МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях

Материалы международного научно-практического семинара

Могилев, 23 февраля 2017 г.

Могилев 2017

УДК 378.14:51
ББК 74.58:22.1
П 72



П 72 **Преподавание** математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях : материалы междунар. науч.-практ. семинара / М-во образования Респ. Беларусь, М-во образования и науки Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол. : И. С. Сазонов (гл. ред.) [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – 33 с. : ил.
ISBN 978-985-492-185-3.

В сборнике представлены материалы научно-практического семинара, традиционно проводимого в рамках международной Открытой олимпиады Белорусско-Российского университета по математике

**УДК 378.14:51**
**ББК 74.58:22.1**

**ISBN 978-985-492-185-3**

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 378

ОБ ОПЫТЕ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ СТУДЕНТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

В. И. АФАНАСЬЕВА, Е. Ф. ШАРИН
ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова»
Якутск, Россия
vi.afanasieva@s-vfu.ru, ef.sharin@s-vfu.ru

Институт математики и информатики Северо-Восточного федерального университета имени М.К. Аммосова с 17 по 21 апреля 2016 г. впервые провел на базе университета в г. Якутске заключительный этап Всероссийской олимпиады студентов (ВСО) по математике.

Всероссийская олимпиада студентов образовательных организаций высшего образования проводится ежегодно Министерством образования и науки Российской Федерации во исполнение Указа Президента Российской Федерации от 6 апреля 2006 г. № 325 «О мерах государственной поддержки талантливой молодежи» и постановления Правительства Российской Федерации от 27 мая 2006 г. № 311 «О премиях для поддержки талантливой молодежи».

Авторы отмечают [1], что в 2016 г. по России заключительный этап ВСО по математике проводился в 4 вузах страны, в число которых вошел и Северо-Восточный федеральный университет. Эта поддержка и доверие со стороны Министерства образования и науки РФ была получена благодаря многолетнему опыту проведения студенческих олимпиад по математике сотрудниками университета в рамках ежегодных Республиканских «Лаврентьевских чтений», учрежденных первым Президентом Республики Саха (Якутия) М.Е. Николаевым в честь академика М.А. Лаврентьева, с целью выявления и поддержки талантливой молодежи, а также популяризации научной деятельности.

«Лаврентьевские чтения» проводятся в г. Якутске ежегодно, начиная с 1996 года и включают следующие мероприятия: научная конференция молодых ученых, аспирантов, студентов и школьников по секциям; актовые лекции ведущих ученых; интеллектуальный конкурс «брейн-ринг»; выставка-конкурс «Техническое творчество молодых»; предметные олимпиады для школьников, а также олимпиады по математике, программированию, физике и химии. Таким образом, проведенный в 2016 г. заключительный этап ВСО по математике органично вошел и дополнил мероприятия «Лаврентьевских чтений», так что некоторые участники олимпиады по математике смогли принять участие и даже стали призерами олимпиад по математике и программированию.



Научное издание

# Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях

Материалы международного научно-практического семинара

Могилев, 23 февраля 2017 г.

**Авторы несут персональную ответственность за содержание представленных материалов**

Технический редактор И. В. Брискина

Компьютерный дизайн И. В. Брискина

Подписано в печать 15.02.2017 г. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл.-печ. л. 1,91. Уч.-изд. л. 2,08. Тираж 50 экз. Заказ №101.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

мы конечного числа периодических функций?» привела к оживлённой переписке между организатором конкурса и Д. А. Шведом (в то время аспирантом МФТИ), в результате чего родилась статья, в которой доказана следующая теорема.

Если непрерывная функция $f(x)$ имеет конечный предел при $x \to +\infty$ (или при $x \to -\infty$), то такая функция не может быть представлена в виде суммы конечного числа периодических функций.

Откуда берутся задачи конкурса? В некоторых случаях – из вузовских задачников или «по мотивам» интересных учебных задач. Основной источник – различные математические соревнования: международная олимпиада студентов IMC, Putnam competition, Всероссийская студенческая интернет-олимпиада, Тульский турнир студенческих математических боёв, олимпиады УГТУ-УПИ, Казанского, Новосибирского и Белорусско-Российского университетов, Турнир городов, Всероссийская и Всеукраинскаяй олимпиады школьников, открытая олимпиада ФМЛ №239 г. Санкт-Петербурга, олимпиада «Ломоносов», Всероссийский конкурс учителей математики, Международная олимпиада «Туймаада» и т. д. Есть и авторские задачи. Немалая часть всех задач заимствована из отдела «Задачи», который ведёт в журнале «Математика в школе» Сергей Иванович Токарев. Заметим, что, в свою очередь, более десятка задач перекочевали из «Математического конкурса в ЮУрГУ» в задачный отдел «Математики в школе». Некоторые сюжеты почерпнуты из журнала «Квант».

По итогам первых соответственно 14 и 25 конкурсов были выпущены книги [1] и [2], последняя из них вышла также в переводе на испанский язык [3]. Условия задач первых 40 конкурсов содержатся в публикации [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эвнин, А. Ю.** Математический конкурс в ЮУрГУ / А. Ю. Эвнин. – Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2012. – 86 с.

2. **Эвнин, А. Ю.** Сто пятьдесят красивых задач для будущих математиков / А. Ю. Эвнин. – М. : КРАСАНД, 2014. – 224 с.

3. **Эвнин, А. Ю.** Задачи математического конкурса в ЮУрГУ / А. Ю. Эвнин // Математическое образование. – 2015. – № 4(76). – С. 26–52.

4. Evnin, A.Yu.150 elegantes problemas para futuros matematicos: Con soluciones detalladas: пер. с рус. – М. : KRASAND, 2015. – 240 p. (in Spanish).



Согласно регламенту, к участию во всероссийском этапе ВСО допускаются студенты, участники, победители и призеры отборочных этапов ВСО региональных и вузовских олимпиад, которых направляют образовательные учреждения высшего профессионального образования. В 2016 г. всего приняли участие 83 студента из 5 федеральных и 8 ведущих университетов страны, в т. ч. были представлены и научно-исследовательские вузы.

Олимпиада проводилась в традиционной форме. На решение студентам предлагались 7 задач из таких разделов математики, как математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия, теория функций комплексных переменных. Все задачи являются авторскими и составлены преподавателями Института математики и информатики СВФУ.

Задачи №№5–7 были самыми сложными, только один студент смог получить полный балл по задаче №6. Наиболее решаемой оказалась задача №1, с которой справились 60 % участников. Тексты задач приведены в приложении 1.

Итоги олимпиады подводились по нескольким номинациям: абсолютный личный зачет; личный зачет среди старших курсов (3-й и старшие курсы); личный зачет среди младших курсов (1–2 курсы) и общий командный зачет (по 3-м лучшим результатам).

В абсолютном первенстве победителем стала студентка 3 курса Института математики и информатики ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» Василиса Рудых, второе место занял студент 3 курса ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники» Андрей Беляков и третье место завоевал студент 3 курса ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет» Тимофей Семёнов. Эти же студенты стали соответственно обладателями дипломов I-III степени среди старших курсов. Ветку первенства среди младших курсов занял студент 1 курса ФГБОУ ВО «Московский технологический университет» (МИРЭА) Евгений Кичак, второе и третье место достались соответственно студенту 1 курса ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» Ивану Андросову и студенту 1 курса ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова» Алексею Хохолову. В командном зачете лидерами стали ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», ФГБОУ ВО «Московский технологический университет» (МИРЭА) и ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники».

С 16 по 20 апреля 2017 г. Северо-Восточный федеральный университет вновь проведет заключительный этап Всероссийской олимпиады студентов по математике [2]. Ждем всех желающих на олимпиаде в г. Якутск.

Приложение 1

**III Всероссийский этап Всероссийской олимпиады студентов образовательных организаций высшего образования (Всероссийской студенческой олимпиады) в 2015-2016 учебном году**

**1.** Пусть $f(x) = x(x^2-1^2)(x^2-2^2)(x^2-3^2)\ldots(x^2-1008^2)$. Найдите $f'(1008)$.

*(В.Г. Марков)*

**2.** Пусть $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Докажите, что для любого натурального $n$ уравнение

$$\lambda^2 \cdot A - \lambda \cdot A^{3n+1} + 32 \cdot A^{3n+1} = 1024 \cdot A$$

имеет целые решения и решите уравнение при $n = 11$.

*(А.Н. Афанасьев)*

**3.** Вычислите интеграл

$$\int_0^1 e^{x^2}dx + \int_1^e \sqrt{\ln x}\,dx.$$

*(А.О. Тихонова)*

**4.** Найдите все функции $f(x,y)$, определенные на плоскости $\mathbb{R}^2$, для которых выполняется равенство

$$f(a,b) + f(a+c, b+d) + f(a+d, b-c) + f(a+c+d, b+d-c) = 2016$$

для любых $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ таких, что $c, d \neq 0$.

*(В.Г. Марков)*

**5.** Озеро имеет форму выпуклой фигуры площади 71000 кв.м. Докажите, что два охотника могут занять позиции на берегу озера так, чтобы не достать друг друга, если известно, что дальность полета дроби ружья не более 300 метров.

*(С.В. Попов)*

**6.** Дан простой замкнутый контур $L = \{(x,y):\ x^2+y^2+2x+4y-5=0\}$. Вычислите интеграл

$$F(z) = \int_L \frac{sh\,t}{t-z}dt,$$

где $z$ удовлетворяет неравенству $|Re\,z-1| + |Im\,z+1| \leq 1$.

*(С.В. Попов)*

**7.** На плоскости эллипс $\mathcal{E}_n, n \in \mathbb{Z}$, задан уравнением

$$(x-n)^2 - 2(y-2n-1)^2 - (2x+y-4n+1)^2 = 0.$$

Найдите все прямые, имеющие точку касания с каждым эллипсом $\mathcal{E}_n, n \in \mathbb{Z}$.

*(Э.И. Шамаев)*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Шарин, Е. Ф.** Об олимпиадном движении в Северо-Восточном федеральном университете им. М. К. Аммосова / Е. Ф. Шарин // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 18 февр. 2016 г. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во образования и науки Рос. Федерации; Белорус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов (гл. ред.) [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С. 35–37.

2. www.s-vfu.ru/vsom




УДК 378

# ЗАОЧНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНКУРС В ЮУрГУ


А. Ю. ЭВНИН

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (Национальный исследовательский университет)»

Челябинск, Россия

graph98@yandex.ru


В начале 2009 г. в социальной сети «В контакте» была создана группа «Математический конкурс в ЮУрГУ» – для студентов, аспирантов ЮУрГУ и всех, кто любит решать интересные математические задачи.

Цель группы – проведение конкурсов по решению олимпиадных задач. В течение 2009 – 2016 гг. состоялось 47 конкурсов.

Активные участники конкурса стали членами команды ЮУрГУ и приняли участие в различных олимпиадах, добившись хороших результатов. В конкурсе также участвовали студенты, аспиранты и просто любители математики из Москвы, Санкт-Петербурга, Екатеринбурга, Астаны, Хабаровска, Саранска, Североуральска и других населённых пунктов России и ближнего зарубежья.

В каждом конкурсе участникам предлагается решить в течение 4–5 недель шесть задач. Решения присылаются организатору конкурса по электронной почте. Участники имеют возможность исправить или уточнить свои решения, если при проверке были обнаружены ошибки или какие-то «слабые места».

По тематике задачи весьма разнообразны. Представлены основные разделы вузовской математики: математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, аналитическая геометрия, комбинаторика и теория графов, теория чисел. Затронута традиционная олимпиадная тематика: доказательство неравенств, комбинаторная геометрия, задачи на инвариант, взвешивания, разрезания, построение различных математических конструкций.

Ряд задач конкурса имеют цель расширить математический кругозор участников, привлечь их внимание к некоторым интересным математическим сюжетам: числа Ван дер Вардена, сильно регулярные графы, теория Пойа, теоремы Жергона, Хелли, Холла, метод масс и инверсия в геометрии и др.

Формат заочного конкурса позволяет наряду с занимательными задачами, призванными привлечь к участию в конкурсе более широкую аудиторию, предлагать и задачи, близкие к исследовательским, для решения которых требуется потратить немало времени и приложить немало усилий. Развитие темы некоторых задач конкурса привело к научным публикациям. Например, задача «Можно ли функцию $y = e^x$ представить в виде сум-

Более высоким уровнем воспроизводящей деятельности и переходом ее в творческую деятельность характеризуются задачи вариативного характера.

Мы считаем, что одним из возможных путей усиления профессиональной направленности изучении раздела «Теория вероятностей» является изменение совокупности задач решаемых на практических занятиях, что подразумевает подбор задач по уровням познавательной активности, а также предъявления ряда требований к системе таких задач [2, с. 111].

На наш взгляд выделены важные организационно-методические условия, способствующие реализации профессиональной направленности обучения: создание мотивации, научение обобщённым действиям, продвижение от задач репродуктивного типа к задачам вариативным, имеющим элементы проблемности [3]. Данные условия могут быть использованы при разработке методических указаний к практическим занятиям по высшей математике в технических университетах. При этом системность знаний и умений должна обеспечиваться подбором заданий, предусматривающим преемственность, постепенно возрастающую сложность и применение приобретенных умений к решению профессионально ориентированных задач. Таким образом, организация обучения, реализующего требования профессиональной направленности, предполагает активную учебно-познавательную деятельность студентов, характеризующуюся осознанным мотивированным интересом и самостоятельностью.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приказ Министерства образования Республики Беларусь от 15 марта 1999 г. № 123 «Об утверждении Программы реализации Концепции развития высшего образования в Республике Беларусь» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://pravo.levonevsky. org/bazaby/org348/basic/text0525.htm. – Дата доступа : 15.11.16.

2. **Федяченко, Г. В.** Роль межпредметных задач в процессе обучения высшей математике в техническом вузе / Г. В. Федяченко // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.А. Куляшова. Серыя С. Псіхолага-педагагічныя навукі. – 2015. – № 1 (45). – С. 109–115.

3. **Федяченко, Г. В.** Организационно-методические условия профессиональной направленности преподавания теории вероятностей в техническом университете/ Г. В. Федяченко // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. – 2016. – № 1 (47). – С. 98–104.



УДК 514.122

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧЕНИИ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

А. Н. БОНДАРЕВ
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»
Могилев, Беларусь
alex-bondarev@tut.by

В результате изучения курса математики в рамках получения инженерно-технического образования будущий специалист должен овладеть основными математическими методами, необходимыми для анализа и моделирования устройств, процессов, явлений при поиске оптимальных решений поставленных задач и выбора наилучших способов реализации этих решений. В частности, студент должен знать методы и уметь решать задачи аналитической геометрии.

Одним из основных разделов аналитической геометрии являются кривые второго порядка. К ним относят линии, которые определяются уравнениями второй степени относительно переменных $x$ и $y$ вида

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

где коэффициенты $A$, $B$, $C$ одновременно отличны от нуля. Используя преобразования системы координат общее уравнение кривой второго порядка можно привести к каноническому виду, которое будет определять эллипс, гиперболу, параболу или случаи их вырождения.

Изучение свойств эллипса, гиперболы и параболы удобно проводить по их каноническим уравнениям, которые соответственно имеют вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad y^2 = 2px.$$

Для большей наглядности и повышения уровня усвоения материала целесообразно во время занятий использовать интерактивные динамические компьютерные модели, создаваемые с помощью систем компьютерной математики.

Как было показано в [1], одной из самых простых в освоении и при этом обладающей большим инструментарием для работы, является динамическая математическая среда GeoGebra.

Например, на рис. 1 показана модель эллипса, соответствующая каноническому уравнению при $a = 6$ и $b = 4$. Отмечены произвольная точка $F$ и фокусы $F_1$, $F_2$ эллипса. Проведены отрезки $F_1F$ и $F_2F$, являющие фокальными радиусами точки $F$, вычислены их длины и сумма этих длин.

Кроме этого, изображены полуоси $a$, $b$ эллипса и созданы ползунки для динамического изменения этих величин.

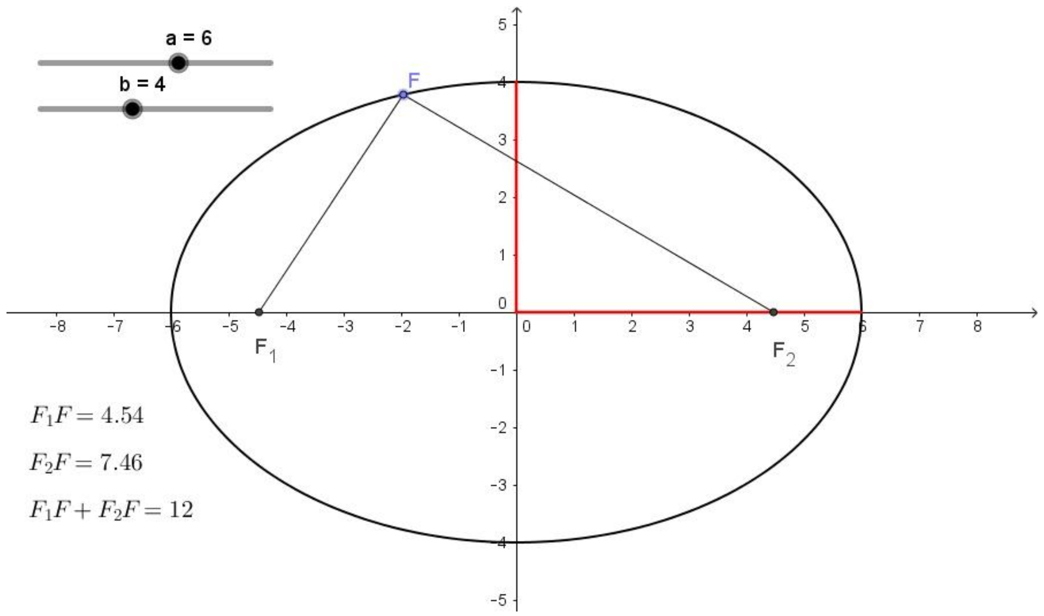


Рис. 1. Модель эллипса

Перемещая точку $F$ по эллипсу, студенты будут видеть, что фокальные радиусы $F_1F$ и $F_2F$ изменяются, но при этом сумма $F_1F + F_2F$ остается неизменной и равной большой оси эллипса. Тем самым подтверждается определение эллипса. Передвигая положение ползунков для величин $a$ и $b$, можно в динамике проследить, что происходит с формой эллипса при изменении длин его полуосей.

Также в модель легко добавить ряд дополнительных объектов: эксцентриситет, эллиптичность, директрисы и т. п. С помощью логических параметров отображение всех объектов можно включать только в необходимый момент времени.

Аналогичные модели следует использовать и при изучении остальных кривых второго порядка.

Таким образом, применение математической среды GeoGebra позволяет быстро и наглядно продемонстрировать все свойства кривых второго порядка, что способствует лучшему пониманию данной темы студентами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Роголев, Д. В**. Использование математической среды GeoGebra при изучении поверхностей второго порядка / Д. В. Роголев, А. Н. Бондарев // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С. 32–34.



УДК 37.091.3

# ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ

Г. В. ФЕДЯЧЕНКО, Л. В. ВАРФОЛОМЕЕВА
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»
Могилев, Беларусь

Профессиональная направленность курса математики в настоящее время занимает важное место в методике преподавания математических дисциплин в высшей школе. Нормативный документ [1] на первый план ставит подготовку "специалистов, ориентированных на деятельность как теоретического, так и прикладного характера...". Это требует углубления теоретических основ подготовки будущих высококвалифицированных специалистов.

Поскольку содержание материала усваивается студентами в процессе учебной деятельности, результат обучения во многом зависит от того, как эта деятельность организована педагогами.

1. *Создание мотивации*. Мотивация считается одним из важнейших факторов, обеспечивающих успешность процесса обучения. Преподавателю математики в техническом университете целесообразно учитывать аспекты, связанные со спецификой непрофилирующей дисциплины, так как заинтересованность студентов в своей будущей профессии часто порождает недооценку важности получения фундаментальной физико-математической подготовки. Поэтому перед кафедрами высшей математики технических вузов остро стоит проблема повышения студенческой заинтересованности в изучении математики.

2. *Научение обобщённым действиям*. На успешность процесса формирования вероятностного мышления, усвоения идей и методов теории вероятностей в значительной степени влияет состав задач и степень обобщённости действий, применимых к решению задач определённого класса. Если студента учить обобщенным действиям, применимым к решению разных типов задач, и в каждой задаче ему приходится выбирать, каким методом воспользоваться, какое преобразование совершить, то в результате, он освоит те же методы в системе; получит возможность использования обобщенных навыков в различных условиях.

3. *Продвижение от задач репродуктивного типа к задачам вариативным, имеющим элементы проблемности.* К репродуктивным задачам относятся задачи на воспроизведение или непосредственное применение теорем, определений, свойств тех или иных математических объектов. Задачи репродуктивного типа необходимы, так как они создают базу для выполнения задач более высокого уровня воспроизводящей деятельности.

ных результатах и вырабатывать критерии проверки их правдоподобности. Этой цели служит и разработанная система индивидуальных домашних заданий. Фактически на практикуме студенты должны решить те же самые задания, что они решают без использования программных средств, и сопоставить результаты.

В нынешней ситуации, при наличии современных программных средств, готовых алгоритмов решения многих задач, современный инженер должен не только знать область применения этих алгоритмов и схем, но и уметь критически относиться к полученным результатам. Изучение математических дисциплин вообще и математического анализа в частности во многом способствует формированию этих навыков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Соколова, Т. В.** Подготовка к студенческих олимпиадам по математике и формирование творческих навыков / Т. В. Соколова // Инновационные образовательные технологии в техническом вузе : сб. науч. статей. – Тамбов : Студия печати Павла Золотова, 2016. – С. 72–77.

2. **Олейник, Т. А.** Педагогическая технология математической подготовки инженеров с использование пакета MatLab / Т. А. Олейник, Т. В. Соколова // Проблемы модернизации современного образования в России : сб. науч. статей. – Новочеркасск : Изд-во ЮРГПУ (НПИ), 2014. – С. 126–139.



УДК 372.8

# К ВОПРОСУ О РАЗВИТИИ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

А. М. БУТОМА, В. С. БУТОМА
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»
УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Могилев, Минск, Беларусь

Обращаясь к философии образования, следует отметить, что она не в силах предусмотреть все возможные варианты развития общества в многообразии современной жизни. Всегда останутся расхождения по поводу образовательных стратегий, даже, если когда-нибудь будет создана безупречная теория образования. В настоящее время традиционное образование, предполагающее получение общих и профессиональных знаний в период обучения, сменяется образованием, обеспечивающим приобретение знаний в течение всей социально активной жизни.

Современные специалисты должны обладать способностями к творческой деятельности, нестандартному мышлению, продуктивно используя свои профессиональные знания и умения. Не вызывает сомнения, что формирование указанных способностей невозможно без глубоких фундаментальных и специальных знаний по одной из составляющих инженерного образования – математике. В связи с этим курс методики обеспечения математической составляющей должен быть направлен на развитие способностей к самообразованию и творческого потенциала студентов, реализуемого через активизацию мышления, самостоятельность и инициативность.

В дидактике установлено, что все компоненты учебного процесса закономерно связаны между собой. Цель определяет содержание и методы обучения. Методы, в свою очередь, определяют выбор средств и форм организации учебного процесса. Взаимосвязанное единство всех компонентов обучения обеспечивает определенные результаты обучения.

Полноценная реализация целей обучения характеризует эффективность обучения и зависит от многих факторов, в том числе от следующих:

– от содержания обучения, от сочетания и порядка получения знаний, умений и навыков, от их глубины и прочности;

– от того, как связано обучение математике с обучением другим предметам, обеспечивает ли учащихся обучение математике необходимыми для изучения других предметов знаниями и навыками;

– от организации обучения математике, т.е. от того, какие методы, формы и средства при этом используются преподавателем;

– от того, как учится сам студент, какой интерес проявляет он к изучению математики, от его умения самостоятельно выполнять учебные задания.

Остановимся подробнее на методах и средствах обучения математике.

Поскольку применение определенных методов обучения зависит от конкретной педагогической ситуации, то невозможно предложить стандартный набор определенных методов обучения. Оптимальным оказывается в данной ситуации, на данном этапе урока сочетание методов, в котором один из методов доминирует. Так, например, интерес к обучению математике значительно повышается, если в него вводятся наглядные методы, проблемно-поисковые, методы самостоятельной работы, хорошо обеспеченные предварительной подготовкой учащихся под руководством преподавателя. Огромную роль в этом играют методы познавательных игр, включаемые в равной мере в учебный процесс. Развитию математической речи весьма эффективно содействуют словесные методы, учебные дискуссии, устный опрос учеников.

В развитии исследовательских навыков ведущую роль можно отдать проблемно-поисковым методам, методам практической работы, связанной с решением задач, с различными методами самостоятельной работы. Применимы для этой цели и все методы контроля и самоконтроля.

Одной из распространенных образовательных моделей в современной высшей школе является модель развития способностей критического мышления, рассчитанная не на запоминание материала, а на постановку проблемы и поиск ее решения, что особенно важно для будущих инженеров. Критическое мышление означает способность анализировать информацию и ставить новые, полные смысла вопросы, вырабатывать разнообразные подкрепляющие аргументы, принимать независимые, продуманные решения. Выработке критического мышления в наибольшей степени способствует использование различных методических приемов, например, лекция со «стопами» или учебный «мозговой штурм».

К средствам обучения отнесем, прежде всего, системы тренировочных упражнений. Решение задач и упражнений на уроках математики является ведущей формой учебной деятельности, важнейшим средством формирования у школьников системы основных математических умений и навыков. Решая математические задачи, приведенные в продуманную математическую систему, учащиеся не только «активно усваивают курс математики, но и приобретают умение мыслить» [1].

Разработанные системы тренировочных упражнений по темам «Векторная алгебра» и «Аналитическая геометрия» представляют собой совокупность блоков задач и теоретических вопросов, предполагающих краткие ответы, и позволяют активизировать познавательную деятельность каждого студента, в зависимости от его способностей и склонностей. Разнообразие заданий помогает совершенствовать знания учащихся, а постепенное нарастание сложности стимулирует проявление и развитие творческих способностей. Кроме того, указанные системы тренировочных упражнений помогают организовать самостоятельную работу студентов, как на практических занятиях, так и дома, применить творческий подход при обучении математике.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Василевский, А. Б.** Некоторые вопросы развивающего обучения математике / А. Б. Василевский // Матэматыка: праблемы выкладання, 1999. – № 1 – С.3–26.



позволяет студенту прийти к выводу, что самого главного определения там нет. При этом очень важно научить студента самостоятельно формулировать вопросы и отвечать на них.

Рассмотрение примеров и контрпримеров классического анализа заставляет студентов задумываться о необходимости всех условий в определениях и теоремах, часто способствуя ломке стереотипов. Из-за непонимания сути определения студенты часто подменяют его достаточным условием – например, дают определение точки максимума как точки в левой окрестности которой функция возрастает, в правой – убывает. Приведение контрпримеров заставляет студентов задуматься о том, что очевидные на первый взгляд суждения могут оказаться неверными, и помогает выработать привычку подвергать все сомнению.

Развитию критического мышления способствует также включение в курс математического анализа олимпиадных задач, особенно проблемных задач с формулировкой «верно ли…?». Более подробно о системе подготовки к олимпиадам по математике в Национальном исследовательском университете МИЭТ рассказывается в работе [1].

Изучение математического анализа в МИЭТ включает в себя также и дисциплину «Практикум по математическому анализу в среде MatLab». При разработке и внедрении этого курса обучение работе в среде MatLab рассматривалось не как самоцель, а как одно из средств решения задач – средство во многих случаях удобное, эффективное, но отнюдь не универсальное. Кроме этого, среда MatLab используется при изучении курса не только в качестве средства решения практических задач, но и как дополнительный инструмент изучения математического анализа [2].

При этом задания в лабораторных работах составлены таким образом, что при различных способах их выполнения могут получиться различные результаты. Студент должен уметь их критически оценить, сделать вывод о том, какие из них являются верными, объяснить причину появившихся ошибок. Например, на одной из первых лабораторных работ студентам предлагается построить в одном графическом окне графики функций $y = \cos x$ на промежутке $[0;\pi]$ и $y = \arccos x$ Распространенной ошибкой является построение графика $y = \arccos x$ на том же промежутке. В идеальной ситуации студент, умеющий критически относится к полученному результату, замечает странные отрезки графика, параллельные оси *Ox*, и понимает, что такого быть не должно. Студент должен не только исправить свою ошибку, но и объяснить, что же именно построил MatLab, почему была проигнорирована ошибка студента при указании области определения.

Кроме парадоксальных результатов, которые были нами фактически запланированы при составлении лабораторных работ, студенты получают неверные ответы из-за собственных ошибок, чаще всего в построении модели. Важно, чтобы у них выработалась привычка сомневаться в получен-

УДК 378.1

# РАЗВИТИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Т. В. СОКОЛОВА
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»
Москва, Россия

При подготовке инженерных кадров в технических вузах одной из важных задач обучения является формирование критического отношения как к получаемой извне информации, так и к собственным результатам. К сожалению, все чаще студенты воспринимают математику вообще и математический анализ в частности как некий набор универсальных алгоритмов, не задумываются о том, почему и когда эти алгоритмы можно применять, не умеют оценить правдоподобность полученных результатов. Кроме того, к моменту поступления в вуз у молодых людей уже сформирован стереотип ожидания мгновенного результата на каждое свой действие. После небольшого шага в решении задачи студенты ждут одобрения (или указания на ошибку) от преподавателя, наставника или компьютера. Очень важно научить будущих инженеров самостоятельно оценивать результаты своих собственных вычислений и шагов решений.

Изучение основ математического анализа способствует развитию критического мышления. С одной стороны, будущим инженерам преподается классический, веками устоявшийся курс, последние достижения которого относятся в лучшем случае к началу двадцатого века. С другой стороны этот курс отличает многообразие подходов к его построению, поэтому студенты должны критически относиться к различным источникам информации при изучении предмета, слишком велика вероятность попасть в логический порочный круг. Так, например, известно, что равносильны теоремы о существовании точных граней ограниченного множества, о пределе монотонной ограниченной последовательности и лемма о вложенных стягивающихся отрезках. Авторы учебников и лекционных курсов доказывают эти утверждения в различном порядке, поэтому студент должен понимать логику изложения и легитимность одновременного использования разных источников информации.

К сожалению, в последнее время среди студентов становится все более популярным изучение математического анализа с помощью интернета, в частности, и по Википедии. Эту порочную практику тоже можно поставить на службу развития критического восприятия информации. Сравнение различных определений, доказательств, нахождение в них ошибок и неточностей становится очень важным этапом обучения. Так, например, обсуждение приведенных в Википедии различных определений числа e



# COOPERATION BETWEEN UNIVERSITIES AND HIGH SCHOOLS: A CASE STUDY AND A PERSONAL REFLECTION

JAKUB BYSZEWSKI
Department of Mathematics and Computer Science
Jagiellonian University
Kraków, Poland
jakub.byszewski@uj.edu.pl

This is a personal note about a cooperative project between Jagiellonian University and August Witkowski High School in Kraków, Poland (V Liceum Ogólnokształcące im. Augusta Witkowskiego) from the perspective of a teacher.

Jagiellonian University is the second largest university in Poland and one of the oldest universities in Eastern Europe, founded in 1364. August Witkowski High School is one of the leading Polish high schools, known in particular for its focus on the teaching of mathematics and computer science. For example, during each of the past six years, August Witkowski High School sent 6-15 students to the final stage of Olimpiada Matematyczna, the oldest Polish mathematical competition. This means that 5–12 % of all qualifying students in the competition were from this one high school.

Jagiellonian University and August Witkowski High School have been cooperating for a number of years. According to a programme established in 2010, faculty members from Jagiellonian University's Department of Mathematics and Computer Science give courses to a selected group of high school students.

High school education in Poland takes 3 years. Students are usually organized into classes of 30–35 students, called klasa in Polish. These classes take most of their courses together, and a specific class's curriculum often has some particular emphasis. Our programme involves two courses, offered each year to a class which specializes in mathematics and computer science. One is a general course in mathematics, and the other focuses on algorithms. Both courses are required in the first year, and students can choose between the two courses during their second and third year. The precise content of these courses is decided by the university teachers and varies considerably from year to year depending on the teacher's preference. Some teachers focus on mathematical competition problems while others give lectures on topics from undergraduate mathematics.

I taught such a course to first year students in 2010/11, and I've been teaching another course for three years since 2014/15 for the same class of students (that, however, became much smaller after a year). During the first year, I taught mostly elementary number theory and combinatorics with a rather standard set of topics: congruences, diophantine equations, permutations, enumeration, recurrence relations, methods of summation, Stirling numbers, etc. I put particular emphasis on teaching students how to write a formal proof. While many students hardly needed any training (mostly due to substantial mathematical competitions experience), some chose the high school solely because of their interest in computer science. These students often had almost no prior experience in having to write down a formal proof and many struggled.

After the first year many students opted to take only the algorithms course which led to substantially smaller groups of students (even as a few students from other classes started to attend the course as well). I decided to essentially follow the book of V.B. Alexeev Abel's Theorem in Problems and Solutions based on the lectures of V.I. Arnold for high school students in Moscow in 1963-64. We moved at a much slower pace than Arnold did (what he did in half a year took us almost three times as much time to cover) and I included some extra topics. We discussed basic group theory (supplementing the beautiful geometric approach of Arnold with a more algebraic one) and then proceeded to discuss basic facts about complex numbers, analytic continuation, and monodromy groups, trying to preserve the geometric and intuitive flavour of Alexeev-Arnold's approach. Occasionally, I would break the flow of the course to discuss some other topics, often at students' request.

Let me end on a personal note. I had an opportunity to teach a selected group of very bright and ambitious high school students whose knowledge and talent for mathematics exceeded those of many undergraduate students. It was thus sometimes only too easy to forget that they were nevertheless much younger than undergraduate students and should be approached accordingly. Compared to undergraduate students, high school students spend a much larger proportion of their time in class, often having up to forty hours of courses and extracurricular activities per week. It is unrealistic to expect them to spend as much time working on homework problems as undergraduate students do and a teacher needs to take this into account. Furthermore, high school students, even the best ones, are used to relying heavily on their teacher for precise instructions and organisation of their studies and are less independent than their older counterparts.

The partnership between Jagiellonian University and August Witkowski High School is only directed at a small, selected group of students. However, for these students it provides a valuable supplement to the regular education, one which complements students' involvement in mathematical competitions and is well adapted to their interests and abilities. As such, it partially addresses a quite common problem of many bright students with a lot of olympiad training who experience trouble in their early undergraduate studies in shifting to more abstract, research-oriented mathematics that involves fewer technical tricks and more structural ideas. A university-high school partnership intends to bridge the gap between high school education and research. Only time will tell whether this particular programme achieves this aim.

Acknowledgments: I would like to express my gratitude to Jennifer Brown for her useful suggestions and advice concerning both the style and the content of this note.



9. C.C. Fenske, Addenda and corrigenda to: A direct topological definition of the Fuller index for local semiflows (Topol. Methods Nonlinear Anal. 21 (2003) 195–209), Topol. Methods Nonlinear Anal. 23 (2004) 383–386.

10. R. Srzednicki, Periodic orbits indices, Fund. Math. 135 (1990) 147–173.

11. R. Srzednicki, The fixed point homomorphism of parametrized mappings of ANR's and the modified fuller index, Ruhr-Universität Bochum, Preprint, 1990, pp. 1–32.

12. R. Srzednicki, Topological invariants and detection of periodic orbits, J. Differential Equations 111 (1994) 283–298.

13. A. Dold, Lectures on Algebraic Topology, Springer-Verlag, Berlin, 1972.

14. A. Dold, The fixed point index of fibre-preserving maps, Invent. Math. 25 (1974) 281–297.

15. M.C. Crabb, A.J.B. Potter, The Fuller Index, in: M.R. Bridson, S.M. Salamon (Eds.), Invitations to Geometry and Topology, Oxford University Press, 2002, pp. 92–125.

A totally different homological approach to the Fuller index was presented by Srzednicki (see [10–12]). He used the fixed point transfer approach of fiber-preserving maps due to Dold (see [13, 14]). Finally, it should be noted that Crabb and Potter (see [15]) proposed a construction of the Fuller index by the use of the fiberwise stable homotopy theory. However, from our viewpoint, the results of Srzednicki are the most important.

The purpose of this talk is to present an invariant responsible for the existence of periodic orbits of differential equations of the form x' (t)=f(x(t)), where f : Rn → Rn is only continuous, i.e., equations without the uniqueness of solutions property. In this case the flow generated by the problem is multivalued and its dynamics may be fairly complicated. It requires special attention, since – as it seems – it cannot be adequately studied within a framework provided by any of the above mentioned papers.

This is a joint work with Wojciech Kryszewski. The presented results are contained in the following papers:

– W. Kryszewski, R. Skiba, A cohomological index of Fuller type for multivalued dynamical systems, Nonlinear Analysis, 75, 684–716 (2012);

– R. Skiba, A cohomological index of Fuller type for parameterized set-valued maps in normed spaces, Cent. Eur. J. Math. 12, no. 8, 1164–1197 (2014);

– R. Skiba, The transversal degree for Fredholm maps of positive index I: A cohomological approach (in preperation);

– R. Skiba, The transversal degree for Fredholm maps of positive index II: Applications (in preperation).

Finally, I recommend the following articles for the further deeper study.

## REFERENCES


1. F.B. Fuller, An index of fixed point type for periodic orbits, Amer. J. Math. 89 (1967) 133–148.
2. S.N. Chow, J. Mallet–Paret, The Fuller index and global Hopf bifurcation, J. Differential Equations 39 (1978) 66–84.
3. A.J.B. Potter, On a generalization of the Fuller index, in: Felix Browder (Ed.), Nonlinear Functional Analysis and its Applications, in: Proc. Symp. Pure Math., Part 2, vol. 45, AMS, Providence, 1986, pp. 283–286.
4. A.J.B. Potter, Approximation methods and the generalised Fuller index for semi–flows in Banach spaces, Proc. Edinb. Math. Soc. 29 (1986) 299–308.
5. C.C. Fenske, An index for periodic orbits of functional differential equations, Math. Ann. 285 (1989) 381–392.
6. R.D. Franzosa, An homology index generalizing Fuller's index for periodic orbits, J. Differential Equations 84 (1990) 1–14.
7. C.C. Fenske, A simple-minded approach to the index of periodic orbits, J. Math. Anal. Appl. 129 (1988) 517–532.
8. C.C. Fenske, A direct topological definition of the Fuller index for local semi-flows, Topol. Methods Nonlinear Anal. 21 (2003) 195–209.




УДК 37.091.3:51

# О ПРЕПОДАВАНИИ НЕКОТОРЫХ ТЕМ ПО МАТЕМАТИКЕ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРОВ В БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Л. В. ВАРФОЛОМЕЕВА, А. А. РОМАНЕНКО, Г. В. ФЕДЯЧЕНКО
ГУ ВПО «БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Могилев, Беларусь

Изучение темы «Числовые знакопостоянные ряды» связано с задачей выбора соответствующего признака сходимости, которых несколько. Это приводит к путанице в их выборе, а также сложностям при выборе соответствующего ряда сравнения. В этой связи, после поэтапного изучения признаков сходимости, целесообразно предложить студентам под запись шпаргалку с алгоритмом исследования рядов на сходимость.

Проверь достаточный признак расходимости, т.е. найди предел $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$. Если $\lim\limits_{n\to\infty} u_n \neq 0$, то ряд расходится. Если $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$, т.е. признак ответа не дает, то примени достаточные признаки сходимости.

При применении достаточных признаков сходимости начинай с признака Даламбера или радикального Коши, выбор одного из которых определи на основании следующего: если формула общего слагаемого ряда содержит множители типа $n!$, $a^n$ или $u_n = u_{n-1} f(n)$, то применяй признак Даламбера, а если $a^n$, $\left(f(n)\right)^{n^\alpha}$, $\left(f(n)\right)^{\alpha n}$ то применяй радикальный признак Коши. В случае, когда признаки ответа не дают, т.е. соответствующие пределы равны 1, обратись к признакам сравнения или интегральному признаку Коши.

При использовании признаков сравнений в качестве ряда сравнения выбирай ряд, который по структуре формулы общего слагаемого схож с изучаемым рядом, дабы легко выполнить сравнения в неравенствах или найти предел. Предельный признак применяй, когда признак сравнения в неравенствах ответа не дает.

Как показала практика преподавания, использование данной шпаргалки позволяет более успешно освоить тему.

При изучении темы «Дифференциальные уравнения» методика решения уравнения в полных дифференциалах $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ вызывает трудности в запоминании алгоритма его решения, а именно интегрирования системы

$$\begin{cases} u'_x = P(x,y), \\ u'_y = Q(x,y). \end{cases}$$

В этой связи, целесообразно обосновать формулу частного решения в виде:

$$u(x,y)=\int_{x_0}^{x} P(x,y)dx+\int_{y_0}^{y} Q(x_0,y)dy,$$

где $(x_0,y_0)$ – некоторая фиксированная точка из области непрерывности функций $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ и их частных производных. Для получения общего решения, выражения содержащие $x_0$ и $y_0$ в решении следует определить как $C=const$.

Такой подход более эффективен, поскольку позволяет экономить время на решение и приучает будущих инженеров справочно пользоваться литературой.

При изучении темы дифференцирование ФНП, после определения частных производных и формулировки их геометрического смысла (как правило, на примере функции 2-х переменных, т.е. $z=f(x,y)$, для которой можно нарисовать график) вводится понятие касательной плоскости и нормали к поверхности, для записи уравнений которых требуется определить нормальный вектор плоскости или направляющий вектор нормали. Традиционно их определяют через векторное произведение направляющих векторов касательных линий к поверхности, соответственно, при $x=x_0=const$ и $y=y_0=const$ [1, 2]. Такой подход требует много лекционного времени, которое постоянно сокращается. В этой связи уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности целесообразно определить после изучения темы «Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент» [3], в которой обосновываются, что градиент направлен по нормали к поверхности или линии уровня. Записав уравнение поверхности $z=f(x,y)$ в неявном виде $F(x,y,z)=z-f(x,y)=0$, и рассматривая его как поверхность нулевого уровня для функции трех переменных, находя градиент и вычисляя его в точке качания $M(x_0,y_0,z_0)$, т.е.

$$\text{grad}\, F(x_0,y_0,z_0)=-f_x'(x_0,y_0)\text{i}-f_y'(x_0,y_0)\text{j}+\text{k},$$

получаем координаты нормального вектора плоскости и направляющего вектора нормали. В случае изначального неявного задания функции $F(x,y,z)=0$ ответ сам собой очевиден.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гусак, А. А.** Высшая математика / А. А. Гусак. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – Т. 2.

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис пресс, 2003. – Т. 1.

3. **Жевняк, Р. М.** Высшая математика / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск : Высш. шк., 1993.



# A TOPOLOGICAL INDEX OF FULLER TYPE FOR PERIODIC ORBITS

ROBERT SKIBA
Faculty of Mathematics and Computer Science
Nicolaus Copernicus University
Chopina 12/18, 87-100
Toruń, Poland

We want to give a short overview on the basic concepts of the topological index theory for periodic orbits. The problem of establishing the existence of periodic solution for a differential equation x' (t)=f(x(t)) has been studied by many authors over the years.

There are many methods for solving this problem; for example we can look for periodic orbits by the use of fixed point theory, the Conley index, the Fuller index, etc. Historically, the first definition of an index counting the periodic orbits of a smooth vector field was given by F. B. Fuller in 1967 (see [1]). Fuller's article contains important and relevant ideas for the approach to this problem. Briefly, nowadays there are two approaches to defining the Fuller index. The first one, analytical, was considered e.g. by Chow and Mallet-Paret (see [2]); it required appropriate smoothness of the maps involved and relied on a complicated bifurcation argument.

A different approach has been presented by Potter (see [3,4]). His construction is similar to the construction of a topological degree for A–proper maps in Banach spaces and he was in a position to apply his index to some differential equations defined in infinite-dimensional Banach spaces; unfortunately, this index was not defined to be a rational number – it was a sequence of rational numbers. Furthermore, an approach due to Fenske is similar to that presented in the original paper of Fuller (see [5]). He adapted Fuller's construction to some classes of flows defined on Banach spaces. More exactly, he extended the Fuller index to a class of flows generated by functional differential equations.

There is yet another approach to the Fuller index involving algebraic topology methods – homology or cohomology theory. In his paper, Fuller applied the cohomology of differential forms (see [1]). He assumed that the right–hand side of a differential equation under study is defined on a smooth and finite–dimensional manifold. Franzosa defined a new homological index of the Fuller type (see [6]). It has all the expected properties: existence, additivity, homotopy invariance and normalization, and provides more information about periodic orbits than the original Fuller invariant; however Franzosa defined his index only for flows generated by differential equations defined on smooth finite–dimensional manifolds. Fenske tried to avoid this assumption and constructed the Fuller index for flows defined on an arbitrary ANR; moreover he avoided the smoothness assumptions (see [7–9]). Unfortunately, his construction is quite complicated and it is not clear how to apply it to differential equations.

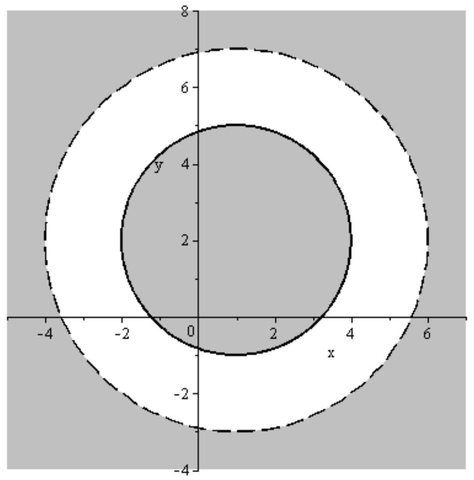

Рис. 1. Кольцо $3 \le |z - 1 - 2i| \le 5$

Пример 2. Построить поверхность модуля (рельеф) функции $f(z) = \sin z$.

Приведем команды, которые будут использованы для этого.

```
> with(plots):
> f(z):=sin(z)
```

$$f := z \rightarrow \sin(z)$$

```
> complexplot3d(f, -Pi-0*I .. Pi+2*I, grid = [50, 50]);
```

В результате получим чертеж, изображенный на рис. 2.

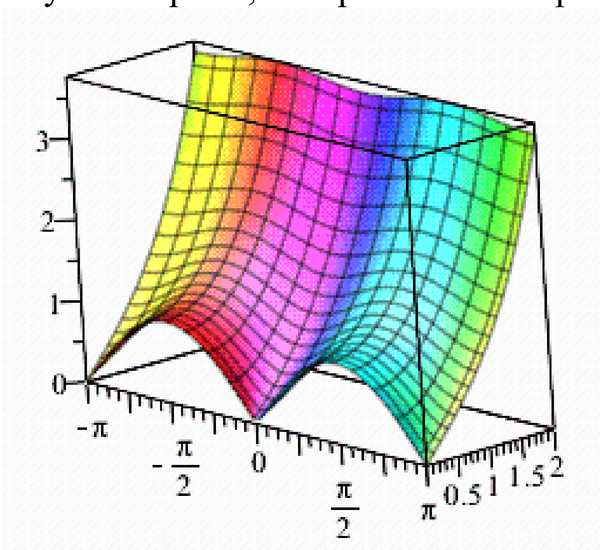


Рис 2. Рельеф функции $f(z) = \sin z$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клочко, Т. В. Решение задач комплексного анализа средствами Maple: учебн.-метод. пособие / Т. В. Клочко, Н. Д. Парфенова. – Харьков : ХНУ им.В. Н. Каразина, 2009. – 68 с.



УДК 519.25

# ИССЛЕДОВАНИЕ УРОВНЯ КАЧЕСТВА КОНТИНГЕНТА ОБУЧАЮЩИХСЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Т. А. ГРОБОВА, В. В. ЛЫСОВ
ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»
Ставрополь, Россия

ЕГЭ (Единый государственный экзамен) – это централизованный экзамен, который проводится в учебных заведениях среднего общего образования России для оценки качества подготовки учащихся с помощью контрольных измерительных материалов. С 2009 г. ЕГЭ в России является формой выпускных экзаменов в школе и одновременно основной формой вступительных экзаменов в вузы. Такие предметы как русский язык и математика являются обязательными для сдачи. Но на самом деле баллы не всегда отражают степень образованности в каждой из наук. Например, как известно, в 2013 г. произошла утечка информации, и задания ЕГЭ по математике были выложены в сеть. Кроме того, в этом же году у абитуриентов была возможность сдачи ЕГЭ нечестным путем: при помощи использования шпаргалок и телефонов. Поэтому для авторов статьи представлял определенный интерес статистический анализ зависимости оценки, полученной на ЕГЭ по профильной математике, и средняя оценка по математике в ВУЗе на технических специальностях, для формирования более качественного контингента абитуриентов, поступающих в университет.

Целью исследования статьи является пост исследование: как коррелируются оценки, полученные на ЕГЭ с оценками на экзамене по математическим предметам в ВУЗе. Для эксперимента были рассмотрены данные о студентах Института информационных технологий и телекоммуникаций Северо-Кавказского федерального университета. С 2013 по 2016 гг. авторами статьи проводился статистический анализ баллов ЕГЭ первокурсников по профильной математике и результатов сдачи первой сессии.

Для сбора статистических данных были использованы статистические отчеты Регионального центра обработки информации [1] и экзаменационные ведомости. Исходя из таблицы перевода первичных баллов по ЕГЭ в тестовые составим таблицу перевода вторичных баллов в оценочную систему шкалой от 2 до 5. Полученные данные занесены в табл. 1.

Табл.1. Оценки по математике (ЕГЭ)

| Оценка | Баллы |
|---|---|
| отлично | 65–100 |
| хорошо | 47–64 |
| удовлетворительно | 24–46 |
| неудовлетворительно | 0–23 |

Составим таблицу балльной системы оценивания студентов университета по результатам сессии (табл. 2).

Табл. 2. Балльная система университета

| Оценка | Баллы |
|---|---|
| отлично | 88–100 |
| хорошо | 72–87 |
| удовлетворительно | 53–71 |
| неудовлетворительно | 0–53 |

Проведем исследование на примере 2013 г. После сортировки статистических данных, мы получили табл. 3.

Табл. 3. Статистические данные (X – данные по экзамену по математике в университете, Y – данные по экзамену ЕГЭ)

| X \ Y | 11,5 | 35 | 55,5 | 82,5 | $n_x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 26,5 | 0 | 3 | 2 | 2 | 7 |
| 62 | 0 | 17 | 20 | 5 | 42 |
| 79,5 | 0 | 25 | 39 | 18 | 82 |
| 94 | 0 | 12 | 18 | 19 | 49 |
| $n_y$ | 0 | 57 | 79 | 44 | 180 |

Определим выборочное корреляционное отношение $\eta_{yx}$, с помощью которого выясним зависимость оценки по ЕГЭ от оценки по экзамену в университете:

$$y_{cp} = \left(\sum n_y \cdot y\right)\Big/ n \quad . \tag{1}$$

По формуле 1 вычислим общую среднюю $y_{cp} = 55,60833$.

По формуле

$$y(x_i)_{cp} = \left(\sum x \cdot y\right)\Big/ n_{x_i} \quad , \tag{2}$$

вычислим условные средние по формуле 2:

$y(x=26,5)_{ср} =$ 54,42857
$y(x=62)_{ср} =$ 50,41667
$y(x=79,5)_{ср} =$ 55,17683
$y(x=94)_{ср} =$ 60,94898

По формуле

$$\sigma(y)_{cp} = \sqrt{\left(\sum n_y \left(y - y_{cp}\right)^2\right)\Big/ n} \quad ,$$

вычислим общее среднее квадратическое отклонение:



УДК 517.53+519.688

# ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБЛАСТЕЙ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Ж. А. КАРИМОВ
Институт математики при Национальном университете Узбекистана
Ташкент, Узбекистан

Теория функций комплексного переменного или комплексный анализ является одним из важных разделов высшей математики для естественно-научных направлений. Комплексный анализ является необходимым для понимания и усвоения таких предметов как математическая физика, аэродинамика, гидродинамика. Как показывает практика, у студентов возникают трудности при геометрическом изображении областей, заданных на комплексной плоскости. Еще большие трудности студенты испытывают при нахождении образов областей с помощью элементарных функций комплексного переменного. В решении этих проблем могут помочь компьютерные программы. Например, Maple, MathCad и другие. Эти программы облегчают построение областей на комплексной плоскости, а также позволяют точнее и нагляднее нарисовать эти области.

Рассмотрим примеры с помощью программы Maple.

Пример 1 ([1]). Построить кольцо $r \le |z - z_0| \le R$, $r < R$.

Приведем команды, которые будут использованы для этого.

```
> with(plots);
> r <= `|z-z0|<R`; z0 := 1+2*I; r := 3; R := 5;
```

$$2 \le |z\text{-}z0| < R$$
$$z0 := 1 + 2\,\mathrm{I}$$
$$r := 3$$
$$R := 5$$

```
> p1 := implicitplot(subs(z = x+I*y, abs(z-z0) = R), x = Re(z0)-R-1 .. Re(z0)+R+1, y = Im(z0)-R-1 .. Im(z0)+R+1, filled = true, coloring = [white, grey], linestyle = 3):
> p2 := inequal({(x-Re(z0))^2+(y-Im(z0))^2 <= r^2}, x = Re(z0)-r .. Re(z0)+r, y = Im(z0)-r .. Im(z0)+r, color = grey):
> p3 := plot([Im(z0)+sqrt(r^2-(x-Re(z0))^2), Im(z0)-sqrt(r^2-(x-Re(z0))^2)], x = Re(z0)-r .. Re(z0)+r, y = Im(z0)-r .. Im(z0)+r, color = black, linestyle = 1):
> display(p2, p3, p1);
```

В результате получим чертеж, изображенный на рис. 1.

гического университета Евгений Кичак, третьим стал магистрант НГТУ Дмитрий Обухов.

В 2017 году оргкомитетом VIII Открытой олимпиады Белорусско-Российского университета по математике принято решение о проведении в рамках олимпиады соревнования школьников. К участию в соревновании приглашены команды всех гимназий и лицеев г. Могилева.

Открытая олимпиада Белорусско-Российского университета по математике продолжает давние традиции студенческих математических олимпиад и, в то же время, имеет свои традиции и особенности, отличающие её от других существующих математических соревнований. Проведение олимпиады в форме тестирования позволяет исключить при оценивании работ какую-либо субъективность, а участие в соревновании студентов старших курсов и аспирантов значительно повышает общий математический уровень участников. Во время выполнения участниками олимпиадных заданий преподаватели, руководители команд, имеют возможность принять участие в работе международного научно-практического семинара по вопросам математического образования в вузах. Большую помощь в проведении олимпиады традиционно оказывают оргкомитету студенты-волонтёры.

Из задач, стоящих перед оргкомитетом, мне хотелось бы отметить необходимость увеличения количества оригинальных, авторских, задач, расширение географии участников, привлечение большего количества команд зарубежных, преимущественно европейских, университетов.

Проведение международных математических олимпиад не только позволяет выявить наиболее одарённых студентов и повысить качество образования, но способствует также установлению более тесных связей между университетами и развитию личных контактов между студентами и преподавателями из различных стран.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Замураев, В. Г.** Открытая олимпиада Белорусско-Российского университета по математике: история, особенности, перспективы / В. Г. Замураев // Математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Респ. науч.- практ. конф., Минск, 30 окт. 2013 г. – Минск : БГПУ, 2013. – С. 23–25.

2. **Замураев, В. Г.** Об участии студентов Белорусско-Российского университета в олимпиадах по математике / В. Г. Замураев // Образование, наука и производство в XXI веке: современные тенденции развития : материалы юбилейной междунар. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С.12–13.

3. **Zamuraev, V. G.** The Online Mathematics Competition for Students of European Universities Octobertest 2015 / V. G. Zamuraev // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях : материалы междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С.22–24.



$$\sigma(y)_{cp} = 17,64277.$$

Вычислим межгрупповое среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_{y(cp.)x} = \sqrt{\left(\sum n_x \left(y_{cp_x} - y_{cp}\right)^2\right) \Big/ n},$$

$$\sigma_{y(cp.)_x} = 3,767298.$$

Вычислим выборочное корреляционное отношение:

$$\eta_{yx} = \sigma_{y(cp.)_x} \Big/ \sigma(y)_{cp}, \quad \eta_{yx} = 0,213532.$$

Из полученного результата следует, что корреляционное отношение близко к 0, т.е. оценки по ЕГЭ слабо зависимы от оценок по экзамену в университете. Как следует из проведенных исследований, высокие результаты по математике по ЕГЭ в 2013 г. совершенно не отражают истинной математической подготовки сдававших. Многие из них получили низкие баллы по экзаменам, а некоторые были даже отчислены.

Как показал анализ исследований, проведенных по результатам вступительных кампаний 2014–2016 гг., ужесточение правил проведения ЕГЭ привело к тому, что средний балл поступающих упал в 2014 г, а в 2015 и 2016 гг. начал расти. Исследования, проведенные авторами, показали, что связь между баллами ЕГЭ по профильной математике и успешностью сданной сессии существует, и достаточно высока.

Рекомендации, сделанные авторами статьи, позволили более качественно провести приемную кампанию 2014–2016 гг. Средний балл поступающих за последние 2 года вырос более чем на 10 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Статистический сборник о результатах ЕГЭ и ГИА 2013–2016 гг. – РЦОИ СК, 2016, – 202 с.

УДК 378

# ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ПО МАТЕМАТИКЕ

В. Г. ЗАМУРАЕВ
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»
Могилев, Беларусь

Открытая олимпиада Белорусско-Российского университета по математике (международная студенческая олимпиада MathOpen Belarus) – ежегодное математическое состязание студентов и аспирантов высших учебных заведений, которое проводится в Могилёве, на базе Белорусско-Российского университета (БРУ), начиная с 2010 г. [1]. Идея проведения олимпиады принадлежит кафедре высшей математики, у истоков олимпиады, кроме автора, стояли зав. кафедрой Л. В. Плетнев и ст. преп. Н. И. Мильянова, занимавшаяся также подбором и составлением задач первых четырёх олимпиад. В организационный комитет олимпиады входят представители руководства университета и преподаватели кафедры высшей математики.

Первая олимпиада состоялась 20 февраля 2010 г. и фактически являлась областной: в соревновании приняли участие студенты пяти вузов Могилёвской области, всего 41 участник. Соревнование проводилось в личном первенстве в форме компьютерного тестирования. Участникам было предложено 20 заданий повышенной сложности, на выполнение которых отводилось 3 часа. Победителем первой олимпиады стал студент второго курса экономического факультета Белорусско-Российского университета Андрей Ефремов, серебро и бронзу завоевали студенты Белорусско-Российского университета Михаил Дроздов и Евгений Ефименко.

Во второй олимпиаде, которая была проведена 19 февраля 2011 г., кроме студентов пяти вузов области, приняли участие студенты двух вузов Российской Федерации: Ивановского государственного энергетического университета имени В. И. Ленина (ИГЭУ) и Тульского государственного университета (ТулГУ). Вне конкурса в режиме онлайн в тестировании приняли участие пять студентов Марийского государственного технического университета (МарГТУ) из г. Йошкар-Олы. Победителем второй олимпиады стал студент БРУ Михаил Дроздов, второе и третье места заняли студенты ТулГУ Михаил Никишин и Андрей Климов. В третьей олимпиаде, состоявшейся 18 февраля 2012 г., участвовали студенты трёх вузов Могилёвской области и четырёх вузов России: кроме ИГЭУ, МарГТУ и ТулГУ, в соревновании приняли участие студенты Обнинского института атомной энергетики. Золото третьей олимпиады завоевал студент ИГЭУ Александр Малышев, второе и третье места заняли соответственно студент



Белорусско-Российского университета Михаил Дроздов и студент ТулГУ Юрий Басалов.

Начиная с четвёртой олимпиады, правила проведения соревнований были несколько изменены: участвовать в олимпиаде было разрешено не только студентам, но и аспирантам, максимальное количество участников от одного вуза было сокращено до двух человек, при этом вузам была предоставлена возможность дополнительного включения в команду победителей олимпиад прошлых лет. Четвёртая олимпиада состоялась 21 февраля 2013 г., в соревновании приняли участие 50 студентов и аспирантов различных специальностей из 24 вузов Беларуси, Кыргызстана, Македонии, России, Словении и Таджикистана. Участникам было предложено для решения 30 заданий, которые следовало выполнить в течение 5 часов. При подсчёте количества набранных баллов учитывались коэффициенты сложности заданий. По результатам проведенного тестирования были определены победители олимпиады – 12 обладателей дипломов 1–3 степени, шести участникам были вручены поощрительные дипломы. Победителем олимпиады стал магистрант Белорусско-Российского университета Андрей Ефремов, золотые медали завоевали также аспирант Северо-Восточного федерального университета (г. Якутск) Виктор Марков и аспирант Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ) Олег Басков.

В пятой олимпиаде, состоявшейся 20 февраля 2014 г., приняли участие 52 студента и аспиранта из 25 вузов Беларуси, Казахстана, Польши, России, Словении и Таджикистана. Первое место завоевал аспирант СПбГУ Олег Басков, второе – студент Таджикского национального университета (ТНУ) Пирахмад Олимджони, третье – студент Новосибирского государственного технического университета (НГТУ) Дмитрий Обухов.

В шестой олимпиаде, состоявшейся 19 февраля 2015 г. и впервые проводившейся в рамках Могилёвского фестиваля науки [2], приняли участие 49 студентов и аспирантов из 24 вузов Беларуси, Кыргызстана, Польши, России, Словении, Таджикистана и Эстонии. Победителем олимпиады стал студент Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (МГУ им. М. В. Ломоносова) Роман Почеревин. Золотые медали завоевали также студент Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины Вячеслав Мурашко и студент ТНУ Пирахмад Олимджони. В октябре 2015 года организаторами олимпиады было проведено ещё одно конкурсное мероприятие – онлайн-соревнование по математике для студентов европейских университетов Octobertest 2015 [3]. Абсолютным победителем соревнования стал студент МГУ им. М. В. Ломоносова Роман Почеревин.

Седьмая олимпиада состоялась 18 февраля 2016 г., в соревновании приняли участие 39 студентов и аспирантов из 17 вузов Беларуси, Польши, России, Сербии и Таджикистана. Победителем олимпиады стал студент СПбГУ Будимир Баев, второе место занял студент Московского техноло-