

УДК 621.83.06

*И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПОСРЕДСТВОМ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ТЕЛ КАЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДЕЛИ

UDC 621.83.06

*I. S. Sazonov, M. Y. Lustenkov, A. P. Prudnikov, E. S. Fitsova*

## THE DETERMINATION OF THE OPTIMUM GEOMETRY OF ENGAGEMENT BY MEANS OF INTERMEDIATE ROLLI

### Аннотация

Разработана пространственная модель зацепления посредством промежуточных тел качения сферической формы. Составлена система уравнений кинетостатического равновесия, отличающаяся учетом угловой скорости вращения тела качения относительно своего центра масс. Определены оптимальные геометрические параметры основных звеньев передачи по критерию максимального КПД.

### Ключевые слова:

тела качения, передача, редуктор, зацепление, КПД, система уравнений, угловая скорость, крутящий момент.

### Abstract

The three-dimensional model of engagement by means of intermediate rolling bodies of a spherical form is developed. The system of equations of kinetostatic equilibrium is created, which is distinct by taking into account the angular velocity of rotation of a rolling body relative to its center of mass. The optimum geometrical parameters of basic transmission links are determined under the criterion of maximum efficiency factor.

### Key words:

rolling bodies, transmission, reduction gear, engagement, efficiency factor, system of equations, angular velocity, torque.

### Введение

Развитие современного механического привода связано с применением новых материалов, покрытий, новых видов термообработки и упрочнения, повышением точности изготовления контактирующих деталей. В связи с практически исчерпанными резервами повышения долговечности и передаваемой мощности «традиционных» зубчатых зацеплений путем совершенствования их конструкции и геометрии разработчики приводной техники все чаще обращают внимание на механические передачи новых типов.

Исследованиями и разработкой передач с промежуточными телами качения (ППТК) занимаются в Республике Беларусь, России, США, Китае и других странах. Эти передачи отличаются малой энергоемкостью и высокой нагрузочной способностью, так как передаваемая мощность распределяется одновременно по нескольким потокам (телам качения). Мировую известность приобрели редукторы TwinSpin словацкой фирмы «Спинея» (Spinea). В Могилевском машиностроительном институте (ММИ, МГТУ, Белорусско-Российский университет) ППТК начали исследовать в 70-х гг. прошлого столетия, то-

гда же сформировалась научная школа по данному направлению. В редукторах, получивших широкое промышленное применение, чаще всего траектории центров тел качения располагаются на плоскости (ППТК плоского типа). Широкие исследования передач плоского типа приведены в [1].

ППТК с осевым перемещением центров тел качения, т. е. с их траекториями, расположенными на цилиндрической поверхности (ППТК цилиндрического типа), менее распространены. Результаты их исследований отражены в [2] и других публикациях. Среди зарубежных исследований в этом направлении следует отметить работу румынских ученых [3], а также патенты на конструкции передач и автомобильных дифференциалов разработчиков из США, Японии и Германии. Передачи цилиндрического типа имеют дополнительное преимущество, такое как малогабаритность в радиальном направлении, что определяет перспективы их применения в бурении скважин и схожих областях. Актуальными остаются

задачи повышения технического уровня данных передач, включающие повышение нагрузочной способности и снижение потерь мощности.

*Целью данной работы являлось определение рациональных геометрических параметров зацепления усовершенствованной передачи цилиндрического типа [4] на основе разработанных математических моделей движения тела качения. При этом необходимо учесть влияние его относительной угловой скорости на КПД, которое ранее не рассматривалось в известных работах.*

#### *Конструкция, принцип работы и модель исследуемой передачи*

Конструкция передачи представлена на рис. 1 и 2. Внутренний кулачок 1 является ведущим звеном. Он может быть выполнен как цельным (см. рис. 1), так и составным. На наружной поверхности внутреннего кулачка выполнена беговая дорожка, по которой перемещаются тела качения 4. Они также перемещаются по беговой дорожке наружного кулачка 3.

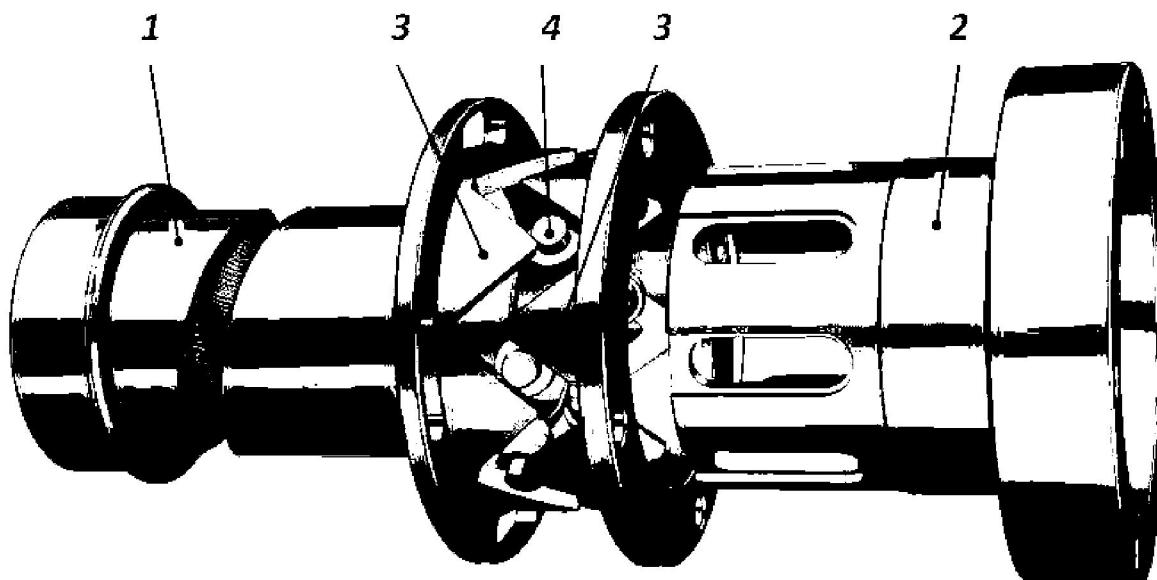


Рис. 1. Основные звенья передачи с промежуточными телами качения

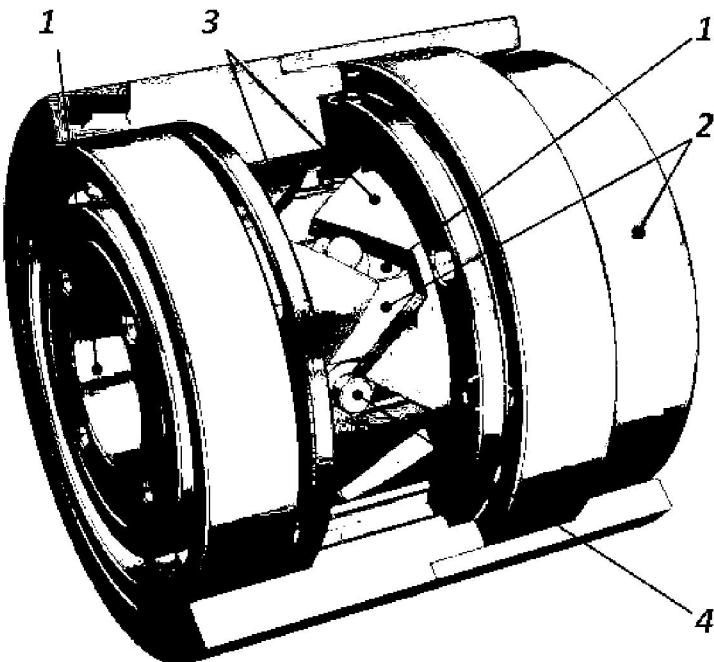


Рис. 2. Модель редуктора с промежуточными телами качения в сборе

Наружный кулачок является составным (разъемным). Он состоит из двух кулачков, закрепляемых в корпусе. Тела качения 4 в процессе работы передачи также перемещаются вдоль пазов сепаратора 2, который является выходным звеном. Передаточное число  $u$  определяется соотношением волн (периодов, выступов) беговых дорожек внутреннего кулачка  $Z_1$  ( $Z_1 = 1$ ) и наружного кулачка  $Z_3$ . Для рассматриваемой кинематической схемы  $u = Z_3 / Z_1 + 1$ .

Отличительными особенностями данной конструкции являются форма беговых дорожек, позволяющая повысить технологичность их изготовления, и использование в качестве тел качения составных роликовых сателлитов. Ролики представляют собой стержни-основания со втулками, которые могут вращаться относительно друг друга на этих основаниях. Тем самым снижаются потери на трение скольжения, т. к. каждая из втулок теоретически может обкатываться (а не скользить) по соответствующей поверхности контакта. Одна из составных частей наружного кулачка

имеет возможность ограниченно перемещаться относительно другой части вдоль оси передачи, тем самым компенсируя износ рабочих поверхностей кулачков.

На рис. 2 показана параметрическая 3D-модель редуктора. Основные звенья передачи базируются относительно корпуса и друг друга с помощью подшипников качения. Два опытных экземпляра редуктора были изготовлены и собраны, а проведенные испытания подтвердили их работоспособность.

Модель передачи представляет собой две взаимодействующие периодические кривые, замкнутые на цилиндрической поверхности. Эти кривые (цилиндрические кривые [2], кривые зацепления) являются эквивалентом беговых дорожек на кулачках, по которым перемещаются шарики или ролики (в модели – точки пересечения кривых). В качестве кривых зацепления могут использоваться синусоиды, циклоиды, кусочно-винтовые линии и др. Периодическое изменение координаты  $z$  происходит относительно средней линии (ок-

ружености). Средняя окружность (для цилиндрической кривой) расположена в плоскости  $xOy$  с центром в точке  $O$  и с радиусом  $R$ , равным радиусу окружности – образующей цилиндрической поверхности, где расположены кривые зацепления. На цилиндрической поверхности размещаются кривые с целым числом периодов  $Z_i$ , где  $i$  – индекс, обозначающий номер звена, которому принадлежит кривая (1 – внутренний кулачок; 3 – наружный кулачок).

Для анализа передачи удобно использовать развертку зацепления на плоскость. При применении в качестве тел качения роликов и при низких и средних частотах вращения валов (до 2000 об/мин) силы инерции незначительны, картина взаимодействия звеньев почти не искажается. Пространственное движение ролика можно рассматривать как плоскопараллельное. Разверткой кривой (плоской разверткой) является кривая, расположенная на плоскости, ордината которой определяется уравнением  $z = f(s)$ , где  $s$  – пара-

метр, изменяемый от 0 до  $2\pi R$ , выполняющий функцию дуговой координаты. Например, для синусоидальных кривых

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{A} \sin\left(\frac{\mathbf{Z}_i s}{R}\right), \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$  – амплитуда кривых зацепления, мм.

### **Силовой анализ зацепления и определение угловой скорости тела качения**

Рассмотрим схемы силового взаимодействия основных звеньев зацепления (рис. 3), которые периодически чередуются в процессе движения тела качения (ролика) 4. Тело качения перемещается по поверхности беговой дорожки внутреннего кулачка 1, движущейся вправо в рассматриваемом случае (см. рис. 3) на развертке, по неподвижной поверхности беговой дорожки наружного кулачка 3 и вертикально вдоль пазов сепаратора 2. Одна схема сменяется другой при попадании тела качения на вершины кривой.

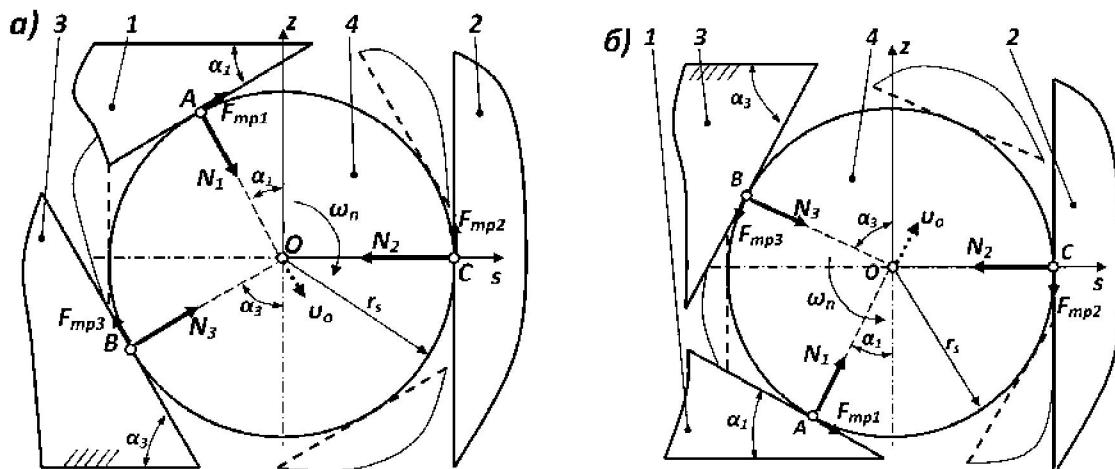


Рис. 3. Схемы силового взаимодействия основных звеньев передачи: а – при движении ролика вверх; б – при движении ролика вниз

Две схемы зацепления эквивалентны, принципиально не отличаются и на значение сил в зацеплении влияния не оказывают.

Уравнения плоскопараллельного движения ролика:

$$m_s \frac{R}{u} \ddot{\phi}_1 = (\sin(|\alpha_1|) + f \cos(|\alpha_1|)) \mathbf{N}_1 - \\ - \mathbf{N}_2 + (\sin(|\alpha_3|) - f \cos(|\alpha_3|)) \mathbf{N}_3; \quad (2)$$

$$m_s \ddot{z}_o = \text{sign}(\alpha_1) (-\cos(|\alpha_1|) + \\ + f \sin(|\alpha_1|)) \mathbf{N}_1 - \text{sign}(\alpha_1) f \mathbf{N}_2 + \\ + \text{sign}(\alpha_1) (\cos(|\alpha_3|) + f \sin(|\alpha_3|)) \mathbf{N}_3; \quad (3)$$

$$J_n \dot{\phi}_s = \text{sign}(\alpha_1) r_s f (-\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_3), \quad (4)$$

где  $\mathbf{N}_1$ ,  $\mathbf{N}_2$ ,  $\mathbf{N}_3$  – нормальные реакции взаимодействия ролика с внутренним кулачком, сепаратором и наружным кулачком соответственно, Н;  $f \mathbf{N}_i = \mathbf{F}_{tpi}$  (где  $\mathbf{F}_{tp1}$ ,  $\mathbf{F}_{tp2}$ ,  $\mathbf{F}_{tp3}$  – силы трения скольжения, вызываемые соответствующими реакциями, Н);  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$  – углы подъема кривых зацепления, рад;  $m_s$  – масса тела качения, кг;  $r_s$  – радиус тела качения, м;  $f$  – коэффициент трения скольжения;  $\Phi_1$  – угол поворота ведущего вала (внутреннего кулачка), рад;  $\ddot{z}_o$  – ускорение центра ролика в относительном движении (вдоль пазов сепаратора),  $\text{м/с}^2$ ;  $J_n$  – осевой момент инерции тела качения относительно оси, перпендикулярной плоскости развертки и проходящей через центр масс тела качения ( $J_n = 0,5 m_s r_s^2$  – для ролика),  $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ .

Рассмотрим равномерное вращение ведущего вала ( $\omega_1 = \dot{\phi}_1 = \text{const}$ ,  $\dot{\Phi}_1 = 0$ ) и синусоидальный тип кривых зацепления (кривые описываются уравнением (1)).

Ускорение центров тел качения вдоль оси передачи определяется как вторая производная по времени от выражения, определяющего неподвижную кривую зацепления [4]. Для синусоидальных кривых это вторая производная по времени от выражения (1) для кривой наружного кулачка ( $i = 3$ ):

$$\ddot{z}_o = \frac{A Z_3^2}{u^2} \omega_1^2 \sin\left(Z_3 \frac{\Phi_1}{u}\right). \quad (5)$$

Система уравнений (2)...(4) упростится с учетом приведенных выше допущений:

$$\mathbf{N}_2 = (\sin(|\alpha_1|) + f \cos(|\alpha_1|)) \mathbf{N}_1 + \\ + (\sin(|\alpha_3|) - f \cos(|\alpha_3|)) \mathbf{N}_3; \quad (6)$$

$$\frac{A Z_3^2 m_s}{u^2} \omega_1^2 \sin\left(Z_3 \frac{\Phi_1}{u}\right) = \text{sign}(\alpha_1) \times \\ \times (-\cos(|\alpha_1|) + f \sin(|\alpha_1|)) \mathbf{N}_1 - \\ - \text{sign}(\alpha_1) f \mathbf{N}_2 + \text{sign}(\alpha_1) \times \\ \times (\cos(|\alpha_3|) + f \sin(|\alpha_3|)) \mathbf{N}_3; \quad (7)$$

$$J_n \dot{\phi}_s = \text{sign}(\alpha_1) r_s f (-\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_3). \quad (8)$$

Реакция  $\mathbf{N}_2$  считается заданной и предварительно определяется по формуле

$$\mathbf{N}_2 = \frac{\mathbf{M}_2}{R \cdot n \cdot k_r \cdot k_{nr} \cdot k_s \cdot k_{ns}}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{M}_2$  – крутящий момент на выходном валу, Н·м;  $n$  – число тел качения в зацеплении;  $k_r$  – количество рядов передач в редукторе;  $k_{nr}$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по рядам редуктора;  $k_s$  – коэффициент, учитывающий ненагруженность некоторого количества тел качения в процессе работы передачи;  $k_{ns}$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки среди тел качения.

В данной работе рассмотрен идеальный случай, когда коэффициенты  $k_r$ ,  $k_{nr}$ ,  $k_s$ ,  $k_{ns}$  равны единице.

Система трех уравнений (6)...(8) содержит три неизвестные величины: реакции  $\mathbf{N}_1$  и  $\mathbf{N}_3$  и угловую скорость  $\omega_n$ . С помощью программы MathCAD была предпринята попытка в численном виде решить данную систему. При этом величины нормальных реакций,

сил трения соответственно, углов подъема и угловой скорости тела качения рассматривались как функции от угла поворота ведущего вала  $\varphi_1$ . Он, в свою очередь, был представлен как функция от времени при равномерном движении:  $\varphi_1 = \omega_1 t$ .

К сожалению, применение современных математических программ не позволило решить данную задачу. Предположительно это связано с тем, что при попадании тела качения на участки, близкие к вершинам кривых, резко возрастают значения нормальных реакций, а на самих вершинах они стремятся к бесконечности. На самом деле, тело качения, попадая на эти участки, перестает передавать нагрузку, а она распределяется между другими телами качения. Данное обстоятельство вызвало необходимость упрощения системы (5)...(8). В соответствии с этим значения действительных углов подъема кривых, изменение которых подчиняется гармоническому закону, были заменены на средние их значения. Средние углы подъема, в свою очередь, определяются по следующей формуле:

$$\alpha_{\text{icp}} = \arctg(2Z_i A_i / (\pi R_i)).$$

Синусоидальные кривые, таким образом, преобразуются в кусочно-винтовые, т. е. в совокупность восходящих и нисходящих отрезков винтовой линии, замкнутую на цилиндрической поверхности. В этом случае  $\ddot{z}_0 = 0$ , так как скорость центра тела качения вдоль оси **Oz** **Os** и вдоль оси **Oz** будет постоянной.

Таким образом, система уравнений (6)...(8) упростится:

$$\begin{aligned} N_2 &= (\sin(|\alpha_1|) + f \cos(|\alpha_1|)) N_1 + \\ &+ (\sin(|\alpha_3|) - f \cos(|\alpha_3|)) N_3; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} fN_2 &= (-\cos(|\alpha_1|) + f \sin(|\alpha_1|)) N_1 + \\ &+ (\cos(|\alpha_3|) + f \sin(|\alpha_3|)) N_3; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\omega_n = \text{sign}(\alpha_1) \frac{2}{m_s r_s} f (-N_1 + N_2 - N_3) \quad (12)$$

Из первых двух уравнений системы (10)...(12) однозначно определяются неизвестные  $N_1$  и  $N_3$ :

$$\begin{aligned} N_1 &= N_2 \left( \frac{\cos \alpha_{3sr} + f \sin \alpha_{3sr}}{\sin \alpha_{3sr} - f \cos \alpha_{3sr}} - f \right); \\ &: [\cos \alpha_{1sr} - f \sin \alpha_{1sr} + \\ &+ \frac{\sin \alpha_{1sr} + f \cos \alpha_{1sr}}{\sin \alpha_{3sr} - f \cos \alpha_{3sr}} \times \\ &\times (\cos \alpha_{3sr} + f \sin \alpha_{3sr})]; \end{aligned} \quad (13)$$

$$N_3 = \frac{N_2 - N_1 (\sin \alpha_{1sr} + f \cos \alpha_{1sr})}{\sin \alpha_{3sr} - f \cos \alpha_{3sr}}. \quad (14)$$

Выражения (13)...(14) для определения сил отличаются от уже полученных в [4, 5]. Это связано с изменением конструкции передачи: в [5] исследуется передача с сепаратором, являющимся наружным звеном, в исследуемой конструкции это звено промежуточное.

Угловая скорость тела качения определится из решения третьего дифференциального уравнения системы (13)...(14):

$$\begin{aligned} \omega_n &= \int \left( \text{sign}(\alpha_1) \frac{2}{m_s r_s} f (-N_1 + N_2 - N_3) \right) dt = \\ &= \text{sign}(\alpha_1) \frac{2t}{m_s r_s} f (-N_1 + N_2 - N_3). \end{aligned} \quad (15)$$

График функции угловой скорости  $\omega_n(t)$  имеет пилообразный характер. При попадании на вершины кривых угловая скорость имеет максимум, далее меняет знак. При параметрах передачи  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 4$ ,  $R = 20$  мм,  $A = 10$  мм,  $r_s = 5$  мм,  $M_2 = 50$  Н·м,  $n_1 = 1000$  об/мин,  $f = 0,05$  угловая скорость на вершинах кривых составила согласно расчетам около  $2 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup>. Данные значения не вполне соответствуют реальной картине зацепления. Поэтому для определения уг-

ловой скорости тела качения был выбран разработанный ранее метод условных угловых скоростей [4].

### Алгоритм определения КПД передачи

КПД механизма определяется согласно известному выражению

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{tr}}, \quad (16)$$

где  $P_1$  – мощность на входном звене механизма, Вт;  $P_2$  – мощность на выходном звене механизма, Вт;  $P_{tr}$  – мощность потерь, Вт.

В формуле (16) учтены потери в зацеплении и не учтены потери в подшипниковых опорах, на размешивание масла и др. Потери в зацеплении, в свою очередь, складываются из потерь на трение скольжения и трение качения:

$$P_{tr} = P_{tr,c} + P_{tr,k}.$$

Сначала определим КПД только с учетом потерь на трение скольжения.

$$P_{tr,c} = f \cdot n (N_1 v_{sk1} + N_2 v_{sk2} + N_3 v_{sk3}), \quad (17)$$

где  $v_{sk1}$ ,  $v_{sk2}$ ,  $v_{sk3}$  – скорости скольжения в контакте тела качения с внутренним кулачком, сепаратором и с наружным кулачком соответственно, м/с.

Скорости скольжения определим, используя схему кинематического взаимодействия тела качения с другими деталями передачи, изображенную на рис. 4. Центр  $O$  тела качения имеет абсолютную скорость  $v_{oa}$ , которая определяется из векторной суммы векторов переносной скорости  $v_{oe}$  и относительной скорости  $v_{or}$ . Переносная скорость равна скорости движения сепаратора:  $v_{oe} = v_2 = \omega_1 R / u$ , а относительная скорость определяется как первая производная по времени от функции, определяющей неподвижную беговую дорожку (для синусоидальных кривых – функция, определяемая выражением (1),  $i = 3$ ). Для рассматриваемого случая кусочно-винтовых кривых (см. рис. 4)

$$v_{or} = v_{oe} \operatorname{tg} \alpha_{3sr} = v_2 \operatorname{tg} \alpha_{3sr}.$$

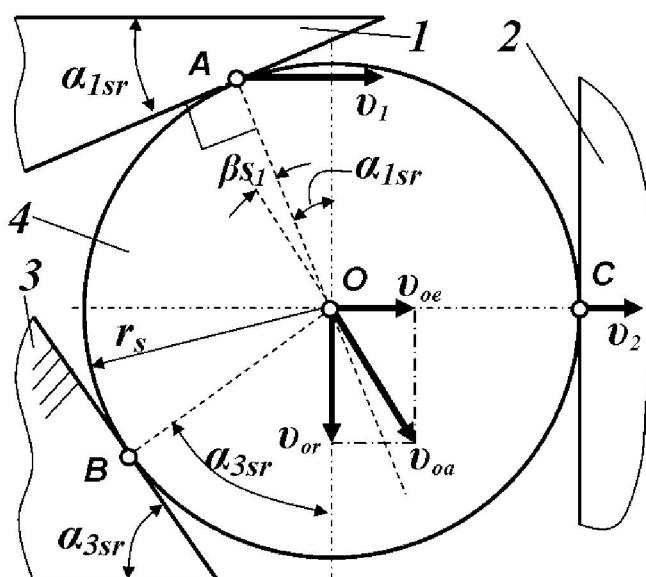


Рис. 4. К определению скоростей скольжения

Скорости скольжения определяются как сумма или разность (в случае односторонности) проекций абсолютных скоростей двух контактирующих тел на линию, перпендикулярную к общей нормали к двум контактирующим поверхностям в точках контакта **A**, **B** и **C**. Таким образом:

$$\begin{aligned} v_{sk1} &= v_1 \cos \alpha_{1sr} - v_{oa} \sin \beta s_1 = \\ &= \omega_1 R \cos \alpha_{1sr} - \frac{\omega_1 R}{u} \times \\ &\quad \times \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_{1sr} - \alpha_{3sr} \right); \end{aligned} \quad (18)$$

$$v_{sk2} = v_{or} = v_{oe} \operatorname{tg} \alpha_{3sr} = \frac{\omega_1 R}{u} \operatorname{tg} \alpha_{3sr}; \quad (19)$$

$$v_{sk3} = v_{oa} = \frac{v_2}{\cos \alpha_{3sr}} = \frac{\omega_1 R}{u \cos \alpha_{3sr}}. \quad (20)$$

Численные расчеты показали, что при вышеуказанных геометрических и кинематических параметрах передачи КПД составил 0,792.

При учете угловой скорости вращения тела качения относительно собственной оси формулы для определения скоростей скольжения будут скорректированы. Как следует из рис. 3, в точках контакта **A** и **B** рост угловой скорости (до определенного значения) будет снижать скорости скольжения, а в точке **C** – увеличивать.

$$\begin{aligned} v_{sk1} &= \omega_1 R [\cos \alpha_{1sr} - \\ &- \frac{1}{u} \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_{1sr} - \alpha_{3sr} \right)] - |\omega_n| r_s; \end{aligned} \quad (21)$$

$$v_{sk2} = \frac{\omega_1 R}{u} \operatorname{tg} \alpha_{3sr} + |\omega_n| r_s; \quad (22)$$

$$v_{sk3} = \frac{\omega_1 R}{u \cos \alpha_{3sr}} - |\omega_n| r_s. \quad (23)$$

Формула для определения КПД тогда будет представлена в виде

$$\begin{aligned} \eta &= M_2 \omega_2 / [M_2 \omega_2 + \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} \times \\ &\times (N_1 v_{sk1} + N_2 v_{sk2} + N_3 v_{sk3}) + \\ &+ \delta \cdot \omega_n (N_1 + N_2 + N_3)], \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\delta$  – коэффициент трения качения, м;  $\omega_2$  – угловая скорость выходного вала, с<sup>-1</sup>.

Используя разработанный алгоритм, было определено среднее значение угловой скорости, составившее  $\omega_n = 83,85$  с<sup>-1</sup>. В результате КПД составил 0,82 при  $\delta = 0,5$  мм и неизменных других параметрах. Нужно учесть, что КПД существенно зависит от значений коэффициентов трения  $f$  и  $\delta$ , определять которые можно по разработанной соответствующей методике [4].

### Определение КПД и геометрических параметров шариковой передачи

Для составления модели силового взаимодействия тела качения в виде шарика необходимо дополнительное рассмотреть сумму проекций сил на ось **On**. Учтем допущение о том, что тело качения сферической формы совершает вращение только относительно оси **On**. При этом в системе (10)...(12) необходимо в первых двух уравнениях подставить  $N_1 \cos \gamma$  вместо  $N_1$  и  $N_3 \cos \beta$  вместо  $N_3$  и в данном виде решать систему. При этом  $\gamma$  и  $\beta$  – углы, на которые отклоняются нормальные реакции  $N_1$  и  $N_3$ , соответственно, от оси **Os** (рис. 5). При использовании третьего уравнения необходимо учесть, что для шара  $J_n = 0,4 m_s r_s^2$ .

Ранее получено уравнение, позволяющее определить оптимальные по критерию максимального КПД значения параметров **R**, **A** при заданных значениях **Z<sub>3</sub>** (или **u**) и **f** [4]. Связь между другими геометрическими параметрами (величиной заглубления шарика в тела кулачков, толщиной сепаратора и т. д.) будет представлена в виде зависимости

$$2r_s = rz_1 + rz_3 + 2\Delta z_0 + rz_2, \quad (25)$$

где  $rz_1$ ,  $rz_3$ ,  $rz_2$  – заглубление тела качения в тело внутреннего кулачка, в тело наружного кулачка и толщина сепаратора соответственно, мм;  $\Delta z_0$  – величина зазора между внутренним кулаком и сепаратором и наружным кулаком и сепаратором, мм.

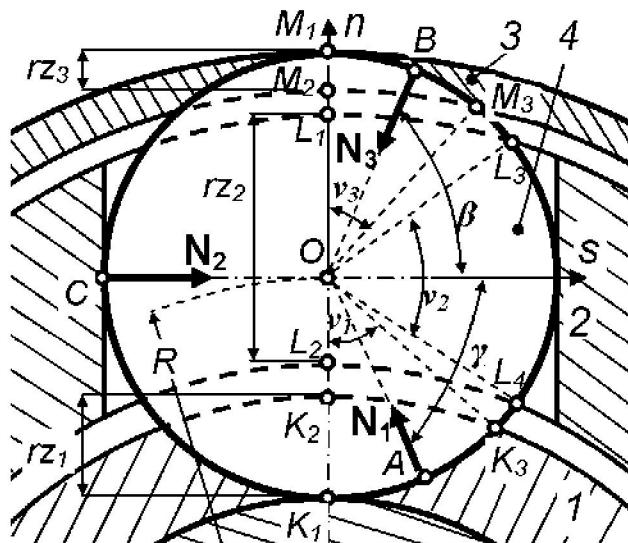


Рис. 5. Схема для определения рациональных геометрических параметров шарикового зацепления

В свою очередь, толщину сепаратора можно рассматривать как сумму двух слагаемых:

$$rz_2 = hs_1 + hs_2 = OL_1 + OL_2, \quad (26)$$

где  $hs_1$  и  $hs_2$  – толщина сепаратора выше и ниже средней линии соответственно, мм.

Углы  $\gamma$  и  $\beta$  определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\pi}{2} - \frac{v_1}{2} = \frac{1}{2} \times \\ &\times [\pi - \arccos([\mathbf{R}^2 + r_s^2 - \\ &- \mathbf{R} - hs_2 - \Delta z_0] / 2\mathbf{R}r_s)]; \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\pi}{2} - \frac{v_3}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi - \angle \mathbf{M}_3 \mathbf{O} \mathbf{K}}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \arccos \left( \frac{\mathbf{R}^2 + r_s^2 - (\mathbf{R} + hs_1 + \Delta z_0)}{2\mathbf{R}r_s} \right). \quad (28) \end{aligned}$$

Были проведены расчеты КПД по приведенной выше методике. При этом геометрические параметры зацепления принимались прежними либо эквивалентными ( $r_s = 5$  мм,  $hs_1 = hs_2 = 0,5r_s$ ,  $\Delta z_0 = 0$ ). Угловая скорость тела качения и потери на трение качения не учитывались. КПД составил 0,69. Также исследовалось влияние изменения параметров  $hs_1$  и  $hs_2$  на величину КПД (рис. 6).

Увеличение величины  $hs_2$  приводит к более резкому снижению КПД по сравнению с таким же увеличением  $hs_1$ .

По завершении предварительного определения рациональных значений заглубления шарика в тела кулаков и толщины сепаратора данные параметры должны впоследствии уточняться после проведения прочностных расчетов.

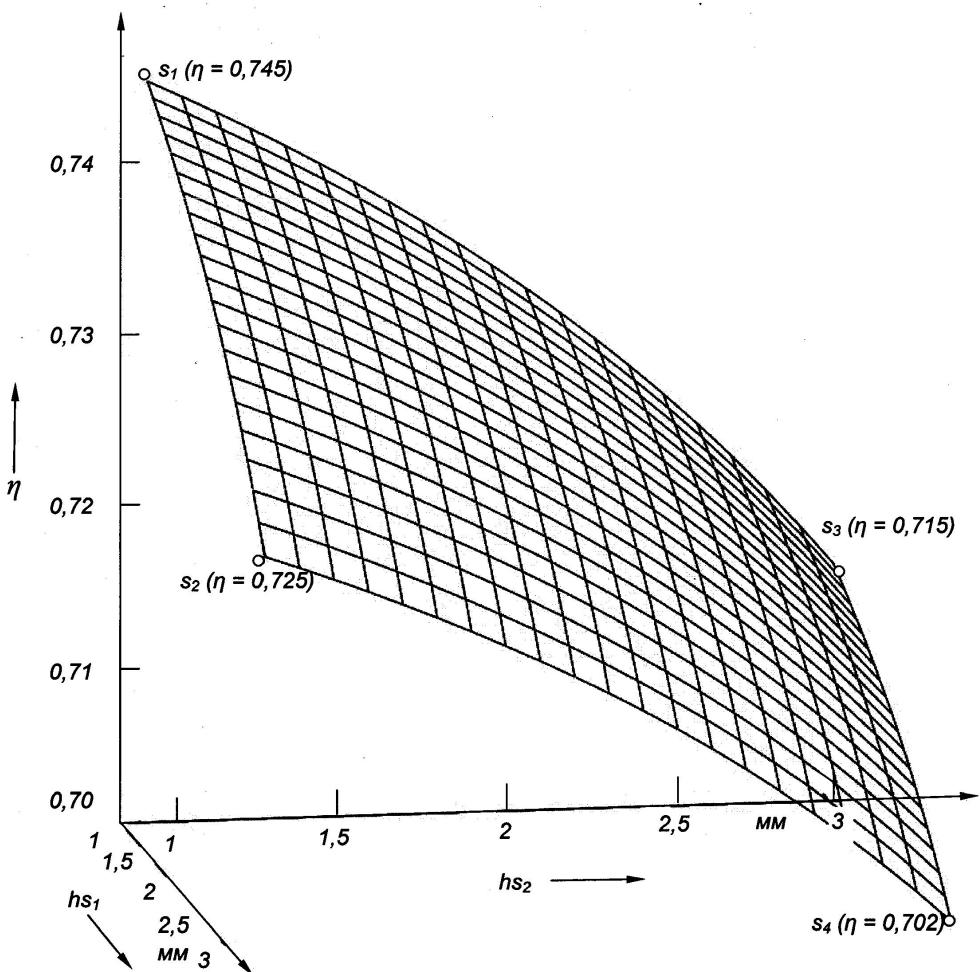


Рис. 6. К определению рациональных величин заглубления шарика в кулачки

### Выводы

По результатам исследований установлено, что у роликовых передач наибольшей нагрузке подвержен наружный кулачок, если он является охватывающей деталью, а сепаратор – промежуточной. В ППТК со сферическими телами качения наибольшей нормальной нагрузке подвержен внутренний кулачок, причем величина нормального усилия, действующего на внутренний кулачок, может на порядок превысить силу, действующую на сепаратор при больших значениях угла  $\gamma$ .

Разработана методика, позволяющая учесть угловую скорость вращения тела качения при определении КПД. Установлено, что увеличение данной скорости до определенного предела приводит к повышению КПД,

а затем КПД передачи снижается. При увеличении значения угловой скорости (до определенного предела) потери на трение увеличиваются в контакте тела качения с сепаратором и уменьшаются в контакте тела качения с беговыми дорожками на кулачках.

КПД роликовой передачи выше, чем КПД шариковой передачи, вследствие рассеяния нормальных реакций звеньев от направлений, касательных к средней линии у шариковой передачи. При выборе величины заглублений тела качения в тела кулачков необходимо учитывать, что угол  $\gamma$  оказывает большее влияние на КПД, нежели угол  $\beta$ , поэтому заглубление во внутренний кулачок должно быть большим. Толщина сепаратора шариковых передач не должна превышать  $1,2r_s$ , т. к. даль-

нейшее ее увеличение приводит к резкому снижению КПД и возможному заклиниванию механизма. Предварительно определенные по изложенным

выше алгоритмам геометрические параметры зацепления должны быть подтверждены проверочными расчетами деталей передачи на прочность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Герашенко. – Минск : БелНИИНТИ, 1992. – 248 с.
2. **Игнатищев, Р. М.** Синусоидальные редукторы / Р. М. Игнатищев. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с. : ил.
3. **Bara, M.** Designing Aspects Of Cylindrical Transmission / M. Bara // ASME Conf. Proc. 5-10 Nov. 2006. – Chicago : Illinois, 2006. – P. 75–81.
4. **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.
5. **Лустенков, М. Е.** Определение основных геометрических параметров планетарных шариковых передач / М. Е. Лустенков // Сборка в машиностроении и приборостроении. – 2008. – № 1. – С. 12–17.

Статья сдана в редакцию 23 июля 2012 года

**Игорь Сергеевич Сазонов**, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-26-61-00.  
**Михаил Евгеньевич Лустенков**, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-25-36-71.

**Александр Петрович Прудников**, аспирант, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375 292 44-06-70.

**Екатерина Сергеевна Фитцова**, маркетолог, Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-25-10-91.

Igor Sergeyevich Sazonov, DSc, Professor, Belarusian-Russian University. Tel.: 8-0222-26-61-00.  
Mikhail Yevgenyevich Lustenkov, PhD, Associate Professor, Belarusian-Russian University. Tel.: 8-0222-25-36-71.  
Aleksandr Petrovich Prudnikov, PhD student, Belarusian-Russian University. Tel.: +375 292 44-06-70.  
Yekaterina Sergeyevna Fitsova, marketeer, Belarusian-Russian University. Tel.: 8-0222-25-10-91.