прецессионными мотор-редукторами (рисунок 5.19) с зубьями сателлита, изготовленными способом конического зубофрезерования, использовались на объекте «Реконструкция цеха № 3 на ПРУП «Борисовский хрустальный завод» с организацией производства медицинского стекла» при выполнении работ по заглаживанию бетона организацией ОДО «Трансстрой» (г. Мозырь).



Рисунок 5.19 – Заглаживающая машина СО-170 с прецессионным мотор-редуктором

### *5.3.3 Конструкция прецессионного мотор-редуктора с круговыми зубьями сателлита и коническими роликами центрального колеса.*

Вышеприведенные теоретические и экспериментальные исследования показали, что наилучшие значения выходных показателей имеет прецессионная передача при применении в ее зацеплении круговых профилей зубьев сателлита и зубьев центрального колеса, выполненных в виде конических роликов, а также муфты, использующей в зацеплении конические ролики.

Конструкции прецессионного мотор-редуктора с коническими роликами, представляющими собой внутренний зубчатый венец, и круговыми зубьями сателлита показаны на рисунке 5.20.

Прецессионный мотор-редуктор состоит из расположенного на входном валу электродвигателя противовеса 3, косога эксцентрикового кривошипа 6, корпуса 1 и 2 с равномерно размещенными на его внутренней поверхности коническими роликами 4, представляющими собой зубчатый венец, контактирующий с зубчатым венцом сателлита 8. Сателлит 8 составляет сферическую пару посредством сферического подшипника 20 с косым эксцентриковым кривошипом 6. Сателлит 8

жестко закреплен с хвостовиком муфты 9, ролики которого расположены в радиальных отверстиях хвостовика, размещенных в осевых цилиндрических пазах выходного вала 7.

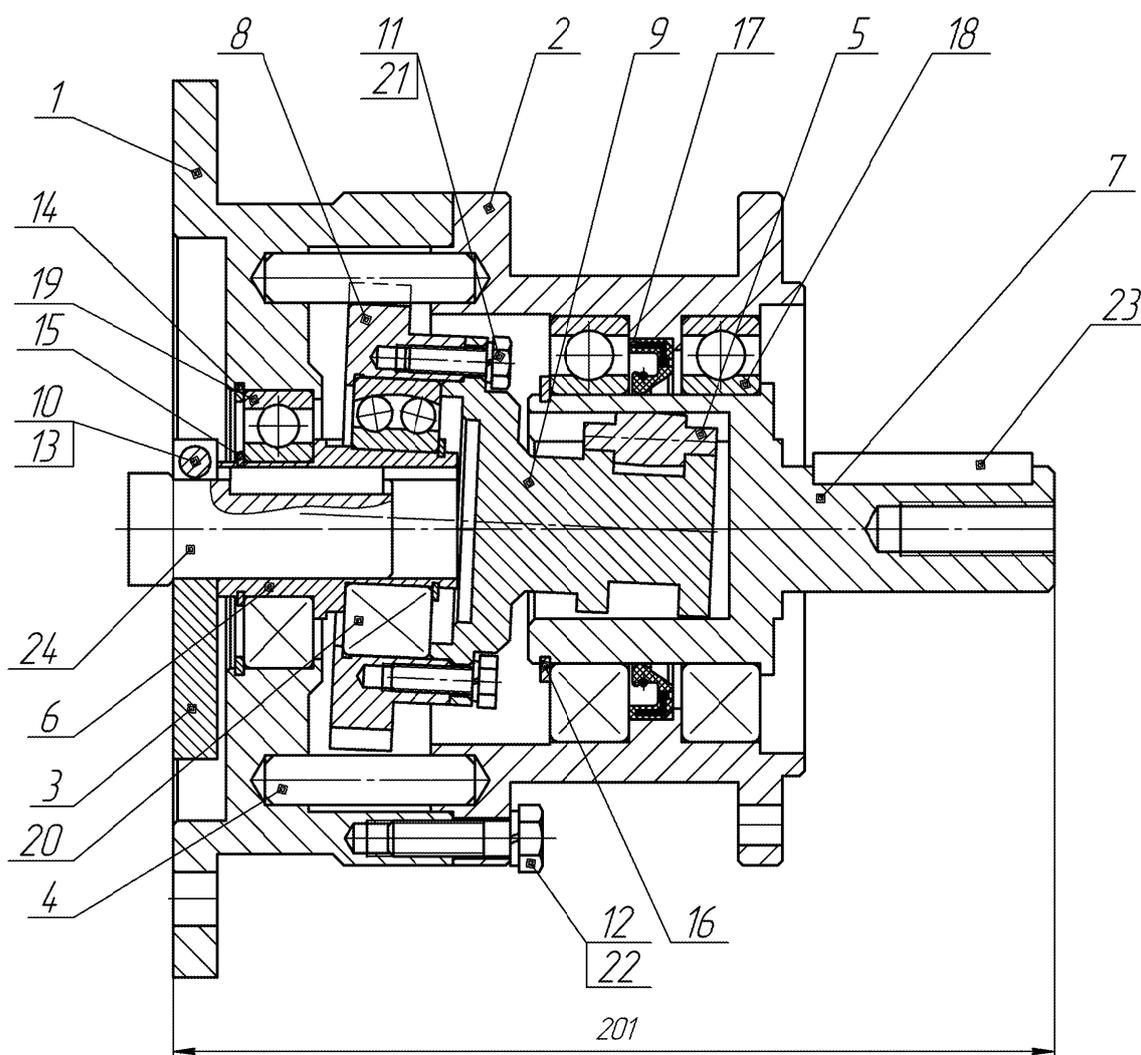
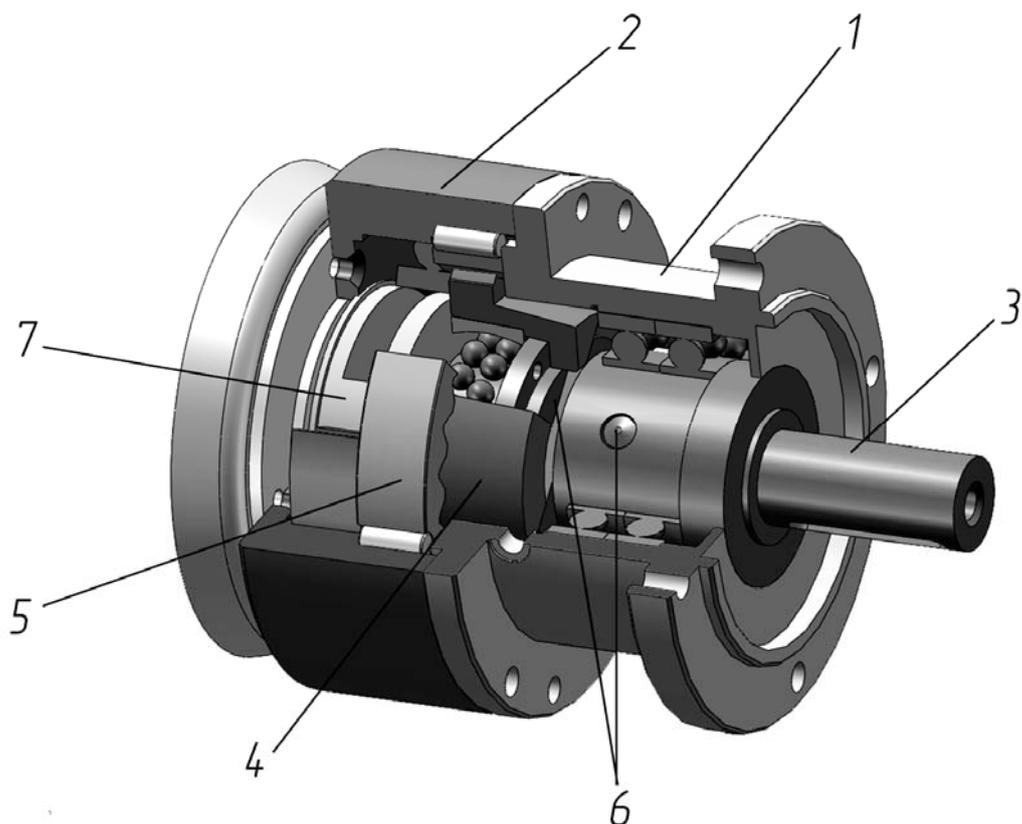


Рисунок 5.20 – Общий вид конструкции прецессионного мотор-редуктора

На рисунке 5.21 приведен общий вид прецессионного мотор-редуктора для привода заглаживающей машины СО-170.

Принцип работы редуктора (см. рисунок 5.20) состоит в следующем. Вал 24 электродвигателя передает вращение на эксцентрик 6. На эксцентрике 6 установлен сферический подшипник 20, на котором, в свою очередь, расположен сателлит 8. В результате взаимодействия внутреннего зубчатого венца 4 и зубьев сателлита 8 последний получает

вращательное движение относительно наклонной оси входного вала. На выходной вал 7 вращение с сателлита 8 передается с помощью угловой муфты 9. Общий вид деталей прецессионного редуктора с роликами в качестве центрального колеса показан на рисунке 5.22.



1 – корпус; 2 – крышка корпуса; 3 – вал выходной; 4 – сателлит; 5 – колесо центральное; 6 – детали муфты; 7 – противовес

Рисунок 5.21 – Общий вид прецессионного мотор-редуктора для привода заглаживающей машины СО-170

На основе технического задания, разработанного совместно специалистами ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет» и ОАО «МИСOM-ОП», изготовлена партия прецессионных редукторов с коническими роликовыми телами. В результате проведенных предварительных испытаний подтверждается верность вывода о перспективности данного направления усовершенствования конструкции планетарных прецессионных передач.



Рисунок 5.22 – Общий вид деталей прецессионного редуктора с роликами в качестве центрального колеса

#### ***5.4 Технико-экономическая эффективность внедрения новых технологических процессов и рекомендации по их промышленному использованию***

Технико-экономическая эффективность внедрения новых технологий изготовления зубьев сателлита планетарных прецессионных передач может быть отражена несколькими аспектами.

Первый аспект заключается в отсутствии необходимости изготовления специальных станочных приспособлений и зубонарезного инструмента при использовании новых технологий нарезания зубьев сателлита. Обработка пространственно-модифицированных зубьев сателлита ранее являлась единственной технологической операцией, требующей применения специальной оснастки. Изготовление всех остальных деталей прецессионного редуктора не вызывало никаких технологических трудностей. С появлением новых технологий обработки зубьев сателлита изготовление всех деталей и сборка прецессионных редукторов станут возможными практически на любом машиностроительном предприятии,

что, несомненно, будет способствовать расширению областей их применения.

Второй аспект касается вопросов улучшения служебных свойств прецессионных редукторов. Ранее зубья сателлита первых экспериментальных образцов прецессионных редукторов обрабатывались с помощью специальных приспособлений, описание которых дано в первом разделе монографии. Однако значительные погрешности изготовления зубьев сателлита при их обработке с помощью указанных приспособлений позволяли добиться лишь работоспособности прецессионных редукторов. Значения их виброакустических показателей находились на низком техническом уровне.

При изготовлении небольших партий прецессионных редукторов также использовались зубья с эвольвентными профилями, полученными традиционными способами зубообработки. Учитывая то, что указанные партии прецессионных редукторов прошли не просто проверку на работоспособность, а были проведены их стендовые и опытно-промышленные испытания с определением основных эксплуатационных показателей, их технико-экономические показатели были приняты в качестве базы для сравнения с показателями прецессионных редукторов, зубья сателлита которых изготовлены с использованием новых технологий.

В таблице 5.3 даны сравнительные технические показатели прецессионных редукторов с эвольвентными зубьями сателлита, полученными традиционными способами зубообработки (редуктор 1), а также прецессионных редукторов с зубьями сателлита, изготовленными предложенными новыми способами зубофрезерования, т. е. способом двойного рабочего хода (редуктор 2) и способом конического зубофрезерования (редуктор 3).

Таблица 5.3 – Сравнительные технические показатели прецессионных редукторов, зубья сателлита которых изготовлены различными способами зубофрезерования

Номер редуктора	Точность обработки, мкм	Кинематическая погрешность передачи, мин	Уровень шума, дБ	Виброскорость, мм/с
1	$930,6 \pm 3$	$135 \pm 3$	$76 \pm 5$	$18,5 \pm 2,5$
2	$114,6 \pm 4,4$	$60 \pm 2$	$64 \pm 3$	$13 \pm 2,1$
3	$126 \pm 3,6$	$60 \pm 3$	$65 \pm 3$	$10 \pm 1,8$

Как видно из таблицы 5.3, технический уровень прецессионных редукторов с зубьями сателлита, изготовленными новыми способами зубофрезерования, значительно выше, чем технический уровень редукторов с эвольвентными зубьями сателлита, полученными традиционными способами зубообработки.

Следует отметить, что модернизация прецессионных редукторов, заключающаяся в замене сателлита с различной формой зуба, не приводит к повышению их себестоимости. Следовательно, имеется возможность реализовывать модернизированные прецессионные редукторы по более высокой отпускной цене, по сравнению с прецессионными редукторами с эвольвентными зубьями сателлита, полученными традиционными способами зубообработки. При этом расширяются области применения прецессионных редукторов, т. к. их цена все же ниже, чем цена промышленно выпускаемых аналогов.

В настоящее время в соответствии с пожеланиями ОАО «МИСОМ-ОП» ведутся работы по налаживанию серийного производства прецессионных мотор-редукторов для заглаживающей машины СО-170. Без применения новых технологий изготовления зубьев сателлита внедрение прецессионных мотор-редукторов в конструкции указанной выше машины было бы невозможно.

Необходимость разработки нескольких новых способов изготовления пространственно-модифицированных зубьев сателлита объясняется следующими факторами.

Разработка способов изготовления пространственно-модифицированных зубьев сателлита должна вестись с учетом типа производства. При единичном и мелкосерийном типах производства изготовление зубьев сателлита требует использования традиционного зуборезного оборудования и стандартного режущего инструмента. При этом нецелесообразно использование специальной технологической оснастки. Этим условиям в полной мере удовлетворяют способы конического зубофрезерования и двойного рабочего хода.

Имеется еще один фактор, оказывающий влияние на выбор способа обработки. Данным фактором является необходимый уровень выходных показателей проектируемого редуктора. Достижение технических показателей, равных либо превышающих технический уровень редукторов ведущих мировых фирм-производителей, не всегда экономически оправдано.

Например, применение в зацеплении прецессионных редукторов эвольвентных зубьев, полученных традиционными способами зубо-

обработки, в некоторых случаях может быть целесообразно. Однако технический уровень показателей редукторов, имеющих зубья сателлита, полученные указанным способом, гораздо ниже, чем технический уровень редукторов, зубья сателлита которого получены новыми, предлагаемыми в монографии способами изготовления зубьев сателлита.

Для образования зубьев сателлита способом конического зубофрезерования необходимо в конструкции традиционного зуборезного оборудования в цепи подач налаживание дополнительной кинематической связи. Ранее уже отмечалось, что существует современное зуборезное оборудование, включающее в себя указанную выше кинематическую связь. Однако оно имеется только на специализированных по обработке зубчатых колес предприятиях. Данный способ изготовления зубьев сателлита может обеспечить достаточно высокий технический уровень прецессионных редукторов. В связи с вышесказанным, изготовление зубьев сателлита способом конического зубофрезерования может быть рекомендовано для условий как единичного, так и серийного производства при наличии зуборезного станка с указанной выше кинематической связью.

Формообразованию зубчатых венцов ППП на основе использования в качестве зубчатого венца центрального колеса конических роликов может быть отдано предпочтение в условиях серийного производства. Это объясняется тем, что разработка конструкции внутреннего зубчатого венца центрального колеса в виде конических роликов требует применения специальной дорогостоящей оснастки для точной фиксации и крепления указанных роликов в корпусе редуктора.

Таким образом, анализ предлагаемых способов изготовления пространственно-модифицированных зубьев сателлита позволяет сделать вывод о способности каждого из них удовлетворять узким специфическим требованиям типа производства и необходимому уровню качества выходных показателей проектируемых редукторов.

### ***5.5 Рекомендации по практической реализации передач с промежуточными телами качения***

В настоящее время практически все месторождения нефти на территории Республики Беларусь находятся на заключительной стадии разработки. Ежегодно добыча нефти в Беларуси сокращается на 20 тыс. т за счет выработки запасов на месторождениях, находящихся в промышленной разработке. Для замедления темпов закономерного

падения уровня нефтедобычи в республике реализуется программа по внедрению новых технологий в области бурения и разработки залежей нефти и газа, геолого-технических мероприятий и поддержания пластового давления, которая предусматривает добычу нефти в 2015 г. в объеме не менее 1,6 млн т. Согласно указанной программе, в 2011–2015 гг. планируется прорубить около 160 новых скважин, более 90 вторых стволов, произвести свыше 100 скважиноопераций по переходу на вышележащий интервал и другой горизонт [82].

По данным концерна «Белнефтехим», потенциальный резерв для поисков залежей нефти наблюдается в Припятском прогибе – трещиноватая поверхность кристаллического фундамента, которая располагается на глубинах от 1,5 до 7 км. Таким образом, поиски залежей нефти на больших глубинах – новое высокоперспективное направление поисковых работ в Республике Беларусь. Для его реализации проводится большой комплекс работ по техническому и технологическому переоснащению геолого-разведочных работ [83].

Одним из таких способов повышения дебита скважин и коэффициента извлечения нефти из пластов является вскрытие продуктивных горизонтов горизонтальными и горизонтально-разветвленными стволами. В данном случае наиболее оптимальный и рациональный способ бурения – применение электробуров, которые позволяют бурить наклонно направленные скважины в сочетании с телеметрическими системами в сложных геологических условиях. Согласно ГОСТ 15880-96 *Электробуры. Общие технические условия*, наружные диаметры электробуров находятся в диапазоне от 127 до 290 мм. Наружный диаметр электробура может быть увеличен до 8 мм или уменьшен до 5 мм.

Электробуром бурят практически при постоянной скорости вращения долота и бурильщик не может ее регулировать. Менять скорость вращения можно при помощи редукторов-вставок [84]. Данные требования жестко определяют выбор типа редукторной вставки для электробура по радиальным габаритам и нагрузочной способности. В большинстве случаев применяется планетарная зубчатая передача, работающая по схеме 2К-Н.

Нами предлагаются ППТК для данных целей. К уже рассмотренным преимуществам, главное из которых – малые радиальные размеры, можно добавить соосность входного и выходного валов и возможность проектирования сквозного отверстия (до 50 % от диаметра корпуса) для прохода промывочной жидкости.

На основе известного синусошарикового редуктора было разработано устройство для отвинчивания бурильных труб в скважинах (рисунок 5.23).

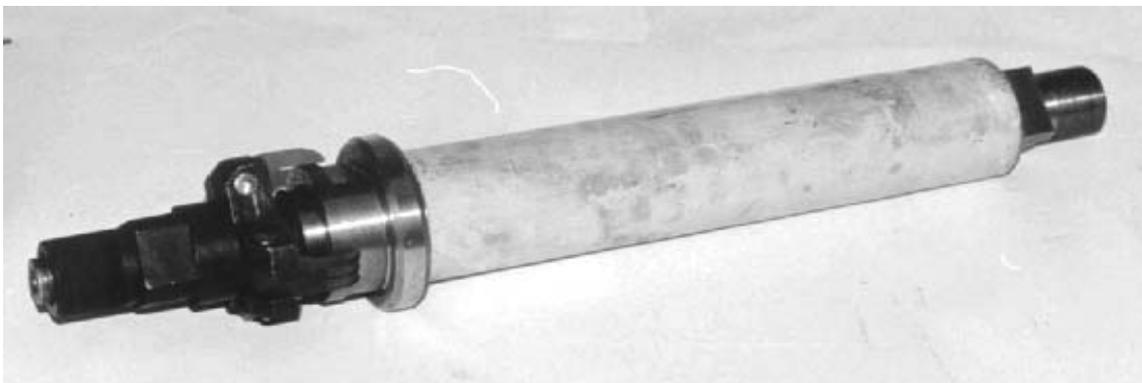


Рисунок 5.23 – Устройство для отвинчивания бурильных труб

Создание электробура требует привлечения значительных финансовых средств, т. к. редукторная вставка – один из элементов данного агрегата. Исходя из возможностей заказчиков и других объективных условий, практическая реализация проведенных исследований осуществлялась на других объектах. Так как ППТК исследуемого типа малогабаритны в радиальном направлении, нами были разработаны средства механизации со встроенными редукторными узлами: ручные лебедки, баллонные ключи и др., а также несколько конструкций баллонных ключей со встроенным редуцирующим узлом для решения задачи отворачивания и заворачивания резьбовых соединений, крепящих колеса автомобилей. Корпус ключа устанавливается шестигранником на гайку, а квадратом, выфрезерованным на выходном валу, – на футорку (рисунок 5.24). При повороте рукоятки ключа корпус будет вращаться до тех пор, пока не упрется выступающим винтом в ступицу, обеспечивая, таким образом, передачу реактивного момента на колесо. При этом с помощью полезного усилия на выходном валу производится отвинчивание футорки. Для отвинчивания гайки стопорный винт удаляется из корпуса ключа. Реактивный момент в этом случае будет направлен на футорку, предотвращая ее отвинчивание. Аналогичным образом осуществляются операции по заворачиванию деталей.

Были разработаны конструкции планетарных ключей на базе многопериодных ППТК с передаточными отношениями, равными 4–5,

для демонтажа колес грузовых автомобилей. Несколько таких ключей (рисунки 5.25 и 5.26) изготовлены, собраны и внедрены на предприятиях г. Могилева и Могилевской области.



Рисунок 5.24 – Общий вид ключа для демонтажа ведущих колес грузовых автомобилей ЗИЛ и ГАЗ

а)



б)



а – ключ в сборе; б – детали ключа

Рисунок 5.25 – Общий вид баллонного ключа для автомобилей ГАЗ-53 со встроенной многопериодной ПШТК

а)



б)



а – ключ в сборе; б – детали ключа

Рисунок 5.26 – Общий вид баллонного ключа для автомобилей ГАЗ-3309 и ГАЗ-33021 со встроенной многопериодной ППТК

Разработана конструкция ключа для завинчивания и отвинчивания гаек, крепящих головки блока цилиндров дизельного двигателя теплового ЧМЭ-3 (рисунок 5.27). Обычным ключом, без редуктора, обеспечить момент затяжки 2500 Н·м достаточно проблематично. Ключ с коэффициентом усиления, равным 5 (без учета КПД ППТК), может работать в режиме редуцирования и в режиме ускоренного отвинчивания–развинчивания. В последнем случае редуктор блокируется путем соединения входного вала с корпусом.

Значительный вклад в разработку, изготовление, сборку и внедрение механизмов с ППТК внесли канд. техн. наук, доц. Д. М. Макаревич, аспирант А. П. Прудников и магистрант Е. С. Фитцова.



Рисунок 5.27 – Ключ для демонтажа и сборки резьбовых соединений (основные детали, сепаратор в сборе с телами качения, ключ)

## Заключение

Значительная часть монографии посвящена исследованию так называемых приближенных способов обработки зубьев сателлита планетарной прецессионной передачи, разработанных на основе использования традиционных методов зубообработки.

Обзор технической литературы по тематике планетарных прецессионных передач, а также опыт их изготовления в конструкциях различных машин позволил сделать вывод, что главной причиной, сдерживающей их широкое внедрение в различные отрасли хозяйства Республики Беларусь, являются технологические трудности, связанные с процессом изготовления бочкообразных зубьев сателлита. Использование приближенных профилей зубьев, изготавливаемых традиционными методами зубообработки с помощью стандартного режущего инструмента, – основное направление совершенствования процесса формообразования зубьев сателлита.

В работе обоснована возможность использования приближенных зубьев сателлита для работы в зацеплении планетарной прецессионной передачи, определены показатели планетарной прецессионной передачи, являющиеся критериями для выбора способа формообразования зубьев сателлита при проектировании конкретных приводов различных машин. Приведены методики настройки, ввода и обработки данных для проведения компьютерных исследований моделей планетарной прецессионной передачи. На основе исследования компьютерных моделей установлено, что по критериям минимальных значений амплитуды кинематической погрешности, минимума значений реакций в опорных подшипниках и максимальному КПД зацепление планетарной прецессионной передачи с круговыми профилями зубьев имеет преимущество над зацеплением с эвольвентными зубьями сателлита.

Предложенные способы обработки зубьев сателлита были использованы при изготовлении деталей редукторов для привода переключения контактных разъединителей сети системы электрификации железных дорог, мотор-редукторов к заглаживающим машинам СО-170, эксплуатируемым на объекте «Реконструкция цеха № 3 на ПРУП «Борисовский хрустальный завод» с организацией производства медицинского стекла» при выполнении работ по заглаживанию бетона организацией ОДО «Трансстрой» (г. Мозырь), деталей прецессионного зацепления, применяемого в конструкциях ручных и электрических лебедок на МГКУП «Горэлектротранспорт» и службами МЧС.

В монографии также рассмотрены вопросы создания беговых дорожек для тел качения (шариков и роликов), передающих нагрузку в передачах с промежуточными телами качения.

На основе анализа существующих технологий изготовления торцовых кулачков и вывода аналитических зависимостей, описывающих профили беговых дорожек тел качения, обеспечивающих постоянный контакт с деталями передачи, установлено, что в условиях современного машиностроения и с учетом нынешнего уровня развития передач с промежуточными телами качения наиболее перспективными способами изготовления поверхностей многопериодных кулачков являются координатный и кинематический методы, реализуемые на станках и обрабатывающих центрах с ЧПУ. Разработаны методы адаптации профиля ППТК для возможности изготовления передач данного типа на универсальном оборудовании без применения специального инструмента, а также квазивинтовой профиль кривых, описывающих беговые дорожки, позволяющий изготавливать многопериодные кулачки на таком оборудовании.

Решение поставленных в монографии задач позволило разрабатывать и изготавливать компактные, малогабаритные, имеющие низкую себестоимость редукторные механизмы с возможностью изготовления деталей на универсальном оборудовании, что делает их конкурентоспособными и позволяет успешно решать важную для Республики Беларусь проблему импортозамещения редукторной техники.

## Список литературы

- 1 **Вулгаков, Э. Б.** Соосные зубчатые передачи : справочник / Э. Б. Вулгаков. – М. : Машиностроение, 1987. – 256 с.
- 2 **Кудрявцев, В. Н.** Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – М. : Машиностроение, 1968. – 308 с.
- 3 **Кудрявцев, В. Н.** Планетарные передачи : справочник / В. Н. Кудрявцев, Ю. Н. Кирдяшев. – Л. : Машиностроение, 1977. – 536 с.
- 4 **Пашкевич, М. Ф.** Новые виды планетарных шариковых и роликовых редукторов / М. Ф. Пашкевич. – Минск : БелНИИТИ, 1990. – 47 с.
- 5 **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Геращенко. – Минск : БелНИИТИ, 1992. – 248 с.
- 6 **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы / Р. М. Игнатищев. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с.: ил.
- 7 **Bara, M.** Designing Aspects Of Cylindrical Transmission / M. Bara // ASME Conf. Proc. 5–10 Nov. 2006. – Chicago : Illinois, 2006. – P. 75–81.
- 8 **Громыко, П. Н.** Результаты исследований и перспективы внедрения планетарных прецессионных передач / П. Н. Громыко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. : в 3 ч. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2008. – Ч. 1. – С. 3–9.
- 9 **Опря, А. Г.** Создание конструкции прецессионной зубчато-роликовой передачи : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / А. Г. Опря. – Кишинев, 1987. – 213 с.
- 10 Мотор-редукторы планетарные модернизированные типа 3п-м, 3мп-м [Электронный ресурс]. – М., 2012. – Режим доступа : [http : // www.reduktorntc.ru](http://www.reduktorntc.ru).
- 11 Высокоточные планетарные редуктора [Электронный ресурс]. – М., 2012. – Режим доступа : [http : // www.apexdyna.com](http://www.apexdyna.com).
- 12 Высокоточные циклоидальные цевочные редуктора [Электронный ресурс]. – М., 2012. – Режим доступа : [http : // www.sumitomodriveeuro-re.com](http://www.sumitomodriveeuro-re.com).
- 13 Одноступенчатый циклоидальный мотор-редуктор [Электронный ресурс]. – М., 2012. – Режим доступа : [http : // www.belrobot.by](http://www.belrobot.by).
- 14 **Скворцова, Н. А.** Внутреннее эвольвентное зацепление для случая, когда разность зубьев колес равна единице / Н. А. Скворцова // Тр. семинара по теории механизмов и машин. – М. : АН СССР, 1949. – Т. VII, вып. 25. – С. 85–90.

15 **Скворцова, Н. А.** Внутреннее эвольвентное зацепление для случая, когда разность чисел зубьев колес равна единице / Н. А. Скворцова // Расчеты на прочность в машиностроении : сб. тр. – М. : Машгиз, 1950. – С. 65.

16 **Скворцова, Н. А.** Внутреннее зубчатое эвольвентное зацепление при  $z_1 - z_2 = 1$  / Н. А. Скворцова // Тр. семинара по ТММ. – М. : АН СССР, 1944. – Т. 7, вып. 25. – С. 5–90.

17 **Бостан, И. А.** Создание планетарно-прецессионных передач с многопарным зацеплением : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / И. А. Бостан. – Кишинев, 1988. – 339 с.

18 **Сикирян, А. К.** К исследованию динамики планетарных прецессионных передач : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / А. К. Сикирян. – Кишинев, 2008. – 186 с.

19 **Вакуленко, М. И.** Вклады в исследование точности изготовления элементов зацепления прецессионной передачи : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / М. И. Вакуленко. – Кишинев, 2008. – 185 с.

20 Планетарные прецессионные передачи (ППП). Кинематический, силовой и технологический аспекты их создания / П. Н. Громыко [и др.] ; под общ. ред. А. Т. Скойбеда. – Минск : БГПА, 2000. – 252 с.

21 **Скойбеда, А. Т.** Коническо-цилиндрические прецессионные редукторы (КЦПР) / А. Т. Скойбеда, П. Н. Громыко. – Минск : БГПА, 2001. – 189 с.

22 **Галюжин, Д. С.** Улучшение эксплуатационных показателей планетарной прецессионной передачи на основе рационального выбора параметров и совершенствования геометрии зацепления : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / Д. С. Галюжин. – Могилев, 2006. – 195 л.

23 **Стаценко, А. А.** Повышение КПД планетарных прецессионных передач типа 2К-Н, работающих в режиме малоцикловых нагрузок, на основе рационального выбора конструктивных параметров : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / А. А. Стаценко. – Могилев, 2005. – 174 л.

24 **Громыко, П. Н.** Моделирование на ЭВМ сателлитного колеса коническо-цилиндрической прецессионной передачи / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский // Теория и практика машиностроения. – 2005. – № 1. – С. 21–24.

25 **Громыко, П. Н.** Силовой анализ различных вариантов прецессионного зацепления / П. Н. Громыко, А. А. Стаценко, О. М. Пусков // Создание ресурсосберегающих машин и технологий : тез. докл. Респ. науч.-техн. конф., Могилев, 20–21 мая 1996 г. : в 2 ч. – Могилев, 1996. – Ч. 1. – С. 85.

26 Планетарная прецессионная передача. Прочностной, энергетический и технологический аспекты ее создания / П. Н. Громыко [и др.] // Материалы Междунар. 53-й конф. проф., препод., науч. работн. и аспирантов. БГПА, Минск, 21–22 мая 1999 г. : в 2 ч. / БГПА. – Минск, 1999. – Ч. 1. – С. 144.

27 **Жолобов, А. А.** К вопросу анализа деталей ППР по критериям прочности / А. А. Жолобов, О. М. Пусков // Современные направления развития производственных технологий и робототехника : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 20–21 окт. 1999 г. / ММИ ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 1999. – С. 184.

28 **Громыко, П. Н.** Определение скоростей скольжения зубьев коническо-цилиндрической прецессионной передачи / П. Н. Громыко, А. И. Титенков // ИНТЕРСТРОЙМЕХ-2002 : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 23–24 мая 2004 г. / МГТУ ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2002. – С. 405–410.

29 **Титенков, А. И.** Исследование коэффициента скольжения зубьев коническо-цилиндрической прецессионной передачи / ИНТЕРСТРОЙМЕХ-2002 : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 23–24 мая 2004 г. / МГТУ ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2002. – С. 434–438.

30 **Макаревич, Д. М.** Силовой анализ планетарной эксцентриковой передачи типа 2К-Н / Д. М. Макаревич, П. Н. Громыко, С. Д. Макаревич // Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Донецк, 2004. – С. 187–190.

31 **Басинюк, Б. В.** Применение современных технологий при исследовании коническо-цилиндрического прецессионного редуктора / Б. В. Басинюк, Д. С. Галюжин // Перспективные технологии, материалы и системы : сб. науч. тр. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2005. – С. 31–35.

32 Устройство для обработки изделий с пространственно-модифицированными зубьями : пат. 4372 С 1 ВУ МПК В 23 F 9 / 00 / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский (ВУ) ; заявитель и патентообладатель Белорус.-Рос. ун-т. – № а 1998648 ; заявл. 10.07.98 ; опубл. 30.12.01 // Афіцыйны бюл. / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2001. – № 4. – С. 165.

33 Устройство для чистовой обработки одного из элементов зубчатой передачи : пат. 2064378 РФ, МКИ<sup>6</sup> В 23 F 19 / 00 / П. Н. Громыко (РБ). – № 5004490/08 ; заявл. 01.07.91 ; опубл. 27.07.96 // Изобретения. – 1996. – № 21. – С. 63.

34 **Громыко, П. Н.** Создание технологических профилей прецессионного колеса путем адаптации эвольвентного профиля к условиям работы планетарной прецессионной передачи / П. Н. Громыко, А. А. Стаценко, С. Н. Хатетовский // Современные проблемы машиностроения и технический прогресс : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Донецк, 1996. – С. 25.

35 **Хатетовский, С. Н.** Совершенствование геометрии зубьев колес планетарной прецессионной передачи и технологическое обеспечение их формообразования : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.00 / С. Н. Хатетовский. – Могилев, 2000. – 168 л.

36 **Громыко, П. Н.** Научные основы создания планетарных прецессионных передач с коническо-цилиндрическим зацеплением : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / П. Н. Громыко. – Минск, 2002. – 444 л.

37 **Громыко, П. Н.** Моделирование на ЭВМ сателлитного колеса коническо-цилиндрической прецессионной передачи / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский // Теория и практика машиностроения. – 2005. – № 1. – С. 21–24.

38 Устройство для обработки зубчатых изделий с пространственно-модифицированными зубьями : а. с. 1346360 СССР, МКИ В 23 А 9 / 00 / В. А. Финиченко, А. В. Лукичев, А. Н. Михайлов. – № 3913779/31-08 ; заявл. 19.06.85 ; опубл. 23.10.87 // Бюл. изобрет. – 1987. – № 39. – С. 3.

39 Способ обработки бочкообразных зубьев : а. с. 1291312 СССР, МКИ В 23 F 9 / 00 / А. Н. Михайлов, В. А. Финиченко, А. В. Лукичев, Н. Э. Тернюк, А. М. Завадский. – № 3873978/31-08 ; заявл. 26.03.85 ; опубл. 23.02.87 // Бюл. изобрет. – 1987. – № 7. – С. 4.

40 Способ нарезания цилиндрических зубчатых колес с бочкообразной формой зуба : а. с. 1161292 СССР, МКИ В 23 F 9 / 08 / В. А. Данилов. – № 3563359/25-08 ; заявл. 17.03.83 ; опубл. 15.06.85 // Бюл. изобрет. – 1985. – № 22. – С. 13.

41 Устройство для чистовой обработки зубчатых изделий с пространственно-модифицированными зубьями : а. с. 1348096 СССР, МКИ В 23 F 9 / 00 / В. А. Финиченко, А. Н. Михайлов, А. В. Лукичев, Е. Н. Колесник, Н. Э. Тернюк, А. М. Завадский. – № 3913780/31-08 ; заявл. 19.06.85 ; опубл. 30.10.87 // Бюл. изобрет. – 1985. – № 40. – С. 23.

42 Способ обработки бочкообразных зубьев : пат. 1683912 РФ, МПК<sup>5</sup> В 23 F 9 / 00 / И. А. Бостан, В. Е. Дулгеру, С. Г. Мазуру. – № 4616414; заявл. 07.12.88 ; опубл. 15.10.91 // Бюл. изобрет. – 1991. – № 65 – С. 33.

43 **Громыко, П. Н.** Адаптация эвольвентного профиля зубьев колес прецессионного редуцирующего узла к условиям работы подъемно-тяговых устройств / П. Н. Громыко, Д. М. Макаревич, С. Н. Хатетовский // Современные направления развития производственных технологий и робототехника : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 20–21 окт. 1999 г. – Могилев, 1999. – С. 106.

44 **Макаревич, С. Д.** Механизм для проведения аварийно-спасательных работ при подъеме людей и грузов / С. Д. Макаревич // Материалы Междунар. науч.-практ. конф. молодых исследователей, Барановичи, 21–22 мая 2005 г. : в 2 ч. – Барановичи, 2005 – Ч. 1. – С. 65.

45 **Громыко, П. Н.** Создание конструкции малогабаритной электрической тали на базе коническо-цилиндрической прецессионной передачи // П. Н. Громыко, Д. М. Макаревич / ИНТЕРСТРОЙМЕХ-2001 : тр. Междунар. науч.-техн. конф. – СПб., 2001. – С. 21–23.

46 **Громыко, П. Н.** Разработка ручной лебедки для монтажа и ремонта контактных троллейбусных сетей / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский, Д. С. Галюжин // Прогрессивные технологии, технологические процессы и оборудование : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 15–16 мая 2003 г. / МГТУ ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2003. – С. 280.

47 Моторный привод для высоковольтных разъединителей контактных сетей и систем электрификации железных дорог / С. Д. Макаревич [и др.] // Приводная техника. – 2004. – № 6 (52). – С. 65–70.

48 **Никитин, А. П.** Модернизация моторного привода контактного выключения участков электрической сети / А. П. Никитин, В. В. Козлов, С. Д. Макаревич // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Респ. науч.-техн. конф. аспирантов, магистрантов и студентов, Могилев, 29 янв. 2004 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2004. – С. 56.

49 Способ обработки зубчатого изделия с пространственно-модифицированными зубьями : пат. 8366 Респ. Беларусь, МПК 7 С 1 В 23 17 / 00 / П. Н. Громыко, Л. Г. Доконов ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № а 20031141 ; заявл. 03.12.03 ; опубл. 30.08.06 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2006. – № 3. – С. 174.

50 Планетарная прецессионная передача : пат. 11078 Респ. Беларусь, МПК (2006) С 1 F 16 Н 1 / 32 / П. Н. Громыко, Д. М. Макаревич, С. Д. Макаревич, Л. Г. Доконов ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № а 20060411 ; заявл. 28.04.06 ; опубл. 30.08.08 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2008. – № 3. – С. 126.

51 Компьютерное моделирование планетарных прецессионных передач : монография / П. Н. Громыко [и др.] ; под общ. ред. П. Н. Громыко. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2007. – 271 с.

52 **Доконов, Л. Г.** Основные этапы формообразования зубьев колес коническо-цилиндрических прецессионных редукторов / Л. Г. Доконов // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Респ. науч.-техн. конф. аспирантов, магистрантов и студентов, Могилев, 26 янв. 2006 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2006. – С. 3–8.

53 **Литвин, Ф. Л.** Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин. – М. : Наука, 1968. – 584 с.

54 **Хатетовский, С. Н.** Повышение эффективности работы аппаратов пищевых производств путем использования в их конструкции прецессионной передачи / С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко, К. К. Гуляев // Вестн. Могилев. гос. ун-та продовольствия. – 2010. – № 1. – С. 104–112.

55 **Скойбеда, А. Т.** Формообразование поверхности зубьев сателлитных колес прецессионной роликовой передачи / А. Т. Скойбеда, П. Н. Громыко, Л. Г. Доконов // Вестн. МГТУ. – 2006. – № 1. – С. 262–266.

56 **Громыко, П. Н.** Формообразование пространственных зубьев сателлита коническо-цилиндрической прецессионной передачи традиционными методами зубообработки / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский, Л. Г. Доконов // Вестн. МГТУ. – 2004. – № 1. – С. 34–36.

57 Разработка методики исследования плавности работы планетарной прецессионной передачи на основе использования методов компьютерного моделирования / П. Н. Громыко [и др.] // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2007. – № 1. – С. 82–89.

58 **Хатетовский, С. Н.** Обеспечение нечувствительности зацепления поверхностей к изменению их относительного положения / С. Н. Хатетовский // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2010. – № 2. – С. 122–131.

59 **Хатетовский, С. Н.** Обеспечение нечувствительности цевочной передачи к погрешностям монтажа / С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко, М. С. Павлович // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2011. – № 2. – С. 113–121.

60 **ГОСТ 1643-81.** Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. – М. : Изд-во стандартов, 1981. – 68 с.

61 Планетарная прецессионная передача : пат. 11078 Респ. Беларусь, МПК (2006) С 1 F 16 Н 1 / 32 / П. Н. Громыко, Д. М. Макаревич, С. Д. Макаревич, Л. Г. Доконов ; заявитель Беларус.-Рос. ун-т. – № а 20060411 ; заявл. 28.04.06 ; опубл. 30.08.08 // Афіцыйны бюл. / Нац. центр інтэлектуал. уласнасці. – 2008. – № 3. – С. 126.

62 **Доконов, Л. Г.** Устройство для контроля сложнопрофильных поверхностей деталей планетарной прецессионной передачи / Л. Г. Доконов // Вестн. МГТУ. – 2006. – № 2. – С. 66–71.

63 **Топорков, С.** Adobe Photoshop CS в примерах / С. Топорков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 384 с.

64 **Бикел, П.** Математическая статистика / П. Бикел, К. Доксам. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 278 с.

65 **Вентцель, Е. С.** Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 576 с.

66 **Герасимович, А. И.** Математическая статистика / А. И. Герасимович. – Минск : Выш. шк., 1983. – 279 с.

67 **Игнатищев, Р. М.** Общие сведения о синусошариковых передачах / Р. М. Игнатищев // Вестн. машиностроения. – 1986. – № 2. – С. 24–28.

68 **Пашкевич, М. Ф.** Торцовые шариковые редукторы и их применение / М. Ф. Пашкевич // Вестн. машиностроения. – 1985. – № 7. – С. 23–26.

69 **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.

70 Способ фрезерования пазов на поверхности круговых дисков : а. с. 1155374 А1 СССР, МПК<sup>4</sup> В 23 С 3 / 28 / А. И. Молчанов, Л. К. Щраго ; заявитель Украин. НИИ станков и инструментов. – № 3542457/25-08 ; заявл. 28.01.83 ; опубл. 15.05.85 // Открытия. Изобрет. – 1985. – Бюл. № 18. – 2 с.

71 Инструмент для обработки пазов на торцах деталей : пат. на полезную модель 553 U РБ, МПК<sup>7</sup> В 23 С 3 / 28 / В. А. Данилов, Р. А. Киселев ; заявитель Полоц. гос. ун-т. – № и 20010263 ; заявл. 06.11.01 ; опубл. 30.02.02 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2002. – № 1. – 4 с.

72. Способ обработки пазов на торцах деталей: пат. 6063 С1 РБ, МПК<sup>7</sup> В 23 С 3 / 28 / В. А. Данилов, Р. А. Киселев ; заявитель Полоц. гос. ун-т. – № а 19980652 ; заявл. 10.07.98 ; опубл. 30.03.04 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2004. – № 1. – 7 с.

73 Способ обработки пазов на торцах деталей : пат. 7846 С 1 РБ, МПК<sup>7</sup> В 23 С 3 / 28 / В. А. Данилов, Р. А. Киселев ; заявитель Полоц. гос. ун-т. – № а 20010554; заявл. 22.06.01; опубл. 30.12.02 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2002. – № 4. – 6 с.

74 **Виргинский, Ю. А.** Расширение технологических возможностей зубофрезерного станка / Ю. А. Виргинский // Тр. молодых специа-

листов Полоц. гос. ун-та. – 2008. – Вып. 31. – С. 94–96.

75 **Чистосердов, П. С.** Особенности динамики процесса фрезерования синусоидальных канавок на деталях синусошарикового редуктора / П. С. Чистосердов, А. И. Крез // Изв. вузов. Машиностроение. – 1985. – № 3. – С. 139–142.

76 **Румянцев, А. В.** Технология изготовления кулачков / А. В. Румянцев. – Л. : Машиностроение, 1969. – 232 с. : ил.

77 **Игнатищев, Р. М.** Эстафета молодым –  $\sin$  + шарики редуктор / Р. М. Игнатищев. – Могилев : Могилев. обл. укруп. тип. им. С. Соболя, 2011. – 28 с. : ил.

78 Синусошариковый редуктор: пат. на полезную модель 2727 U РБ, МПК<sup>7</sup> F 16 H 1 / 00 / Р. М. Игнатищев, С. В. Свиридов, В. Д. Шутов, А. П. Белов ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № u 20050620 ; заявл. 17.10.05 ; опубл. 30.06.06 // Афiцыйны бюл. / Нац. цэнтр iнтэлектуал. уласнасці. – 2006. – Бюл. № 3. – 5 с.

79 **Громыко, П. Н.** Адаптация эвольвентного профиля к условиям работы коническо-цилиндрической прецессионной передачи / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский, Л. Г. Доконов // Детали машин и трибология : межвузов. сб. науч. тр. / Калинингр. гос. техн. ун-т ; под общ. ред. С. В. Федорова. – Калининград, 2005. – С. 199–208.

80 **ГОСТ 20815-93.** Механическая вибрация некоторых видов машин с высотой оси вращения 56 мм и более. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 9 с.

81 **ГОСТ 11929-87.** Машины электрические вращающиеся. Общие методы испытаний. Определение уровня шума. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 34 с.

82 Программа освоения месторождений полезных ископаемых и развития минерально-сырьевой базы Республики Беларусь на 2011–2015 годы и на период до 2020 года : постановление Совета Министров Респ. Беларусь № 431 от 4 апр. 2011 г. // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2011. – № 43. – 5 / 33617.

83 Библиотека электронных ресурсов [Электронный ресурс]. – М., 2012. – Режим доступа : <http://cnb.by/content/view/1705/68/lang.ru>.

84 **Вадецкий, Ю. В.** Бурение нефтяных и газовых скважин : учебник / Ю. В. Вадецкий. – М. : Академия, 2003. – 352 с.

## Оглавление

<b>Введение</b> .....	3
<b>1 Анализ способов и технологий формообразования пространственно-модифицированных зубчатых колес</b> .....	
1.1 Структурные особенности планетарных прецессионных передач .....	6
1.2 Технологии формообразования пространственно-модифицированных зубьев сателлита планетарных прецессионных передач.....	11
1.3 Способы обработки пространственно-модифицированных зубьев колес .....	19
1.4 Основные направления совершенствования способов формообразования зубьев сателлита прецессионных редукторов.....	27
<b>2 Исследование технологических возможностей способов формообразования поверхностей зубьев сателлита на основе методов компьютерного моделирования</b> .....	
2.1 Классификация способов обработки зубьев сателлита.....	31
2.2 Методика оценки максимально достижимой точности зубьев сателлита.....	34
2.3 Определение максимально достижимой точности зубьев сателлита, образованных способами формообразования с использованием упрощенных профилей.....	75
2.4 Определение кинематической погрешности планетарной прецессионной передачи.....	94
2.5 Решение некоторых прикладных вопросов на основе использования созданных математических моделей.....	103
<b>3 Технологические процессы формообразования зубьев сателлита</b> .....	
3.1 Разработка технологических процессов обработки зубьев сателлита с использованием способов двойного рабочего хода и конического зубофрезерования .....	125
3.2 Формообразование круговых зубьев сателлита для сопряжения с роликами центрального колеса .....	133

<b>4 Технологии формообразования рабочих поверхностей деталей передач с промежуточными телами качения (ППТК)....</b>	<b>137</b>
4.1 Структура, принцип работы ППТК цилиндрического типа и модель зацепления.....	137
4.2 Анализ существующих методов изготовления сложных рабочих поверхностей кулачков.....	139
4.3 Адаптация (упрощение) формы беговых дорожек ППТК к условиям единичного и мелкосерийного производства.....	148
4.4 Разработка квазивинтового профиля кулачков.....	149
<b>5 Реализация новых технологических процессов, испытания и рекомендации по промышленному использованию редукторов новых типов.....</b>	<b>161</b>
5.1 Экспериментальные образцы прецессионных редукторов с зубьями сателлита, образованными с использованием новых способов обработки.....	161
5.2 Стендовые и заводские испытания экспериментальных образцов прецессионных редукторов.....	164
5.3 Рекомендации по промышленному использованию новых технологических процессов формообразования зубьев сателлита.....	177
5.4 Техничко-экономическая эффективность внедрения новых технологических процессов и рекомендации по их промышленному использованию.....	188
5.5 Рекомендации по практической реализации передач с промежуточными телами качения.....	191
<b>Заключение.....</b>	<b>197</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>199</b>

Научное издание

**Громыко** Петр Николаевич  
**Лустенков** Михаил Евгеньевич  
**Хатетовский** Станислав Николаевич  
**Доконов** Леонид Геннадьевич

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СОЗДАНИЯ  
РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕРЕДАЧ НОВЫХ  
ТИПОВ**

Монография

Редактор И. В. Голубцова

Художественное оформление обложки Е. С. Фитцова, И. А. Алексеюс

Технический редактор А. А. Подошевка

Компьютерный дизайн Н. П. Полевничая

Подписано в печать 29.11.2012. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл.-печ. л. 12,32. Уч.-изд. л. 12,0. Тираж 150 экз. Заказ № 806.

Издатель и полиграфическое исполнение  
Государственное учреждение высшего профессионального образования  
«Белорусско-Российский университет»  
ЛИ № 02330/0548519 от 16.06.2009.  
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.