

УДК 629.113-598.001.66

**И. С. Сазонов, д-р техн. наук, А. Т. Скойбеда, д-р техн. наук,  
А. Г. Красневский, д-р техн. наук, В. А. Ким, д-р техн. наук,  
О. В. Билык, канд. техн. наук, Н. П. Амельченко, канд. техн. наук**

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЕДЕЛЬНОГО АВТОПОЕЗДА С УЧЕТОМ ОТРЫВА УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС ТЯГАЧА**

В работе представлена математическая модель движения седельного автопоезда, основанная на использовании уравнений неголономных связей, позволяющая решать обратные задачи динамики движения автопоезда (определение реакций связей колес с опорной поверхностью и силы взаимодействия между звеньями автопоезда). Приведены результаты моделирования движения автопоезда в транспортном и тормозном режимах его движения по криволинейной траектории на ПЭВМ. Предложены способы представления результатов моделирования движения автопоезда, дающие оценку устойчивости его движения, и алгоритм управления экстренным торможением, исключающий складывание его звеньев.

При комплексной оценке динамического состояния автопоезда при торможении наибольший интерес представляют исследования силового взаимодействия между звеньями поезда, а также силы в контакте колес с опорной поверхностью. По характеру изменения этих сил можно прогнозировать поведение звеньев автопоезда в последующие моменты времени. Кроме того, анализ изменения указанных сил позволит разработать критерий формирования сигналов управления исполнительными механизмами автопоезда для разработки эффективных алгоритмов управления его движением, повышающих устойчивость, управляемость и безопасность. Основными факторами, влияющими на силы взаимодействия между звеньями поезда и в контакте его колес с опорной поверхностью, являются формируемые водителем сигналы управления: углы поворота управляемых колес, тормозные и тяговые моменты, аэродинамические силы, характеристики опорной поверхности. Все эти факторы отражаются на силах в контакте колес с опорной поверхностью, а предельные значения этих сил, в свою очередь, ограничены физико-механическими свойствами шин и характеристиками опорной поверхности. В настоящей работе поставлена задача исследования влияния стабильно-

сти контактов управляемых колес тягача седельного автопоезда с опорной поверхностью на параметры его курсового движения.

Математическую модель движения автопоезда, с известными допущениями, можно представить в виде двух моделей – модель колебательного движения масс автопоезда (рис. 1, а) и модель курсового движения автопоезда (рис. 1, б).

Колебательная модель позволяет производить спектральный анализ изменений нормальных реакций колес на опорную поверхность. Следовательно, задачей спектрального анализа является прогноз стабильности контакта колес автопоезда с опорной поверхностью. С целью проведения спектрального анализа колебаний нормальных реакций колес используется преобразование Лапласа, которое позволяет определить передаточные функции при нулевых начальных условиях. Оригиналы обобщенных координат, скоростей и ускорений  $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$  представляются в форме Лапласа при нулевых начальных условиях в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{q}_i(i\omega) &\rightarrow z_i; & i\omega \cdot \bar{q}_i(i\omega) &\rightarrow \dot{q}_i; \\ (i\omega)^2 \bar{q}_i(i\omega) &\rightarrow \ddot{q}_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{q}_i(i\omega)$  – общее решение уравнений в

комплексной плоскости;  $i$  – комплексное число,  $i = \sqrt{-1}$ ;  $\omega$  – круговая частота.

Систему уравнений колебаний масс автопоезда с учетом уравнений (1) можно представить в виде

$$\sum_1^i a_i(i\omega) \cdot \bar{q}_i + (i \cdot \omega) \sum_1^i b_i(i\omega) \cdot \bar{q}_i + (i\omega)^2 \sum_1^i d_i(i\omega) \cdot \bar{q}_i = \bar{C}_i(i\omega), \quad (2)$$

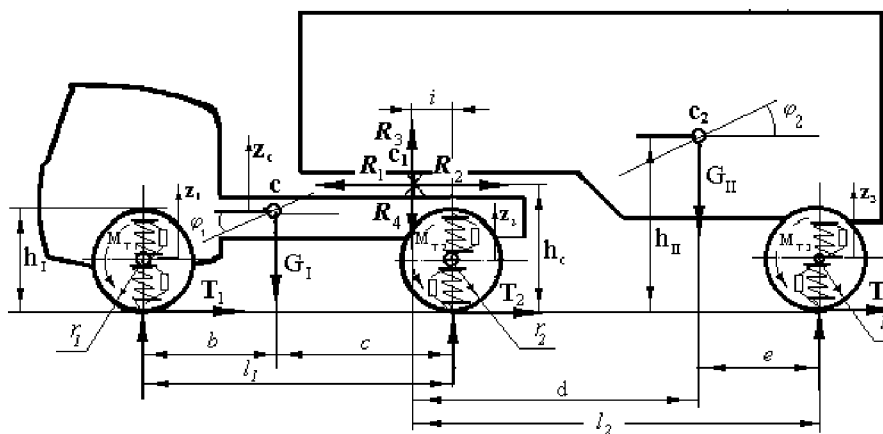
где  $a_i(i\omega)$ ,  $b_i(i\omega)$ ,  $d_i(i\omega)$ ,  $\bar{C}_i(i\omega)$  – комплексные параметры.

При проведении расчетов сделаны

допущения: колеса правого и левого бортов машины подвержены воздействиям неровностей опорной поверхности с запаздыванием  $\tau_1, \tau_2, \tau'_1, \tau'_2$ .

Спектральный анализ колебаний масс показывает, что при движении автопоезда по асфальтобетонному шоссе со скоростью  $V = 80$  км/ч диапазон частот воздействия составляет  $20 \dots 25$  с<sup>-1</sup>. В этом диапазоне частот воздействия вероятность разгрузки переднего моста тягача от величины его статической нагрузки составляет 0,45.

а)



б)

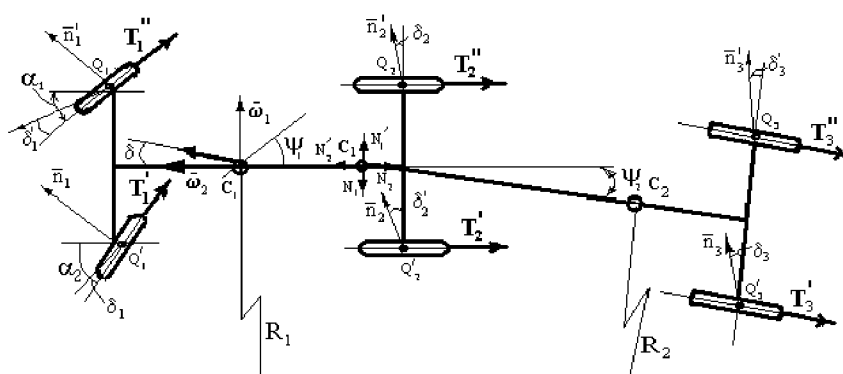


Рис. 1. Расчетные схемы седельного автопоезда

Результаты среднеквадратичных отклонений изменения вертикальной нагрузки на переднем мосту тягача седельного автопоезда приведены на рис. 2.

Совокупность динамических и кинематических уравнений в процессе их решения однозначно определяет положение звеньев автопоезда в любой мо-

мент времени, а также боковые реакции, действующие на колеса автопоезда со стороны опорной поверхности. Такая постановка задачи позволяет решить

прямую и обратную задачи динамики, для которых требуются динамические уравнения и уравнения кинематических связей.

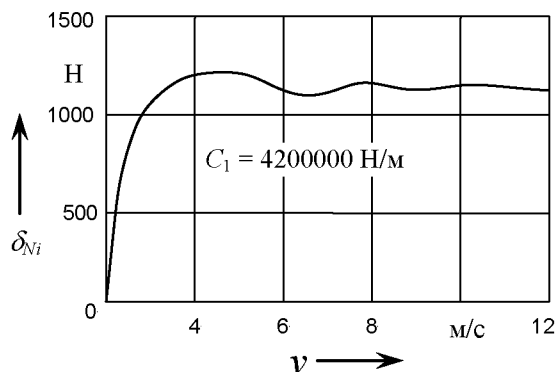


Рис. 2. Изменение среднеквадратичных отклонений нормальной реакции на переднем мосту тягача автопоезда

Система дифференциальных уравнений курсового движения автопоезда с учетом коэффициентов сопротивления уводу шин может быть представлена в виде

$$\sum_1^n \sum_1^k A_{ij} \ddot{q}_i = \sum_1^n C_i + \sum_1^l \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial \dot{q}_i}, \quad (3)$$

где  $\lambda_i$  – неопределенные множители Лагранжа, представляющие собой суть боковые реакции колес со стороны опорной поверхности;  $\dot{q}_i$  – обобщенные скорости;  $\frac{\partial f_i}{\partial \dot{q}_i}$  – градиенты от уравнений связей колес с опорной поверхностью;  $i$  – число колес автопоезда.

Так как отрыв колес машины можно интерпретировать как частный случай скольжения колес, при котором происходит полная потеря управляемости, то для данных колес уравнения кинематических связей не входят в общее уравнение движения автопоезда. То есть уравнение движения автопоезда с учетом отрыва колес (4) отличается от уравнения (3) тем, что в правой части уравнения исключаются члены с частными производными от уравнений свя-

зей качения колеса. Таким образом, порядок системы дифференциальных уравнений движения автопоезда при отрыве управляемых колес понижается:

$$\sum_1^n \sum_1^k A_{ij} \ddot{q}_i = \sum_1^n C_i^{omp} + \sum_1^m \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial \dot{q}_i}, \quad (4)$$

где  $\lambda_m$  – неопределенные множители от уравнений связей для колес, сохранивших контакт с опорной поверхностью;  $f_m$  – уравнения связей колес, сохранивших контакт с опорной поверхностью.

При численном интегрировании уравнений движения поезда с отрывом и без отрыва управляемых колес использовался метод припасовывания. Уравнения движения автопоезда при наличии бокового скольжения отличаются от уравнений (3) тем, что в правой части дифференциальных уравнений  $\lambda_m \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} = \text{const}$ , т. е. уравнения связей отпадают. Численные значения этих констант определяются из условия сцепления колес с опорной поверхностью:

$$\lambda_i \leq N_i \cdot \varphi_{исч},$$

где  $N_i$  – нормальная реакция  $i$ -го колеса на опорную поверхность;  $\varphi_{i\text{сц}}$  – коэффициент сцепления  $i$ -го колеса с опорной поверхностью.

В процессе моделирования, если  $\lambda_i < N_i \cdot \varphi_{i\text{сц}}$  (скольжение пятна контакта колес относительно опорной поверхности), для дальнейших расчетов принимается  $\lambda_i = N_i \cdot \varphi_{i\text{сц}}$ . Если  $\lambda_i > N_i \cdot \varphi_{i\text{сц}}$  и  $N_i < 0,5N_{i\text{ст}}$  ( $N_{i\text{ст}}$  – статическая нагрузка на колесо), то подразумевается условный отрыв колес.

Во всех случаях при скольжении и отрыве колес машины исключаются соответствующие уравнения кинематических связей колес, а порядок системы дифференциальных уравнений (4) понижается.

При решении обратных задач динамики возникает необходимость в понижении порядка дифференциальных уравнений движения автопоезда. В этом случае можно воспользоваться квазикоординатами, а переход к обобщенным координатам можно осуществить с помощью матрицы:

$$q^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_0 & \sin \varphi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $q^{-1}$  – матрица, обратная матрице обобщенных координат  $q$ .

Для наглядного представления характера изменения курсового угла тягача, в зависимости от угла поворота его управляемых колес, результаты расчетов на ПЭВМ удобнее представлять в виде фазовых диаграмм (рис. 3 и 4).

На рис. 3 представлена диаграмма изменения угловой скорости вращения продольной оси тягача (изменение зависит от скорости вращения рулевого колеса при движении автопоезда по траектории «змейка» без отрыва (1) и с отрывом управляемых колес (2)).

На рис. 4 представлена диаграмма изменения угловой скорости поворота продольной оси тягача (изменение зависит от угловой скорости поворота управляемых колес тягача при условии отсутствия отрыва и наличии отрыва управляемых колес тягача автопоезда).

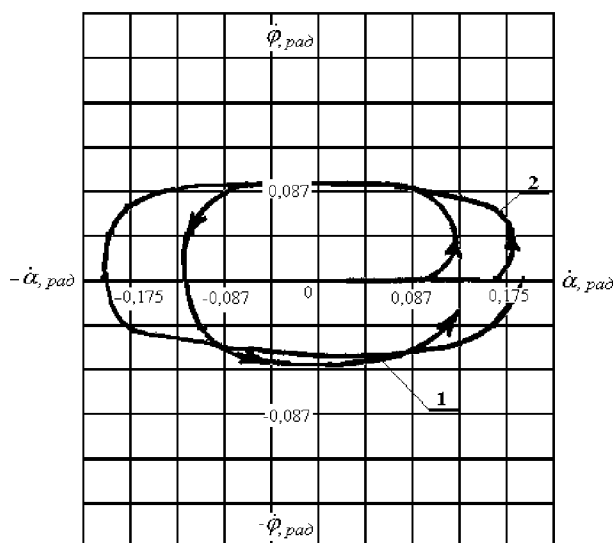


Рис. 3. Диаграмма изменения продольной угловой скорости вращения тягача: 1 – без отрыва колес; 2 – с отрывом колес

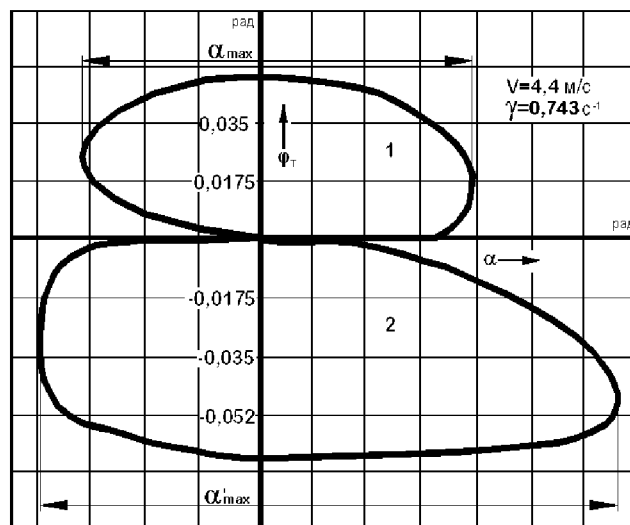


Рис. 4. Фазовая диаграмма изменения угла поворота остова тягача (изменение зависит от угла поворота управляемых колес при совершении поездом маневра «переставка»)

Как видно из рис. 3 и 4, амплитуда скорости поворота управляемых колес тягача заметно возрастает при движении с отрывом (кривая 2) в отличие от движения без отрыва управляемых колес тягача (кривая 1).

Проанализировав рис. 3 и 4, можно сделать вывод, что для удержания поезда на заданных траекториях движения водитель вынужден увеличивать скорость вращения управляемых колес тягача, увеличивая тем самым кривизну траектории центров масс звеньев поезда, что в итоге может привести к боковому скольжению колес. Поэтому при необходимости придания больших угловых скоростей вращения управляемых колес, превышающих физические возможности водителя, для обеспечения устойчивости курсового движения автопоезда необходима автоматическая система стабилизации.

Фазовые диаграммы позволяют наглядно оценить устойчивость и управляемость автопоезда при его движении по криволинейной траектории, а также провести анализ влияния стабильности контакта управляемых колес

с опорной поверхностью на характеристику поворота.

Результаты моделирования показывают, что периоды нечувствительности изменения курсового угла самого тягача заметно возрастают при его движении с отрывом управляемых колес (см. рис. 3 и 4).

Проведенные результаты расчета с относительно большими частотами отрыва управляемых колес ( $N = 0,6$  отр./с) показывают, что параметры поворота управляемых колес тягача практически не оказывают влияния на угловые координаты курсового движения звеньев автопоезда, т. е. рассматриваемая система практически не управляема.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сазонов, И. С. Динамика колесных машин / И. С. Сазонов, П. А. Амельченко, В. А. Ким. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2006. – 461 с.
2. Пат. 2299140 РФ, МКИ<sup>6</sup> В 60 Т С 1. Способ регулирования торможением автопоезда / И. С. Сазонов [и др.] ; заявитель и патентообладатель Белорус.-Рос. ун-т. – № 2005132206/11 ; заявл. 18.10.05 ; опубл. 20.05.07, Бюл. № 14. – 5 с. : ил.

3 Пат. 9589 ВУ, МПК В 60Т 8/00 С1.  
Способ регулирования торможением автопоезда  
/ И. С. Сазонов [и др.] ; заявитель и патентооб-

ладатель Белорус.-Рос. ун-т. – № 20041020 ; за-  
явл. 11.08.04 ; опубл. 19.04.07, Бюл. № 14. –  
5 с. : ил.

Белорусско-Российский университет  
Материал поступил 07.07.2009

**I. S. Sazonov, A. T. Skojbeda, A. G. Krasnevsky,  
V. A. Kim, O. V. Bilyk, N. P. Amelchenko**  
**Modelling of movement of saddle-type articulated  
lorry taking into account the separation of operated  
wheels of the tractor**

In the work the mathematical model of movement of a saddle-type articulated lorry, based on use of the equations of nonholonomic constraints, allowing to solve of inverse problems of dynamics of movement of the lorry (definition of reactions of constraints of wheels with a bearing area and forces of interaction between lorry links) is presented. The results of modelling of movement of the lorry in transport and in brake modes of its movement on a curvilinear trajectory on PC are presented. The ways of representation of the results of modelling of movement of the lorry, which make it possible to estimate stability of its movement and algorithm of emergency braking control, excluding folding of its links are offered in the article.