УДК 621.865

Л.А.Борисенко

К ТЕОРИИ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ ОСЕВОГО ТИПА

Аннотация

В статье рассматриваются исходные предпосылки и принципы образования планетарных механизмов с промежуточными телами качения осевого типа. Установлены соотношения между планетарной и рядовой передачей. Обоснованы формулы для расчета передаточного отношения. С использованием метода плана скоростей установлены зависимости для относительных скоростей контактирующих точек. Приведено доказательство постоянства передаточного отношения для случая использования в качестве рабочих профилей кулачков винтовых линий и синусоидальных кривых.

Ключевые слова:

Планетарный механизм, кулачковый механизм, геометрия передачи, передаточное отношение, реверсивная передача, винтовая линия и синусоидальная кривая

В последнее время возрос интерес к одному из видов передаточных планетарных механизмов с промежуточными телами качения – к передачам осевого типа [1], [2]. Передача реализуется в виде концентрических втулок с рабочими поверхностями в виде пространственных цилиндрических кулачков. Наиболее существенным достоинством передачи являются малые радиальные габариты, причем они практически не зависят от реализуемого передаточного отношения. В отношении минимизации радиальных габаритов она превосходит все без исключения известные передачи. Ценным свойством передачи является также то, что тела качения выполняют роль радиальных и осевых подшипников, надежность которых в высоконагруженных передачах зачастую определяет долговечность передачи. В силу указанных особенностей передача может быть успешно использована в стесненном пространстве. Еще одна возможная область применения – в высоконагруженных и динамически напряженных тихоходных ступенях планетарных редукторов. Передача может быть реализована в различных вариантах: как планетарный механизм, как дифференциальный механизм, как рядовая передача, как реверсивная передача.

Известным близким аналогом этой передачи можно считать механизм с самопересекающейся винтовой прорезью [3]. Механизм осуществляет преобразование вращательного движения в реверсивное поступательное движение или обратно.

Механизм с промежуточными телами качения осевого типа образован из двух простых винтовых механизмов с самопересекающейся винтовой прорезью, прямого и обратного, размещенных концентрически на одной оси, и связанных между собой телами качения – обычно шариками , помещенным между двумя винтовыми линиями с постоянным левым и правым углом наклона , причем именно соотношение углов наклона винтовых линий определяет передаточное отношение механизма.

Каждую пару винтовых линий разного наклона можно рассматривать как отдельный кулачок или как зуб. Если зубьев несколько, профиль кулачка можно рассматривать как многопериодную кривую, если зуб один – как однопериодную кривую, а сами звенья рассматривать как многопериодные и однопериодные кулачки, указывая тем самым на особое место рассматриваемого механизма в классе пространственных кулачковых механизмов.

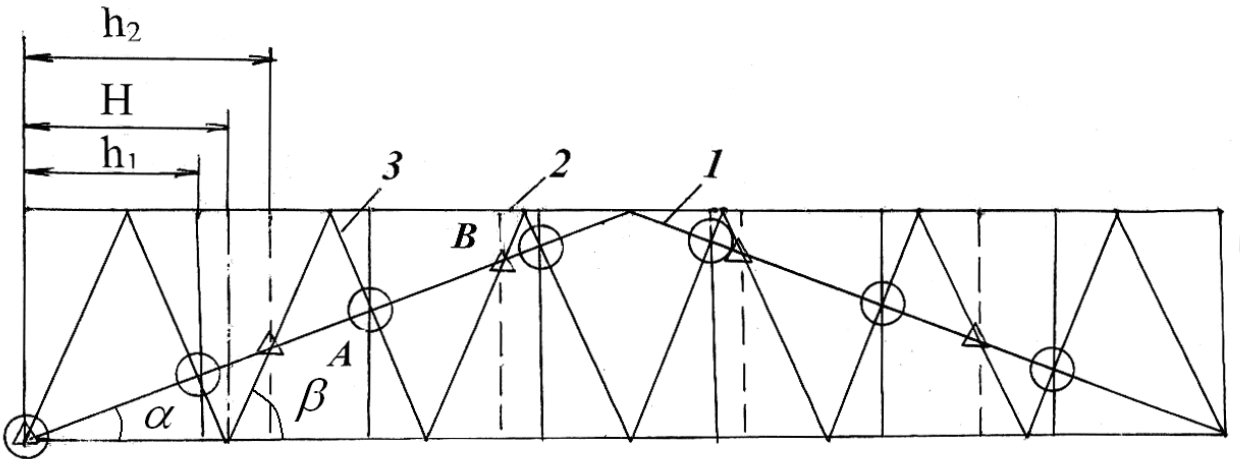

Рисунок 1 – Взаимодействие зубьев кулачков и сепаратора : 1 – ведущий однопериодный кулачок , 2- сепаратор, 3 – неподвижный шестипериодный кулачок

Для выяснении условий взаимодействия кулачков и сепаратора представим развертку на плоскость цилиндрической поверхности, на которой вынуждены находится шарики, перемещающиеся по своим беговым дорожкам . Для определенности будем считать , что внутренний ведущий кулачок однопериодный, а внешний неподвижный кулачок шестипериодный, что не нарушает общности последующих выводов. Сепаратор является ведомым звеном (рисунок 1). Эта схема позволяет рассматривать вместо механизма с вращающимися звеньями кинематически эквивалентный ему механизм с поступательно движущимися кулачками, находящих применение на практике и называемые в теории кулачковых механизмов горками.

На развертке винтовые линии с постоянным углом наклона выглядят как отрезки прямых. Как видно из рисунка линии, определяющие профиль зуба многопериодного кулачка, пересекаются в двух точках с соответствующими линиями однопериодного кулачка Точки пересечения линий , определяющих профиль зуба , можно отнести к двум группам по их взаимному расположению. На рисунке 1, кружками отмечены точки первой группы, а треугольниками – точки второй группы, Точки, отмеченные кружками , расположены на одинаковых расстояниях друг от друга вдоль оси абсцисс, также как и точки отмеченные треугольниками, что вытекает из простых геометрических свойств этих линий как проекций равных отрезков. Для двух групп расстояния h_1 и h_2 разные, что и послужило критерием отнесения точек к соответствующей группе. Расстояния h_1 и h_2 находятся в определенном неизменном соотношении с шагом H многопериодного кулачка по очевидному свойству параллельных прямых пересекаемых другой прямой.

Проведем через точки с кружками вертикальные отрезки, подразумевая под ними прорези сепаратора, и поместим в них шарики. В данном случае таких отрезков будет семь, т.е. на единицу больше, чем число зубьев многопериодного кулачка. В этом заключается фундаментальное свойство передачи, которое определяет принцип преобразования движения: при однопериодном ведущем кулачке число прорезей отличается на единицу от числа периодов многопериодного кулачка. При двухпериодном ведущем кулачке эти числа уже отличаются на два и так далее.

Проанализируем поведение звеньев в движении, перемещая налево ведущий однопериодный кулачок. Рассмотрим вначале левую ветвь однопериодного кулачка. Нетрудно увидеть, что при поступательном перемещении однопериодного кулачка налево точки пересечения, понимаемые уже как шарики, понуждаются существующими связями двигаться вдоль линии зуба неподвижного многопериодного кулачка и перемещаться вверх и налево. Перемещаясь по прорези сепаратора, шарики заставляют сепаратор перемещаться также налево.

При перемещении правой ветви однопериодного кулачка шарики вынуждены перемещаться вниз, заставляя сепаратор двигаться попрежнему налево. Таким образом, хотя шарики двигаются в разных направлениях, они согласовано перемещают сепаратор налево.

Заметим, что через точки, отмеченные треугольниками, можно провести только пять линий с шагом h_2 (штриховые линии), т.е. уже на единицу меньше чем число зубьев многопериодного кулачка.

Если рассмотреть движение шариков, помещенных в точки отмеченные треугольниками, то обнаружиться, что при перемещении левой ветви однопериодного ведущего кулачка налево шарики вынуждены двигаться вверх и направо, перемещая сепаратор направо. Шарики, находящиеся на правой ветви однопериодного кулачка, при том же направлении движения ведущего кулачка, вынуждены двигаться вниз и направо, перемещая сепаратор по-прежнему направо.

Таким образом в зависимости от выбора точек, в которые помещены шарики , можно получить движение в одну или в другую сторону. Это очень важное свойство механизма, так как оно позволяет получить реверсивную передачу простым способом. Для этого следует использовать два поочередно затормаживаемых многопериодных кулачка, взаимодействующих с сепаратором имеющим два ряда прорезей . В одном ряду число прорезей на единицу больше числа периодов кулачка, во втором ряду – меньше на единицу .

Если произвести геометрические подсчеты , нетрудно обнаружить , что h_1 меньше H на одну седьмую H , а h_2 больше H на одну пятую H. Отсюда следует, что при перемещении ведущего однопериодного кулачка на один период , что соответствует его полному обороту, сепаратор перемещается на один шаг равный h_1 или h_2.

Если переходить от рассмотренного частного примера к общему случаю можно считать доказанным, что при однопериодном ведущем кулачке для существования передачи число прорезей сепаратора должно быть на единицу больше или на единицу меньше числа зубьев многопериодного кулачка. Передаточное отношение рассматриваемой передачи равно числу прорезей сепаратора и имеет знак плюс , если число прорезей сепаратора на единицу больше числа периодов кулачка (точки-кружочки) , и знак минус, если число прорезей меньше числа периодов (точки-треугольники).

На основе аналогичного анализа можно установить, что передаточное отношение передачи с ведущим кулачком с большим числом периодов равно разности или сумме числа периодов ведущего кулачка и числа периодов ведомого кулачка , деленной на число периодов ведущего кулачка.

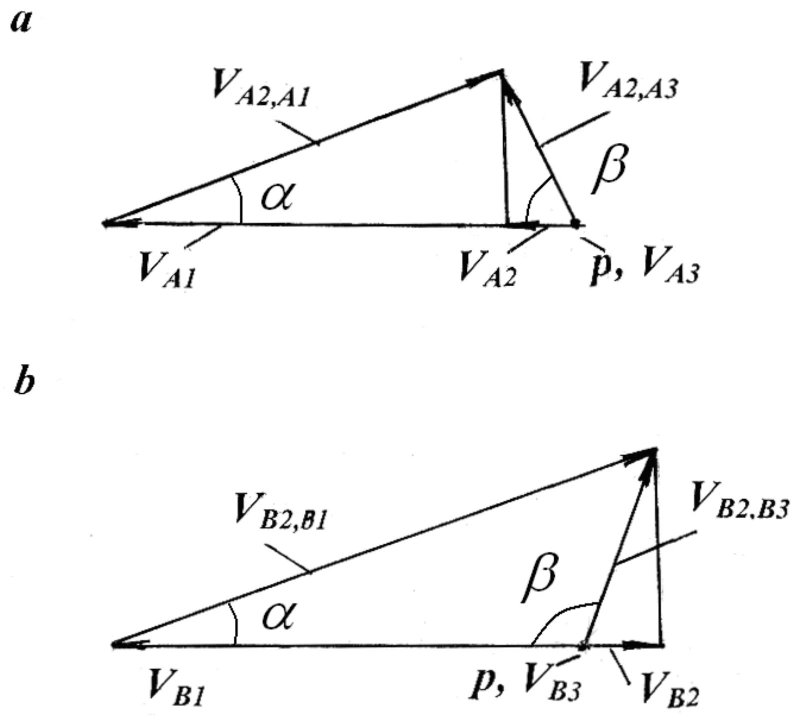

Рисунок 2 – Планы скоростей механизма с промежуточными телами качения

К тем же выводам можно придти построением планов скоростей механизма (рисунок 2 а,б). Обозначим какую-нибудь точку пересечения из первой группы точек буквой А. Рассмотрим скорости точек, совпадающих с точкой А (рисунок 1) , относя их к трем звеньям – однопериодному кулачку 1, сепаратору 2, многопериодному кулачку 3. Для этого снабдим букву А соответствующими индексами 1,2,3.

Предположим, что, как и раньше, однопериодный кулачок движется налево. Из полюса *p* проведем вектор скорости точки A_1 – V_{A1}. Из начала и конца этого вектора проведем линии параллельные левому профилю зуба кулачка 1 и правому профилю зуба кулачка 3. Точка их пересечения определит вектора $V_{A2,A1}$ и $V_{A2,A3}$. Разложив вектор $V_{A2,A3}$ на направление вдоль прорези и перпендикулярно сепаратора, найдем вектор V_{A2}, определяющий направление движения сепаратора. При числе прорезей сепаратора на единицу большем числа зубьев кулачка сепаратор движется в ту же сторону, что и кулачок 1. Выполнив точное построение в масштабе и измерив вектора, обнаружим, что вектор V_{A1} ровно в семь раз больше вектора V_{A2}, что также подтверждает ранее сделанный вывод.

Точно таким же способом построения плана скоростей для точки из другой группы точек пересечения, точки В, придем к выводу , что вектор V_{B2} направлен в сторону противоположную движению кулачка 1 и ровно в пять раз меньше вектора V_{B1} , что и требовалось доказать (рисунок 2,б).

Обращаясь к рисунку 2 можно сделать заключение, что при постоянстве отношения тангенсов углов α и β будет постоянным и отношение V_{A1} и V_{A2}, а также V_{B1} и V_{B2}, что и требовалось доказать . Отсюда следует еще один важный вывод: в качестве профилей кулачков могут использоваться только такие кривые для которых выполняется указанное условие.

Механизмы с промежуточными телами качения могут быть реализованы как планетарные механизмы и как рядовые. Если, оставаясь в рамках той же схемы, сепаратор сделать неподвижным звеном, а многопериодный кулачок сделать подвижным звеном, получим рядовую передачу. В таком варианте механизм также может быть использован как передаточный.

Из анализа картины взаимодействия звеньев (рисунок 1) следует , что при неподвижном сепараторе при перемещении ведущего кулачка 1 налево на целый период, картина , представленная на рисунке 2, повторится , но ведомый кулачок 3 переместиться на шаг Н. Это перемещение может быть налево или направо в зависимости от того , используется точка А или точка В: если используется точка А, перемещение происходит направо , если используется точка В, перемещение происходит налево. Следовательно, передаточное отношение равно числу зубьев кулачка 3 со знаком плюс или минус: при использовании точек-кружков знак минус, при использовании точек-треугольников – знак плюс.

Использование точек-кружков или точек треугольников определяется числом прорезей сепаратора. В рядовой передаче ,если число прорезей меньше числа зубьев кулачка, передаточное отношение имеет знак плюс, если число прорезей больше числа зубьев - знак минус. Если сопоставим полученные результаты для планетарного механизма и для рядового механизма, то обнаружим , что соотношение передаточных отношений для рядовой и планетарной передач вплоть до знаков подчиняется зависимости

$$i_{пл} = 1 - i_{зр} . \qquad (1)$$

Проверим эту формулу на числовом примере, соответствующем рисунку 1. Если используется группа точек-кружков, то передаточное отношение зубчатого ряда равно -6, тогда передаточное отношение планетарного механизма равно +7, т.е. числу прорезей, что совпадает с ранее полученным результатом. Если используется группа точек-треугольников, передаточное отношение зубчатого ряда равно +6, тогда передаточное отношение планетарного механизма равно -5. Зависимость (1) представляет не что иное , как известную формулу для обычного планетарного зубчатого механизма (формулу Виллиса). Тем самым еще раз подтверждается справедливость отнесения передаточных механизмов с промежуточными телами качения к планетарным .

При использовании пересекающихся винтовых линий для профилирования зубьев кулачков при прохождении шарика через точку пересечения возникает удар, причем жесткий, из-за мгновенного изменения направления движения шарика. Для того, чтобы этого не происходило, необходимо использовать гладкую переходную кривую.

Благодаря наличию нескольких тел качения, участвующих в передаче движения, при точном изготовлении механизма имеет место большой коэффициент перекрытия. На практике достичь этого трудно, но во всяком случае даже при не очень точном изготовлении передача работоспособна, так как некоторое перекрытие всегда имеет место. Не обязательно, чтобы все тела качения одновременно участвовали в работе. По той же причине не обязательно , чтобы вся винтовая линия от начала до конца участвовала в работе. Это позволяет выполнить вершину кулачка по произвольной гладкой кривой. На этом участке должен быть достаточный зазор между телом качения и беговой дорожкой, чтобы не было замыкания между их поверхностями. В частности можно просто срезать верхушку внутренней беговой дорожки. Переход тела качения по этому участку происходит за счет свободного переноса его прорезью сепаратора на другую беговую дорожку кулачка. Очевидно, что при использовании винтовых линий с постоянным углом подъема обеспечивается строгое постоянство передаточного отношения.

В известных исследованиях вместо винтовой линии используется эллиптическая кривая, которая при разворачивании на плоскость превращается в синусоиду. Это послужило основанием назвать такой вариант передачи синусошариковой передачей [4].

Эллипс можно рассматривать как сжатую или растянутую окружность. Если цилиндр разрезать двумя плоскостями, одна из которых расположена перпендикулярно оси цилиндра, а вторая наклонена к ней под углом β , то в сечении образуется эллипс, как равномерно растянутая окружность с коэффициентом растяжения к = a / b, где a и b полуоси эллипса. Далее из геометрических построений нетрудно доказать , что при развертке цилиндра, на котором располагается эллипс , на плоскость, образуется синусоидальная кривая с амплитудой равной a tgβ, где β – угол между двумя плоскостями .

Считается, что в осевой передаче с синусоидальными профилями зубьев, сохраняется строгое постоянство передаточного отношения на протяжении всего периода контакта шариков с кулачками [4]. Это утверждение нуждается в теоретическом обосновании.

Примем во внимание известное положение математики, что производная в каждой точке кривой (не обязательно синусоиды) равна тангенсу угла наклона касательной в этой точке. Можно доказать, что для двух точек на этих синусоидах, имеющих одинаковые ординаты, вне зависимости от значения ординаты, отношение тангенсов углов наклона касательных в этих точках представляет постоянную величину, равную отношению периодов этих синусоид.

Рассмотрим две синусоиды одинаковой амплитуды, но с различными периодами .

$$y = A\sin k_1 x, \; y = A\sin k_2 x \,.$$

Коэффициенты k_1 и k_2 представляют круговые частоты и связаны с периодами соотношением

$$T = \frac{2\pi}{k} \,.$$

Выберем две точки с одинаковыми ординатами y_0

$$y_0 = A\sin k_1 x_1 = A\sin k_2 x_2,$$

отсюда

$$\sin k_1 x_1 - \sin k_2 x_2 = 0$$

Согласно известной формуле тригонометрии разность синусов может быть представлена в виде

$$2\sin\frac{k_1x_1-k_2x_2}{2}\cos\frac{k_1x_1+k_2x_2}{2}=0,$$

Приравняв любой из сомножителей нулю окончательно получим следующее выражение

$$k_1x_1=k_2x_2\,. \qquad (2)$$

Определим производные в выбранных точках синусоид (тангенсы углов наклона касательных)

$$tg\alpha = Ak_1\cos k_1x_1,$$

$$tg\beta = Ak_2\cos k_2x_2\,.$$

С учетом равенства (2) получим окончательный результат

$$\frac{tg\alpha}{tg\beta}=\frac{Ak_1\cos k_2x_2}{Ak_2\cos k_2x_2}=\frac{k_1}{k_2}=const\,.$$

Как было показано выше постоянство отношений тангенсов углов наклона касательных к профилям кулачков свидетельствует о постоянстве передаточного отношения.

Заметим, что оба кулачка должны быть выполнены либо с использованием винтовых линий постоянного шага, либо с синусоидальными кривыми. Если один из кулачков , например ведущий, выполнен в форме эллиптической кривой, что означает развертку на цилиндр в виде синусоиды, а второй кулачок с профилем винтовой линии, будет нарушено постоянство передаточного отношения.

Использование предложенного метода плана скоростей позволяет также сделать обоснованные выводы для определения скоростей тела качения относительно соответствующих профилей кулачков и сепаратора и на этом основании оценить соотношение скоростей качения и скольжения в кинематических парах. Для осевой передачи этот показатель является одним из основных параметров.

Картина силового взаимодействия между телами качения и остальными элементами передачи зависит от выбора геометрических параметров передачи и чисел зубьев кулачков. В то же время она также определяет КПД передачи. Поэтому представляет интерес выяснение зависимости КПД механизма от передаточного отношения и его оптимизация за счет надлежащего выбора геометрических параметров передачи.

Одно из достоинств передачи состоит в том , что теоретически в передаче усилия участвуют все тела качения. Для доказательства этого утверждения можно проанализировать передачу усилия на примере рядовой передачи. В реальном механизме теоретическая прямая линия , определяющая профиль зуба (рисунок 1,) представлена двумя беговыми дорожками , внутренней и наружной. Дополнительным построением беговых дорожек , например для точек-кружков , можно убедиться , что при переходе тела качения через вершину ведущего кулачка происходит смена передачи усилия с наружной беговой дорожки на внутреннюю , при этом происходит только небольшое изменение направления реакции. Таким образом, кинематическая пара шарик-кулачок не размыкается. Направление движущего усилия на ведомый кулачок сохраняется. Разумеется это обеспечивается только при очень точном изготовлении деталей .

Изложенный выше анализ позволяет глубже понять природу передачи с промежуточными телами качения и может быть распространен и на другие виды механизмов с промежуточными телами качения, например, механизмы радиального типа .

Литература

1. **Становский, В.В.** Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы / В.В.Становский, Т.А. Ремнева, С.М.Казакявичус / Прогрессивные зубчатые передачи - : Сб. науч. трудов.- Новоуральск : Изд. НТИ, 2003.- 152 с.

2.**Сазонов, И.С.** Определение оптимальной геометрии зацепления посредством промежуточных тел качения на основе анализа его пространственной модели / И.С.Сазонов, М.Е.Лустенков, А.П.Прудников, Е.С. Фитцова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та.- 2012.-N3.- С. 53-63

3.**Артоболевский , И.И**. Механизмы в современной технике . Справочное пособие . В 7 томах . Т.3 Винтовой механизм с самопересекающейся винтовой прорезью – М. Наука, 1969 – 416 с.

4.**Игнатищев, Р.М.** Синусо-шариковые редукторы / Р.М.Игнатищев.-Мн.: Вышейшая школа, 1983. – 107 с.

L. A. Borisenko

ON THE THEORY OF PLANETARY GEARS WITH INTERMEDIATE ROLLING ELEMENTS OF AXIAL TYPE

Summary

The article deals with initial conditions and principles of construction of planetary gears with intermediate rolling elements of axial type. The correlations between planetary and ordinary gears are determined. The method for gear analysis by means of a velocity vector diagram is proposed. Formulas for gear ratio calculation are substantiated. The proofs of gear ratio constancy, in case helical lines and sinusoid curves are used as a cam flank, are given.

Key words:
planetary gear, rolling element, helical line, geometrical pattern of gearing