

С.Н. Березовский, канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой «Автомобильные дороги», Белорусско-Российский университет, г. Могилев

Оценка гранулометрического состава гравийно-песчаных месторождений Республики Беларусь и исследования теоретического распределения высоты уступов

В статье проанализирована выборка из 40 месторождений Республики Беларусь для выявления распределения месторождений по грациям параметров основных признаков. В качестве показателя классификации принято среднее содержание гравия и валунов по месторождению. Исследования показали, что общая дисперсия содержания крупного каменного материала растет по месторождениям с увеличением среднего содержания гравия и валунов и наблюдается рост показателя геометрической изменчивости ω . Показана корреляция между общей дисперсией содержания по месторождениям и показателем геометрической изменчивости ω по месторождениям РБ. В статье также рассмотрено распределение случайных отклонений высоты добычного уступа от ее оптимального значения, что позволяет прогнозировать высоту уступа и связанные с ней параметры с заданной вероятностью. Сравнительный анализ распределений показал, что для широкого диапазона горнотехнических условий на открытых разработках гравийно-песчаных месторождений наиболее приемлемой моделью для описания распределения относительной высоты уступа является распределение Вейбулла.

Ключевые слова: нерудно-строительные материалы, гравийно-песчаная смесь, высота уступа, компьютерное моделирование, распределение Вейбулла, общая дисперсия.

Введение

Геолого-экономическая оценка минерально-сырьевых ресурсов гравийно-песчаных месторождений проводится, как правило, по отдельным объектам на основе составления технико-экономических обоснований кондиций для подсчета запасов полезного ископаемого. В настоящее время существенно изменились требования к минеральному сырью для поисково-разведочных работ и последующего освоения месторождений. Научные разработки комплексной геолого-экономической оценки ресурсов полезных ископаемых в настоящее время недостаточны, что создает трудности в их расчетах и проектных разработках.

Согласно инструкции по применению классификации запасов к месторождениям песка и гравия, гравийно-песчаные месторождения по размерам и качественным характеристикам полезной толщи подразделяются на:

–крупные и средние пластовые и пластообразные с изменчивым качеством песка и гравия;

–небольшие линзообразные с невыдержанным строением и непостоянным качеством песка и гравия.

По классификации запасов твердых полезных ископаемых месторождения – для составления проектов разработки по требуемому соотношению объема запасов различных категорий (А, В и С₁) – подразделяются на три группы.

К первой группе относятся месторождения простого строения с выдержанной мощностью тел полезных ископаемых и равномерным распределением полезных компонентов. Месторождения этой группы характеризуются запасами категорий А, В и С₁.

Ко второй группе относятся месторождения сложного строения с невыдержанной мощностью тел полезных ископаемых или неравномерным распределением полезных компонентов. Для этой группы выявление запасов категории А считается нецелесообразным, ей соответствуют второй и третий типы гравийно-песчаных месторождений.

К третьей группе относятся месторождения (участки) очень сложного строения с резко изменчивой мощностью тел полезных ископаемых или исключительно невыдержанным содержанием полезных компонентов. Для этой группы считается нецелесообразным выявление запасов категории А и В и, в связи с этим, допускается проектирование предприятий на базе запасов категории С₁ и частично по категории С₂. Месторождения, относящиеся к этой группе, в настоящее время, как правило, практического значения не имеют. Однако в районах с дефицитом гравия и песка они могут использоваться в качестве сырьевой базы строительных материалов местного значения.

Основные показатели месторождений гравийно-песчаных пород характеризуются высокой изменчивостью. Содержание гравия и валунов является наиболее важным показателем, в значительной мере определяющим экономическую эффективность разработки месторождений.

Исследования основных признаков и параметров месторождений РБ

Для выявления распределения месторождений по градациям параметров основных признаков была проанализирована выборка из 40 месторождений Республики Беларусь. В качестве показателя классификации принято среднее содержание гравия и валунов по месторождению. Наибольшая значимость этого показателя обусловлена его влиянием на: технико-экономическую эффективность предприятия; выбор вида и параметров технологической схемы переработки гравийно-песчаных пород и схемы цепи аппаратов; номенклатуру выпускаемой готовой продукции; выбор вида и параметров процессов управления формированием качества сырья.

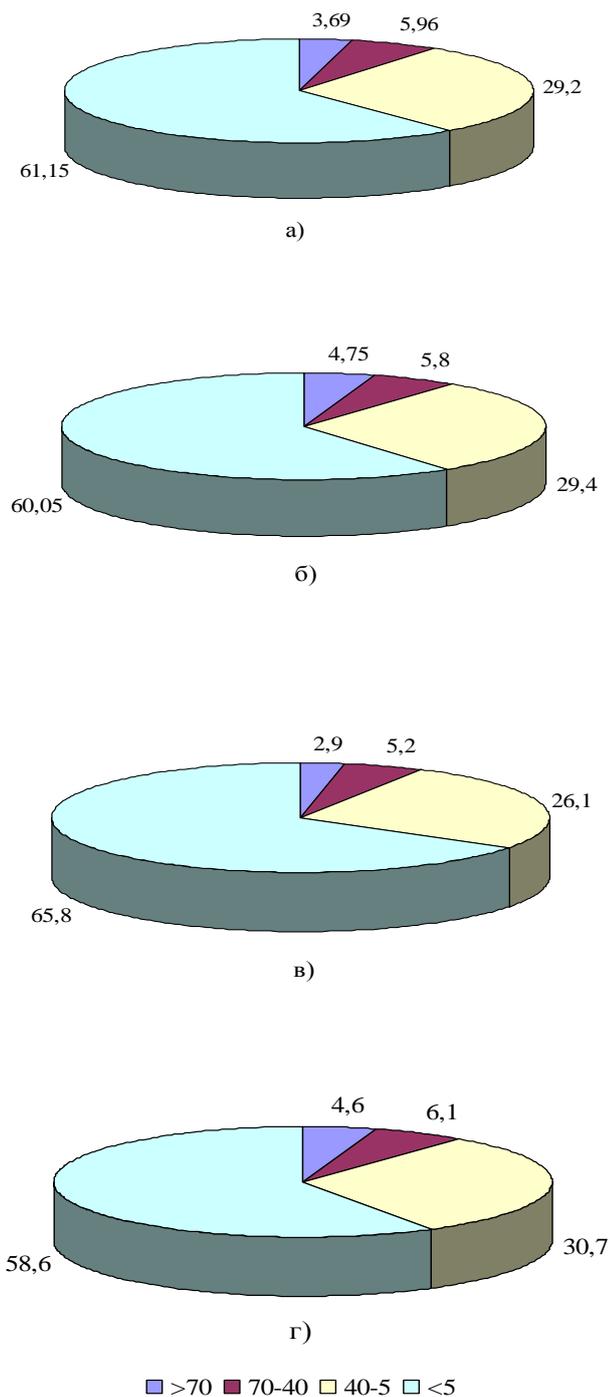
Наибольшее распространение для оценки изменчивости показателей месторождений получило использование дисперсии или среднеквадратичного отклонения. Дисперсия принята как стандартный критерий оценки изменчивости содержания гравия и валунов в отчетах о геологоразведочных работах. Общую дисперсию по месторождению или его участку можно найти по формуле [5]:

$$D_{\text{общ.н.}} = \frac{x_1^2 + \dots + x_N^2}{N} - \left(\frac{x_1 + \dots + x_N}{N} \right)^2, \quad (1)$$

где x_1, \dots, x_N – содержание гравия и валунов по скважинам, шурфам вдоль фронта добычных работ, %;

N – число разведочных выработок (число замеров).

Результаты оценки общей дисперсии зернового состава гравийно-песчаной смеси месторождения «Боруны», выполненной по данным геологоразведочных работ Гродненской поисково-разведочной партией Южно-Белорусской экспедиции, приведены на рисунке 1.



а) – блок 1; б) – блок 2; в) – блок 3; г) – блок 4

Рисунок 1 – Зерновой состав месторождения ГПС «Боруны»

При расчетах параметров процессов добычи и переработки сырья ориентируются не на средние значения дисперсий, а на те их значения, которые охватывают основной массив значений дисперсий по месторождению или его участку. Для повышения надежности определения общей дисперсии в расчетах принимают ее величину, охватывающую 90% всех значений дисперсий. Расположив значения дисперсий содержания, установ-

ленные для отдельных рядов разведочных выработок, в порядке их возрастания, отбрасывают 10% верхних значений и из оставшихся принимают наибольшее [5].

Для оценки изменчивости показателей по отдельным рядам замеров (главным образом, рядам разведочных выработок) используется параметр ω , который характеризует геометрическую изменчивость.

Сущность показателя заключается в том, что средний квадрат разности значений содержания крупного каменного материала более 5мм (гравия и валунов) в точках, удаленных друг от друга на расстоянии h , оценивается по данным геологической разведки [5]:

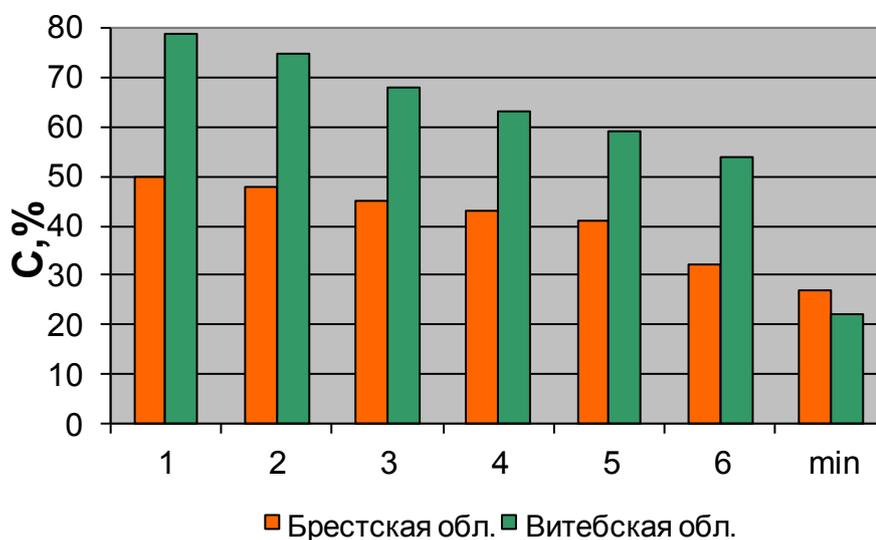
$$\omega^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1})^2}{L} \quad (2)$$

где: n – число разведочных выработок по линии замера;

x_i, \dots, x_{i-1} – данные замеров содержания посредством использования разведочных выработок по линии замера (фронт работ);

L – протяженность линии замера (фронта работ).

Полученные нами результаты показали, что наибольшее количество каменного материала более 5 мм содержится на месторождении «Коммунистическое» Витебской области (до 79%). Далее следует месторождение «Бомбалы» Минской области (до 74%). Содержание каменного материала более 5 мм по всем областям республики представлено на рисунке 2.



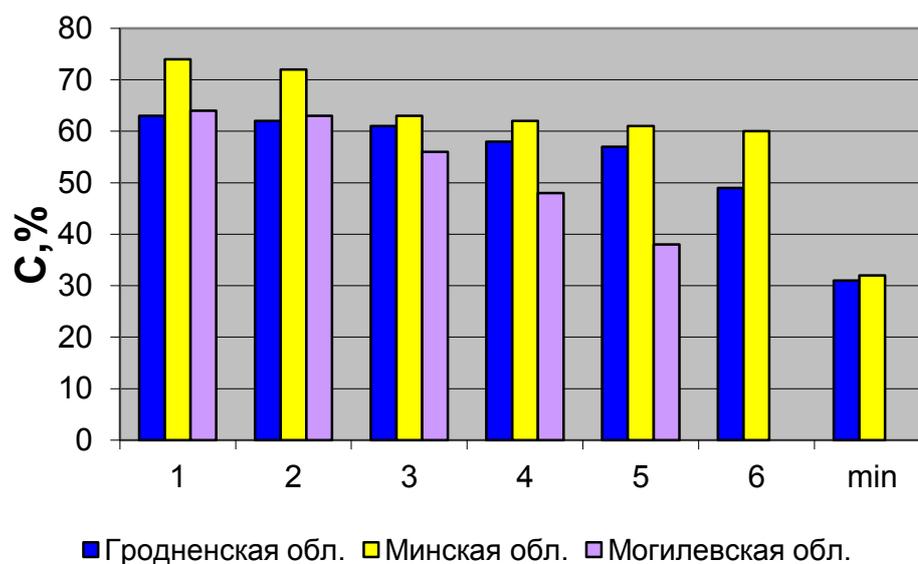


Рисунок 2 – Содержание зерен размером более 5 мм по месторождениям ГПС в РБ (С - содержание каменного материала более 5 мм, %)

Исследования показали, что общая дисперсия содержания крупного каменного материала по карьерам «Нерудпрома» составляет: Волма – 20-35%, Ваньковщина – 25-40%, Крапужино – 30-45%, Векшичи – 25-30%, Ленинское – 23-38%.

Сопоставление характеристик изменчивости содержания крупного каменного материала (более 5мм) по областям РБ показывает, что дисперсия содержания каменного материала растет по месторождениям с увеличением среднего содержания гравия и валунов. Также наблюдается рост геометрической изменчивости (рисунки 3, 4). Обращает на себя внимание также наличие корреляции между общей дисперсией содержания по месторождениям и показателем геометрической изменчивости ω по месторождениям ГПС РБ.

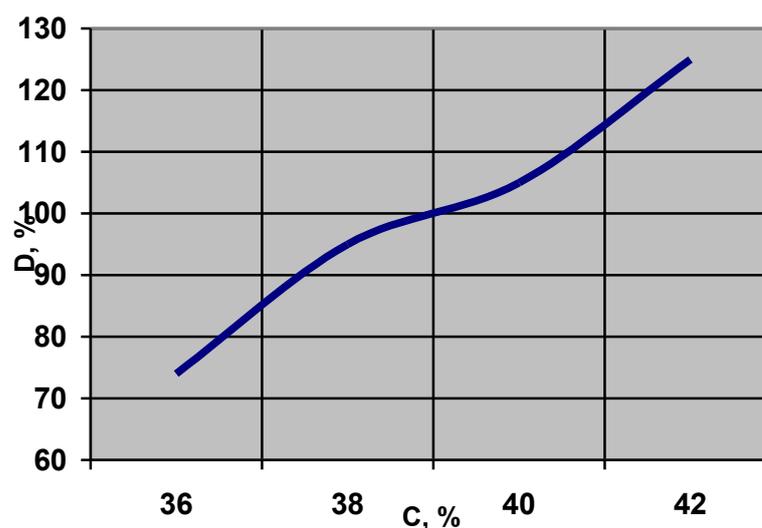


Рисунок 3 – Зависимость общей дисперсии содержания гравия и валунов (D) по месторождению от их среднего содержания в смеси (C)

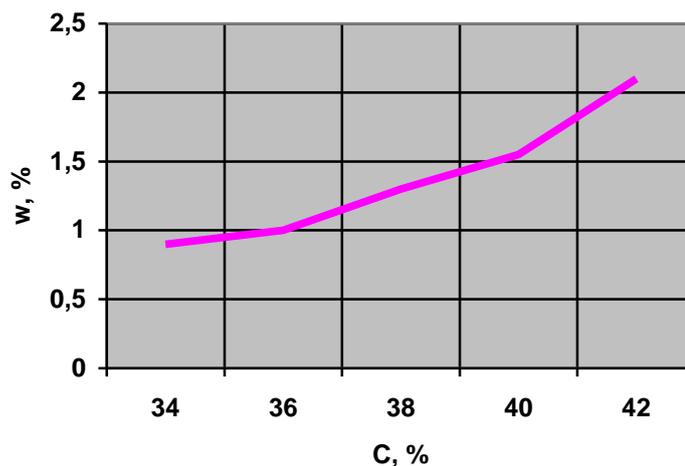


Рисунок 4 – Зависимость геометрической изменчивости (W) от среднего содержания гравия и валунов в смеси (C)

При разработке гравийно-песчаных месторождений, имеющих сложное строение, значительным колебаниям подвержена высота уступов. Ее изменения оказывают значительное влияние на производительность выемочно-погрузочного оборудования, на интенсивность развития горных работ и на достижимую производительность карьера по горно-геологическим условиям. Применительно к производительности экскаваторов, большое значение имеет изучение теоретических распределений так называемой «относительной высоты уступа», представляющей собой отношение фактической высоты уступа к ее оптимальной величине. Изучение распределения случайных отклонений высоты уступа от ее оптимального значения позволяет прогнозировать высоту уступа и связанные с ней параметры с заданной вероятностью. На рисунке 5 приведены эмпирические распределения названного коэффициента для месторождений гравийно-песчаной смеси РБ. Большой объем информации предопределил группирование данных и их представление в виде гистограмм.

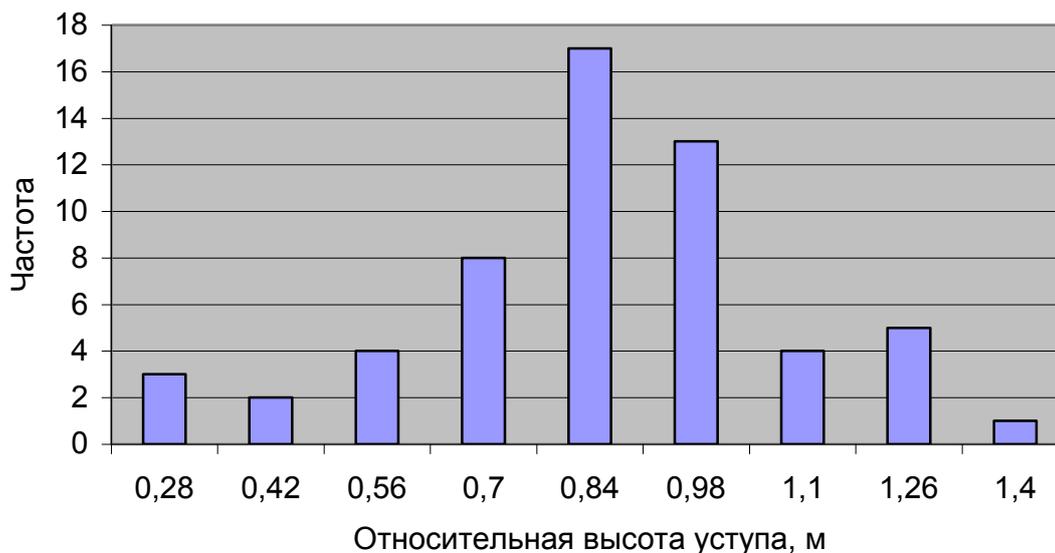


Рисунок 5 - Гистограмма распределения относительной высоты уступа для гравийно-песчаных месторождений РБ

Случайная изменчивость относительной высоты уступа может быть оценена, если установлено соответствие эмпирических распределений теоретическим. На этом основываются главные элементы прогнозирования случайных величин вероятностными методами. Задача состояла в том, чтобы с помощью выборки сделать вывод, какое именно распределение имеет совокупность, из которой взята выборка, т.е. установить связь между возможными значениями относительной высоты уступа и соответствующими им вероятностями. Изучение распределения этого коэффициента позволяет с заданной точностью осуществлять прогноз производительности оборудования и карьера в целом, что особенно важно при производстве горных работ на месторождениях гравийно-песчаной смеси.

В наиболее общем виде плотность распределения случайной величины x с помощью интегральной функции распределения выражается формулой:

$$f(x) = \frac{d}{dx} |F(x)| \quad (3)$$

Вероятность того, что случайная величина примет значение, не превышающее x_1 , можно найти с помощью плотности распределения следующим образом [1]:

$$p(x \leq x_1) = F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(y) dy \quad (4)$$

Аналогично определяются вероятности $p(x > x_2)$ и $p(x_1 < x < x_2)$.

При выборе плотности распределения коэффициента относительной высоты уступа мы должны ограничиваться теми функциями, которые принимают неотрицательные значения, а их интеграл равен единице на заданном пространстве изменения аргумента. Этим требованиям удовлетворяет целый ряд распределений, из которых наиболее общими моделями являются гамма-распределение, распределение Вейбулла, логарифмически-нормальное распределение и другие.

Пусть \bar{h} – коэффициент относительной высоты уступа, для которого требуется подобрать теоретическое распределение. Подбор теоретического распределения начинается с определения накопленной теоретической вероятности для каждого интервала относительной высоты уступа. Определив интервальные теоретические вероятности для каждого класса распределения, и сравнивая их с эмпирическими частотами по величине критерия χ^2 -Пирсона для заданного уровня значимости, судят о соответствии выбранного распределения экспериментальным данным. Критерий χ^2 определяется по формуле [3,4]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - NP_i)^2}{NP_i}, \quad (5)$$

где m – количество классов;

n_i – интервальная эмпирическая частота;

N – число наблюдений;

P_i – интервальная теоретическая вероятность.

Вычисленное значение критерия сравнивается с граничным для заданного уровня значимости и числа степеней свободы. Число степеней свободы:

$$k = m - p - 1, \quad (6)$$

где p – число неизвестных параметров распределения.

Граничное значение критерия χ^2 устанавливается по специальной таблице [4].

Аппроксимация экспериментальных данных относительной высоты уступа различными типами распределений показала, что наилучшей моделью является распределение Вейбулла, функция плотности вероятности которой имеет вид:

$$f(h; \eta, \sigma) = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{h}{\sigma} \right)^{\eta-1} \exp \left[- \left(\frac{h}{\sigma} \right)^\eta \right], \quad h \geq 0, \quad \sigma > 0, \quad \eta > 0, \quad (7)$$

где σ – параметр масштаба;

η – параметр формы.

Параметры масштаба (σ) и формы (η) вычислены по опытным данным с использованием формул [1]:

$$\left(\frac{s}{\bar{x}} \right)^2 + 1 = \frac{\tilde{A} \left(1 + \frac{2}{\eta} \right)}{\tilde{A}^2 \left(1 + \frac{1}{\eta} \right)}, \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{\bar{x}}{\tilde{A} \left(1 + \frac{1}{\eta} \right)}. \quad (9)$$

Для параметров распределения относительной высоты уступа получены следующие оценки $\sigma = 0,95$ и $\eta = 3,92$.

Сравнение фактического числа наблюдений с ожидаемым, для различных интервалов относительной высоты уступа на основе распределения Вейбулла, приведено в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение фактических данных наблюдений с теоретическими при выборе распределения Вейбулла

Классы	Центр	Фактическое число наблюдений	Предсказанное число наблюдений
0,21-0,35	0,28	3	1
0,35-0,49	0,42	2	3
0,49-0,63	0,56	4	6
0,63-0,77	0,7	8	10
0,77-0,91	0,84	17	12
0,91-1,05	0,98	13	11
1,05-1,19	1,1	4	8
1,19-1,33	1,26	5	4
1,33-1,47	1,4	1	1

Критерий χ^2 для 5% уровня значимости равен 8,92, что меньше его допустимого табличного значения ($\chi^2 = 12,6$ при 6-ти степенях свободы). Следовательно, полученные данные не противоречат распределению Вейбулла, что также наглядно видно из приведенной таблицы.

При определении технической производительности карьера, в принципе, возможно использование и других теоретических распределений. Поэтому представляет интерес их сравнительный анализ. Аппроксимация полученного распределения коэффициента относительной высоты уступа другими типами распределений в широком диапазоне горно-технических условий дает худшие результаты. Например, для гамма-распределения критерий χ^2 равен 37,7 и 26,5 для логарифмически-нормального распределения, что превышает его допустимое табличное значение.

Таким образом, для широкого диапазона горнотехнических условий, на открытых разработках гравийно-песчаных месторождений, наиболее приемлемой моделью для описания распределения относительной высоты уступа является распределение Вейбулла. Теперь можно прогнозировать высоту уступа и связанные с ней параметры с заданной вероятностью.

Прогнозирование производительности экскаватора необходимо на стадии проектирования горного предприятия и на этапе его эксплуатации. Определять ожидаемую производительность экскаваторов необходимо в следующих случаях:

- составляется ТЭО кондиций для разработки полезных ископаемых;
- составляется технический проект на разработку месторождения;
- разрабатывается план развития горных работ на текущий год;
- изменяется технологическая схема производства горных работ.

Особенно важно точно определять технически достижимую производительность экскаватора при изменчивых параметрах залежи, что характерно для гравийно-песчаных месторождений. Для таких сложных условий нужны совершенные методы определения достижимой технической производительности экскаваторов, обеспечивающие высокую надежность прогноза.

На практике большое распространение для определения технической производительности экскаваторов получили формулы простейшего вида:

$$Q_{\text{нн}} = 3600 k_i k_h E / (t_{\text{ц}} k_{\delta}), \quad (10)$$

где $t_{\text{ц}}$ – продолжительность цикла, с;

$k_{\text{н}}$ и $k_{\text{р}}$ – коэффициенты соответственно наполнения ковша и разрыхления породы в ковше;

k_h – коэффициент относительной высоты уступа;

E – емкость ковша экскаватора, м³.

Значения коэффициента относительной высоты уступа рекомендуется принимать в зависимости от соотношения фактической высоты уступа и ее рационального значения (таблица 2).

Таблица 2. Значения коэффициента относительной высоты уступа

Отношение фактической высоты забоя к рациональной высоте забоя	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
k_h	0,8	0,91	0,97	1,00	0,97	0,85

В формуле (10) емкость ковша – величина детерминированная и определяется конкретной моделью экскаватора. Значения коэффициентов наполнения и разрыхления ковша в пределах одной категории обрабатываемых пород также являются величинами стабильными. Значительным вариациям подвержен коэффициент относительной высоты уступа, так как фактические значения высоты уступов в процессе работ непостоянны. Так, например, для рудных карьеров при номинальном значении 15 м фактическая высота уступа меняется от 14 до 17 м, что указывает на необходимость учета ее вариаций. Большие колебания имеет высота уступа гравийно-песчаных месторождений. Высота вскрышных уступов колеблется в пределах от 0,2 до 6 (в отдельных случаях) до 10 метров. Более сложная ситуация на добычных уступах, для которых вариация высоты выше в 2 раза. Поэтому, при использовании формулы (10) и её аналогов, для определения производительности экскаватора большое значение имеет достоверное определение коэффициента относительной высоты уступа.

При известной зависимости производительности карьера от коэффициента относительной высоты уступа задача сводится к оценке его наиболее вероятного значения.

Первоначально определим вид зависимости $k_h = f(\bar{h})$. Для ее установления воспользуемся эмпирическими данными (таблица 1). Для подбора коэффициентов уравнения воспользуемся методом наименьших квадратов. Подбор уравнения регрессии выполнен на ПЭВМ по специальной программе. На рисунке 6 приведено полученное уравнение регрессии.

Зависимость хорошо (индекс корреляции равен 0,98) описывается уравнением:

$$k_h = (0,84(\bar{h})^2 - 1,6\bar{h} + 1,76)^{-1}. \quad (11)$$

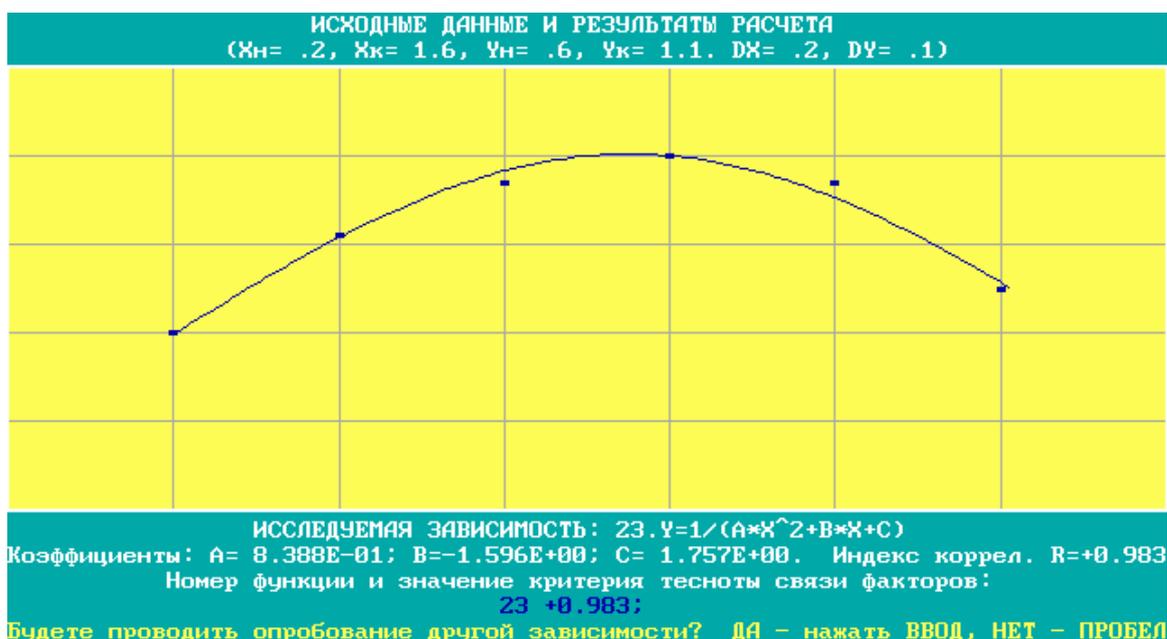


Рисунок 6 - Зависимость коэффициента высоты уступа от относительной высоты уступа

Плотность вероятности относительной высоты уступа \bar{h} с достаточной степенью приближения может быть представлена формулой (4). Подставляя в формулу (7) функцию плотности вероятности относительной высоты уступа, имеем:

$$F(\bar{h}; \eta, \sigma) = \int_0^{\bar{h}} \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{y}{\sigma}\right)^{\eta-1} \exp\left[-\left(\frac{y}{\sigma}\right)^\eta\right] dy = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\bar{h}}{\sigma}\right)^\eta\right], \quad \bar{h} \geq 0. \quad (12)$$

Определим верхнее значение \bar{h} , обеспечивающее попадание случайного значения \bar{h} в интервал $[0, \bar{h}]$ с вероятностью $P(\bar{h})$:

$$P(\bar{h}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\bar{h}}{\sigma}\right)^\eta\right], \quad (13)$$

следовательно,

$$1 - P(\bar{h}) = \exp\left[-\left(\frac{\bar{h}}{\sigma}\right)^\eta\right].$$

Логарифмируя левую и правую части уравнения, имеем:

$$-\ln(1 - P(\bar{h})) = \left(\frac{\bar{h}}{\sigma}\right)^\eta$$

$$-\ln(-P) \sigma^\eta = \bar{h}^\eta,$$

откуда

$$\bar{h} = \sigma \sqrt[\eta]{-\ln(-P)} \quad (14)$$

Формула (14) позволяет просто и надежно определять прогнозную относительную высоту уступа и соответствующую ей производительность экскаватора по результатам контрольных измерений фактической высоты уступа или по результатам имитационного моделирования. Предлагается следующий порядок выполнения расчетов:

1. По результатам моделирования или измерений на ЭВМ вычисляются параметры формы (η) и масштаба (σ) коэффициентов относительной высоты уступа.
2. Задается вероятность, с которой фактическое значение относительной высоты уступа не превысит ожидаемое.
3. Определяется предельное значение относительной высоты уступа. Вычисления выполняются по формуле.
4. Рассчитывается ожидаемое значение коэффициента относительной высоты уступа по формуле и с заданной вероятностью техническая производительность экскаватора по формуле (10).

Выводы

Проанализирована выборка из 40 месторождений гравийно-песчаной смеси Республики Беларусь для выявления распределения месторождений по градациям параметров основных признаков. В качестве показателя классификации принято среднее содержание гравия и валунов по месторождению, от которого зависят многие параметры карьера. Исследования показали, что общая дисперсия содержания крупного каменного материала растет по месторождениям с увеличением среднего содержания гравия и валунов и наблюдается рост показателя геометрической изменчивости ω . На рисунках показана корреляция между общей дисперсией содержания по месторождениям и показателем геометрической изменчивости ω по месторождениям РБ. Рассмотрено распределение случайных отклонений высоты добычного уступа от ее оптимального значения, что позволяет прогнозировать высоту уступа и связанные с ней параметры с заданной вероятностью. Сравнительный анализ распределений показал, что для широкого диапазона горнотехнических условий на открытых разработках гравийно-песчаных месторождений наиболее приемлемой моделью для описания распределения относительной высоты уступа является распределение Вейбулла. Аппроксимация полученного распределения коэффициента относительной высоты уступа другими типами распределений в широком диапазоне горнотехнических условий дает худшие результаты. Например, для гамма-распределения критерий χ^2 равен 37,7 и 26,5 для логарифмически-нормального распределения, что превышает его допустимое табличное значение.

Список литературы

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы для инженеров / А.А.Амосов, Ю.А.Дубинский. – М.: Высш. школа, 1994. – 544 с.
2. Беляков, Ю.И. Выемочно-погрузочные работы на карьерах / Ю.И.Беляков. – М.: Недра, 1987. – 268 с.
3. Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г.Хан, С.Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 231 с.
4. Хартман К. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / К.Хартман, Э.Лецкий, В.Шеффер. – М.: Мир, 1977, – 552 с.
5. Буянов, Ю.Д. Разработка гравийно-песчаных месторождений / Ю.Д.Буянов. – М.: Недра, 1988.– 209с.